

УДК 519.2

ОЦЕНИВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЛОКАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ

© Ю. Е. Воскобойников

*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)
630008, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, 113
Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: voscob@mail.ru*

Пространственно-локальные алгоритмы фильтрации сигналов и изображений широко используются в практике, поскольку содержат один или несколько параметров, от значений которых существенно зависит ошибка фильтрации. Выбор этих параметров из условия минимума ошибки фильтрации является известной проблемой, не получившей приемлемого решения. Предлагается статистический алгоритм, позволяющий с достаточной точностью оценить оптимальные параметры двух пространственно-локальных фильтров. Приводится эффективный алгоритм оценивания дисперсии шума измерения.

Ключевые слова: пространственно-локальные фильтры, ошибки фильтрации, оценивание оптимальных параметров фильтра, оценивание дисперсии шума измерения.

DOI: 10.15372/AUT20190302

Введение. Пространственно-локальные фильтры широко используются для фильтрации сигналов и изображений. Результат работы фильтров определяется преобразованием значений исходного сигнала или изображения, попавших в апертуру (окно) фильтра [1, 2]. Такими преобразованиями может быть вычисление среднего значения, медианы или других числовых характеристик. Одним из параметров фильтра является размер его апертуры. Изменение размера апертуры позволяет управлять точностными характеристиками фильтра. При малых размерах апертуры сохраняются контрастные элементы (рёбра, резкие грани) изображения, но шум сглаживается слабо, т. е. в ошибке фильтрации превалирует случайная составляющая. Увеличение размеров апертуры приводит к более сильному сглаживанию шума, но при этом возможно «размытие» контрастных элементов исходного изображения, т. е. будет преобладать систематическая ошибка. Некоторые пространственно-локальные алгоритмы имеют и другие управляющие параметры [3]. Противоречивое влияние параметров фильтра на величины случайной и систематической ошибок обуславливает существование оптимальных значений параметров, минимизирующих общую ошибку фильтрации. К сожалению, определить такие оптимальные значения на практике невозможно, так как требуется задание точных (незашумлённых) значений фильтруемого сигнала для вычисления систематической ошибки, но в этом случае не нужна сама фильтрация сигнала. Однако важная задача выбора оптимальных параметров с приемлемой точностью не получила своего решения в научных исследованиях.

Цель данной работы — построение статистического алгоритма, позволяющего с приемлемой точностью оценить оптимальные параметры двух пространственно-локальных фильтров и не требующего априорной информации о фильтруемом сигнале или изображении, которая отсутствует на практике.

Пространственно-локальные алгоритмы фильтрации. Для пояснения принципа работы этих фильтров предположим, что даны значения некоторого зашумлённого одномерного сигнала $\tilde{f}_j = f_j + \eta_j$, $j = 1, \dots, N$, где η_j — случайный шум (погрешность) с нулевым средним и дисперсией σ^2 , причём величины η_j , η_i не коррелированы при $j \neq i$ (для простоты такой шум будем называть белым).

Фильтр скользящего среднего (ФСС). Выходной сигнал фильтра скользящего среднего $\hat{f}_j^{\text{ФСС}}$ определяется соотношением [1, 2]

$$\hat{f}_j^{\text{ФСС}} = \text{aver}_K(\tilde{f}_{j-K}, \tilde{f}_{j-K+1}, \dots, \tilde{f}_j, \dots, \tilde{f}_{j+K}) = \frac{1}{2K+1} \sum_{i=-K}^K \tilde{f}_{j+i}, \quad (1)$$

где $\text{aver}_K(\)$ — функция, вычисляющая среднее из $2K+1$ значений, указанных в скобках. Величину K можно интерпретировать как размер апертуры фильтра скользящего среднего. При перемещении апертуры фильтра по всем значениям \tilde{f}_j вычисляются значения $\hat{f}_j^{\text{ФСС}}$ для всего исходного сигнала. Особенностью ФСС является хорошее сглаживание белого шума измерения. Дисперсия отфильтрованного значения $\hat{f}_j^{\text{ФСС}}$ (т. е. дисперсия остаточного шума) равна $D[\hat{f}_j^{\text{ФСС}}] = \sigma^2/(2K+1)$. Следовательно, чем больше размер апертуры, тем сильнее сглаживание. Однако при этом сильнее сглаживаются и контрастные детали исходного сигнала, которые необходимо сохранить в отфильтрованном сигнале. Данное противоречие всех линейных алгоритмов фильтрации в определённой степени отсутствует в следующем нелинейном фильтре.

Интервальный фильтр (ИФ) скользящего среднего. Выходной сигнал определяется выражением [3]

$$\hat{f}_j^{\text{ИФ}} = \text{aver}_K(\tilde{f}_i : j-K \leq i \leq j+K, |\tilde{f}_i - \tilde{f}_j| \leq \beta), \quad (2)$$

т. е. усредняются только те исходные значения \tilde{f}_i , которые попали в интервал $[\tilde{f}_j - \beta, \tilde{f}_j + \beta]$. Такое интервальное усреднение предотвращает сглаживание контрастных деталей точного сигнала f_j .

Для иллюстрации важного свойства фильтра (2) приведём результаты следующего вычислительного эксперимента. Значения f_j , $j = 1, \dots, N = 200$, тестового сигнала (на рис. 1 показаны сплошной кривой) искажались нормально распределёнными случайными

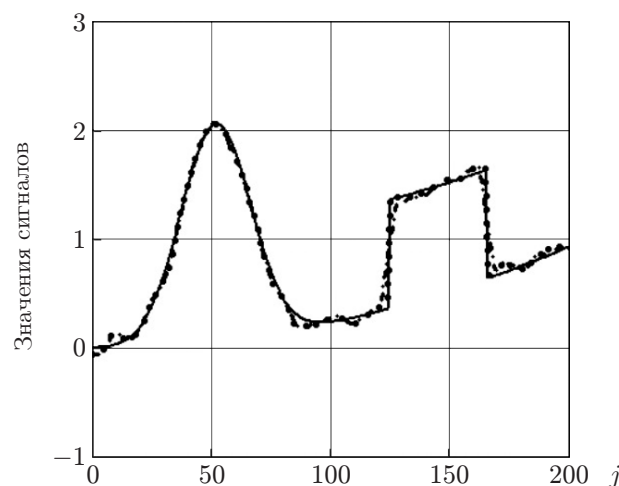


Рис. 1. Результаты фильтрации одномерного сигнала

числами η_j (имитация белого шума), имеющими нулевое среднее и дисперсию σ_η^2 , вычисляемую по задаваемому относительному уровню погрешности $\delta_f = \|\tilde{\mathbf{f}} - \mathbf{f}\|/\|\mathbf{f}\| = 0,10$, где \mathbf{f} , $\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{f} + \eta$ — векторы, составленные из точных и зашумлённых значений функции соответственно, $\|\cdot\|$ — евклидова норма вектора. Результат работы фильтра (1) показан на рис. 1 штрихпунктирной кривой (относительная ошибка фильтрации $\delta_{\text{ФСС}} = \|\hat{\mathbf{f}}^{\text{ФСС}} - \mathbf{f}\|/\|\mathbf{f}\| = 0,081$), а фильтра (2) — точечной кривой (относительная ошибка фильтрации $\delta_{\text{ИФ}} = 0,038$), практически совпадающей с точными значениями f_j . При этом задавались параметры $K = 3$ для ФСС и $K = 3, \beta = 0,6$ для ИФ. Хорошо видно, что ФСС сглаживает (в той или иной степени) угловые точки сигнала. Этот артефакт практически отсутствует у ИФ.

Приведённые одномерные фильтры легко модифицируются для фильтрации зашумлённых изображений: $\tilde{F}_{i_1, i_2} = F_{i_1, i_2} + \eta_{i_1, i_2}$, $i_1 = 1, \dots, N_1$, $i_2 = 1, \dots, N_2$, где F_{i_1, i_2} — значения точного изображения, η_{i_1, i_2} — погрешности (шум) регистрации. В этом случае фильтр (1) можно представить в виде

$$\hat{F}_{j_1, j_2}^{\text{ФСС}} = \underset{i_1, i_2 \in A}{\text{aver}} (\tilde{F}_{i_1, i_2}), \quad (3)$$

т. е. усредняются только те значения \tilde{F}_{i_1, i_2} , которые попали в плоскую апертуру A фильтра, чаще всего в прямоугольную апертуру размерами $K_1 \times K_2$. Фильтр (2) определяется выражением

$$\hat{F}_{j_1, j_2}^{\text{ИФ}} = \underset{i_1, i_2 \in A}{\text{aver}} (|\tilde{F}_{i_1, i_2} - \tilde{F}_{j_1, j_2}| \leq \beta), \quad (4)$$

т. е. усредняются только те попавшие в апертуру фильтра значения, которые удовлетворяют ещё одному дополнительному условию $|\tilde{F}_{i_1, i_2} - \tilde{F}_{j_1, j_2}| \leq \beta$, что предотвращает сглаживание контрастных деталей изображения при правильном выборе порога β . Таким образом, и для пространственно-локальных фильтров изображений актуальным является выбор подходящих (с точки зрения минимума ошибки фильтрации) параметров фильтра. Заметим, что подобные фильтры можно построить для обработки сигналов размерности 3 и более высокой.

Алгоритм оценивания оптимальных параметров фильтра. Для обобщения и упрощения изложения этого алгоритма обозначим набор параметров пространственно-локального фильтра, от которого зависит ошибка фильтрации, через вектор $\boldsymbol{\theta}$, а набор параметров, доставляющий минимум ошибки фильтрации, — как $\boldsymbol{\theta}_{\text{opt}}$. Для оценивания вектора $\boldsymbol{\theta}_{\text{opt}}$ обратимся к статистическому критерию оптимальности, успешно используемому для выбора параметра сглаживания в линейных алгоритмах фурье-фильтрации [4] и в нелинейных алгоритмах вейвлет-фильтрации [5]. Критерий основан на проверке статистических гипотез о свойствах вектора невязки.

Введём величину

$$\rho_W(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sigma_\eta^2} \tilde{\mathbf{f}}^T \mathbf{e}_\theta = \frac{1}{\sigma_\eta^2} \sum_{i=1}^N \tilde{\mathbf{f}}_i \mathbf{e}_{\theta_i}, \quad (5)$$

где $\mathbf{e}_\theta = \tilde{\mathbf{f}} - \hat{\mathbf{f}}_\theta$ — вектор невязки, $\hat{\mathbf{f}}_\theta$ — вектор, составленный из отфильтрованных значений одномерного дискретного сигнала при векторе параметров $\boldsymbol{\theta}$. Для линейных алгоритмов фильтрации доказано, что при $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_{\text{opt}}$ статистика $\rho_W(\boldsymbol{\theta})$ подчиняется χ^2 -распределению с N степенями свободы. Тогда проверка основной гипотезы об оптимальности параметра $\boldsymbol{\theta}$ сводится к проверке гипотезы о подчинении величины $\rho_W(\boldsymbol{\theta})$ χ^2 -распределению с N степенями свободы. Для этого построим интервал

$$\Theta_N(\beta) = [\vartheta_{N, \beta/2}, \vartheta_{N, 1-\beta/2}], \quad (6)$$

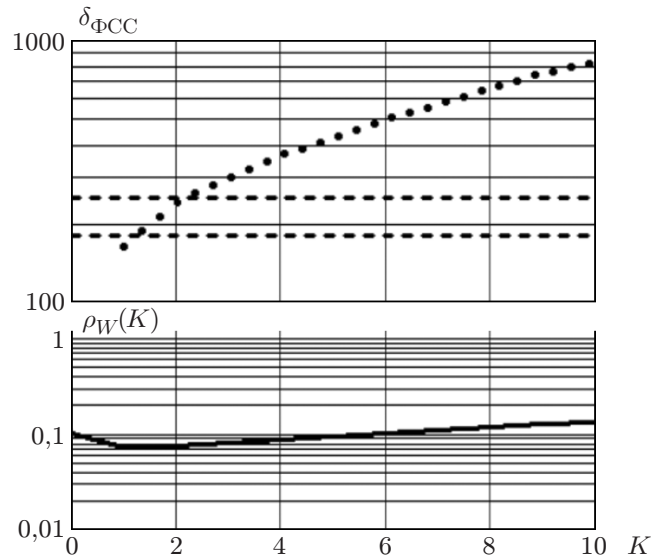


Рис. 2. Оценивание оптимального параметра фильтра (1)

где $\vartheta_{N,\beta/2}$ — квантиль χ^2 -распределения уровня $\beta/2$; β — вероятность ошибки первого рода при проверке основной гипотезы (обычно $\beta = 0,05$). Если $\rho_W(\theta)$ попадает в интервал (6), то значение θ_W , при котором выполняется соответствующее неравенство:

$$\vartheta_{N,\beta/2} \leq \rho_W(\theta_W) \leq \vartheta_{N,1-\beta/2}, \quad (7)$$

является оценкой для θ_{opt} . Заметим, что вычисление θ_W формально сводится к решению нелинейного уравнения $\rho_W(\theta) = N$ с применением итерационных алгоритмов. Однако в отличие от задач алгебры нахождение решения заканчивается, как только очередное приближённое решение удовлетворяет неравенству (7), что обуславливает возможность эффективного использования простых итерационных схем (например, метод деления отрезка пополам). Воспользуемся изложенным подходом для оценивания оптимальных параметров пространственно-локальных фильтров.

Для ФСС вектор θ состоит только из одного параметра — размера апертуры K , для фильтра (2) — из размера апертуры K и пороговой величины β . Статистика $\rho_W(\theta)$ непосредственно вычисляется по выражению (5). В случае фильтрации изображений вычисление усложняется из-за матричного представления обрабатываемого изображения. Если обозначить j_2 -й столбец матрицы \tilde{F}_{j_1,j_2} как вектор $\tilde{\mathbf{F}}^{(j_2)}$, то алгоритм вычисления $\rho_W(\theta)$ примет вид

$$\rho_W(\theta) = \frac{1}{\sigma_\eta^2} \sum_{j_2=1}^{N_2} (\tilde{\mathbf{F}}^{(j_2)})^T (\tilde{\mathbf{F}}^{(j_2)} - \hat{\mathbf{F}}_\theta^{(j_2)}), \quad (8)$$

где T — символ транспонирования. Возможна и другая запись алгоритма:

$$\rho_W(\theta) = \frac{1}{\sigma_\eta^2} \sum_{j_2=1}^{N_2} \sum_{j_1=1}^{N_1} \tilde{F}_{j_1,j_2} (\tilde{F}_{j_1,j_2} - \hat{F}_{\theta,j_1,j_2}). \quad (9)$$

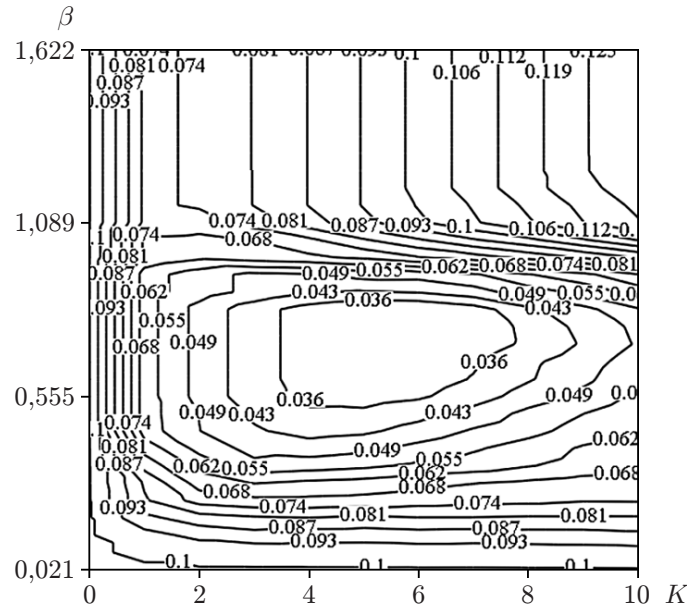


Рис. 3. Изолинии относительной ошибки фильтрации алгоритма (2)

Исследования алгоритма оценивания оптимальных значений. В силу нелинейного характера процедуры оценивания невозможно выполнить аналитические исследования её свойств, поэтому были проведены многочисленные вычислительные эксперименты и первая серия с тестовым сигналом (см. рис. 1). Первоначально для фильтрации использовался фильтр (1). На рис. 2 приведены результаты такого эксперимента. Сплошной кривой показана зависимость относительной ошибки фильтрации $\delta_{\text{ФСС}}$ от размера апертуры K , точечной кривой — зависимость $\rho_W(K)$, пунктирными линиями — границы интервала (6). Значения K_W , для которых $\rho_W(K_W)$ находится между пунктирными линиями, могут быть приняты в качестве оценок для оптимального значения $K_{\text{opt}} = 2$. Значения K_W соответствуют минимальным значениям $\delta_{\text{ФСС}}$, что доказывает эффективность оценки K_W для фильтра (1).

Следующая серия экспериментов была посвящена фильтрации рассматриваемого сигнала фильтром (2), ошибка которого зависит от двух параметров: размера апертуры K и пороговой величины β . В силу этого зависимость ошибки от значений параметров представлена изолиниями на рис. 3. Видно наличие точки минимума с примерными координатами (6; 0,75).

В табл. 1 в первом столбце приводятся значения K , в первой строке — значения порога β , а в ячейке, стоящей на пересечении значений строки и столбца, указаны соответствующие значения относительной ошибки фильтрации алгоритма (2). Ячейки с выделенными значениями ошибок соответствуют паре значений K_W, β_W , для которых $\rho_W(K_W, \beta_W)$ удовлетворяют неравенству (7) и могут быть приняты в качестве оценок для оптимальных параметров $K_{\text{opt}}, \beta_{\text{opt}}$. Видно, что значения $\rho_W(K_W, \beta_W)$ находятся в окрестности минимальной ошибки фильтрации 0,030. Следовательно, величины K_W, β_W можно рассматривать как эффективные оценки оптимальных параметров фильтра (2).

Представляет интерес сравнение относительных ошибок фильтрации алгоритмами (1), (2). В табл. 2 приведены оценки оптимальных параметров этих фильтров и соответствующие относительные ошибки фильтрации, вычисленные при разных уровнях шума. Анализ таблицы показывает меньшую ошибку фильтрации интервального фильтра по сравнению с ФСС, которую можно объяснить «сглаживанием» ФСС угловых точек фильтруемого сигнала.

Таблица 1

K	β								
	0,502	0,555	0,608	0,662	0,715	0,769	0,822	0,875	0,929
0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
1	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058
2	0,049	0,047	0,047	0,047	0,047	0,047	0,047	0,052	0,052
3	0,042	0,039	0,039	0,039	0,039	0,039	0,039	0,047	0,047
4	0,038	0,035	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,043	0,048
5	0,038	0,034	0,032	0,032	0,031	0,031	0,031	0,042	0,052
6	0,041	0,035	0,033	0,033	0,032	0,031	0,030	0,043	0,051
7	0,045	0,040	0,037	0,036	0,033	0,032	0,033	0,046	0,054
8	0,051	0,046	0,042	0,041	0,038	0,038	0,041	0,052	0,061
9	0,055	0,051	0,047	0,046	0,043	0,045	0,047	0,057	0,066
10	0,060	0,057	0,055	0,052	0,050	0,051	0,055	0,065	0,078

Таблица 2

Уровень шума, δ_f	ФСС (1)		ИФ (2)		
	K_W	$\delta_{\text{ФСС}}$	K_W	β_W	$\delta_{\text{ИФ}}$
0,02	0	0,02	1	0,19	0,011
0,05	1	0,054	3	0,41	0,021
0,075	1	0,060	4	0,56	0,024
0,10	2	0,076	4	0,65	0,039
0,15	2	0,089	6	0,71	0,055

Следующая серия вычислительных экспериментов была посвящена исследованию оценивания оптимальных параметров фильтра (4) при фильтрации изображений. В качестве тестового было принято изображение LENA размерами 256×256 пикселей (рис. 4), часто используемое для тестирования алгоритмов обработки изображений. Это изображение искажалось нормально распределёнными случайными числами η_{i_1, i_2} (имитация белого шума), имеющими нулевое среднее и дисперсию σ_η^2 , вычисляемую по задаваемому относительному уровню погрешности $\delta_F = \|\tilde{F} - F\|/\|F\| = 0,10$, где F, \tilde{F} — матрицы, составленные из точных и зашумлённых значений изображения соответственно, $\|\cdot\|$ — евклидова норма матрицы. Для фильтрации изображения использовался алгоритм (4) с квадратной апертурой размерами $(2K + 1) \times (2K + 1)$.

На рис. 5 показаны изолинии относительной ошибки фильтрации $\delta_{\text{ИФ}} = \|\hat{F}^{\text{ФСС}} - F\|/\|F\|$, которая зависит от двух параметров: размера апертуры K (ось абсцисс) и пороговой величины β (ось ординат). Видно наличие точки минимума с примерными координатами (2, 60). Заметим, что характер изолиний на этом рисунке отличается от изолиний на рис. 3.

В табл. 3 в первом столбце приводятся значения K , в первой строке — значения порога β , а в ячейке, расположенной на пересечении значений строки и столбца, указаны соответствующие значения относительной ошибки фильтрации алгоритма (4). Ячейки с полужирными значениями ошибок соответствуют паре значений K_W, β_W , для которых $\rho_W(K_W, \beta_W)$ удовлетворяют неравенству (7) и могут быть приняты в качестве оценок для оптимальных параметров $K_{\text{opt}}, \beta_{\text{opt}}$. Видно, что значения $\rho_W(K_W, \beta_W)$ находятся в окрестности минимальной ошибки фильтрации 0,057. Следовательно, величины K_W, β_W можно рассматривать как эффективные оценки оптимальных параметров фильтра (4) при обработке зашумлённых изображений.



Рис. 4. Тестовое изображение LENA

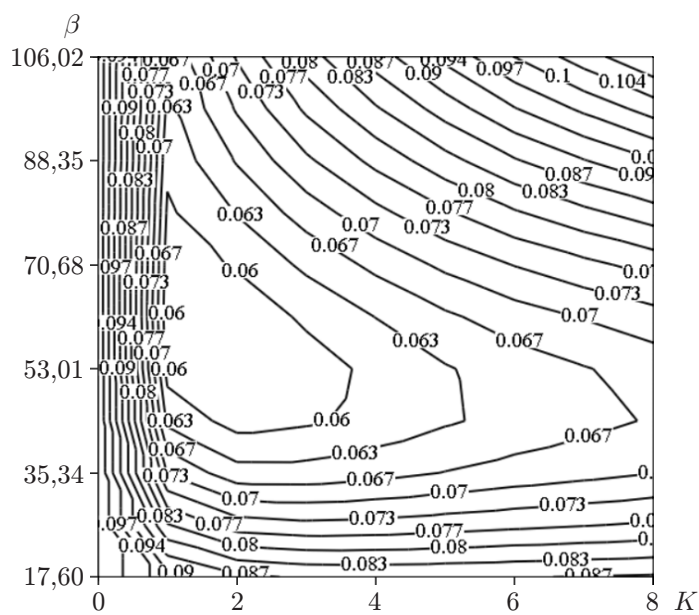


Рис. 5. Изолинии относительной ошибки фильтрации алгоритма (4)

Таблица 3

K	β								
	11,63	17,44	23,25	29,07	34,89	46,51	52,32	58,14	63,95
0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
1	0,080	0,070	0,062	0,059	0,058	0,058	0,059	0,061	0,062
2	0,075	0,065	0,059	0,057	0,058	0,06	0,064	0,067	0,070
3	0,074	0,065	0,059	0,058	0,061	0,064	0,068	0,073	0,077
4	0,074	0,065	0,061	0,061	0,063	0,068	0,072	0,078	0,083
5	0,075	0,067	0,063	0,063	0,066	0,071	0,076	0,082	0,088
6	0,076	0,068	0,064	0,065	0,068	0,074	0,080	0,086	0,093
7	0,077	0,069	0,066	0,066	0,070	0,076	0,083	0,090	0,098
8	0,078	0,070	0,067	0,068	0,072	0,078	0,085	0,093	0,104

Заметим, что для использования предложенного алгоритма оценивания на практике необходимо знать дисперсию σ_η^2 шума измерения. В очень редких случаях эта величина известна. Поэтому кратко остановимся на одном эффективном алгоритме оценивания дисперсии σ_η^2 [6] для принятой модели шума измерения.

Оценивание дисперсии шума измерения. Алгоритм оценивания основан на известных свойствах коэффициентов дискретного преобразования Фурье (ДПФ) сигнала или изображения, искажённого белым шумом, а именно коэффициенты разложения в окрестности точки симметрии модуля коэффициентов ДПФ определяются только шумом измерения, и это свойство используется для оценивания дисперсии шума (обоснование алгоритма [6]). Здесь приведём только конечные выражения.

Первоначально предположим, что дан дискретный сигнал $\tilde{f}_j = f_j + \eta_j$, $j = 1, \dots, N$, где η_j — случайный шум с нулевым средним и дисперсией σ_η^2 , причём величины η_j , η_i не коррелированы при $j \neq i$. Из этой непериодической последовательности сформируем периодическую (с периодом $N_p \geq N$) последовательность $\{\tilde{f}_p(j)\}$ из N_p элементов по следующему правилу:

$$\tilde{f}_p(j) = \begin{cases} \tilde{f}_j, & j = 0, \dots, N-1, \\ 0, & j = N, \dots, N_p-1. \end{cases}$$

Прямое ДПФ этой последовательности определим по формуле

$$\tilde{F}_p(l) = \frac{1}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p-1} \tilde{f}_p(j) \exp\left(\sqrt{-1} \frac{2\pi}{N} lj\right), \quad l = 0, \dots, N_p-1.$$

Коэффициенты ДПФ $\tilde{F}_p(l)$ обладают важным свойством: модули $|\tilde{F}_p(l)|$ симметричны относительно точки $l = N_p/2$. Заметим, что выбор периода N_p определяется требованием используемого алгоритма быстрого преобразования Фурье [1] к длине периодической последовательности (например, период N_p должен быть равен степени 2, т. е. $N_p = 2^m$, $m \geq 3$). Тогда оценка дисперсии вычисляется в виде

$$\hat{\sigma}_\eta^2 = \frac{N_p^2}{N} \left[\frac{1}{2M} \sum_{l=-M}^M |\tilde{F}_p(N/2 + l)|^2 \right]. \quad (10)$$

Таким образом, в вычислении оценки используются только те коэффициенты $\tilde{F}_p(l)$, индексы которых удовлетворяют условию $l \in [N/2 - M, N/2 + M]$. Рекомендовано выбирать величину M из интервала $[1, 1(N/4), 1, 3(N/4)]$ ([6]).

Перейдём к оцениванию дисперсии зашумлённого изображения, представленного в виде $\tilde{F}_{i_1, i_2} = F_{i_1, i_2} + \eta_{i_1, i_2}$, $i_1 = 1, \dots, N_1$, $i_2 = 1, \dots, N_2$, где η_{i_1, i_2} — случайные величины с нулевым математическим ожиданием, дисперсией σ_η^2 и не коррелированные друг с другом. Сформируем дискретную двумерную периодическую последовательность $\tilde{F}_p(i_1, i_2)$ размерами $N_{p1} \times N_{p2}$ ($N_{p1} \geq N_1$, $N_{p2} \geq N_2$) по правилу

$$\tilde{F}_p(i_1, i_2) = \begin{cases} \tilde{F}_{i_1, i_2}, & 0 \leq i_1 \leq N_1 - 1, \quad 0 \leq i_2 \leq N_2 - 1, \\ 0 & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

Вычислим коэффициенты ДПФ, обозначив их как $\tilde{V}_p(l_1, l_2)$, от этой последовательности

$$\tilde{V}_p(l_1, l_2) = \frac{1}{N_{p1}N_{p2}} \sum_{i_1=0}^{N_{p1}-1} \sum_{i_2=0}^{N_{p2}-1} \tilde{F}_p(i_1, i_2) \exp \left[-2\pi\sqrt{-1} \left(\frac{i_1 l_1}{N_{p1}} + \frac{i_2 l_2}{N_{p2}} \right) \right],$$

где $l_1 = 0, \dots, N_{p1}$, $l_2 = 0, \dots, N_{p2}$. Тогда оценка для дисперсии вычисляется в виде [6]

$$\hat{\sigma}_\eta^2 = \frac{N_{p1}^2 N_{p2}^2}{N_1 N_2} \left[\frac{1}{N_{sam}(R) - 1} \sum_{l_1=0}^{N_{p1}-1} \sum_{l_2=0}^{N_{p2}-1} |\tilde{V}_p(l_1, l_2)|^2 I(l_1, l_2, R) \right], \quad (11)$$

где функция $I(l_1, l_2, R) = 1$, если удовлетворяется условие

$$(l_1 - N_{p1}/2)^2 + (l_2 - N_{p2}/2)^2 \leq R^2, \quad (12)$$

и равна нулю в противном случае; $N_{sam}(R)$ — число коэффициентов ДПФ $\tilde{V}_p(l_1, l_2)$, индексы которых удовлетворяют (12), т. е. объём выборки при оценивании дисперсии. Для определения можно рекомендовать соотношение [6] $R = (0,05 - 0,1) \min(N_{p1}, N_{p2})$. Даже при малых значениях R величина $N_{sam}(R)$ равна нескольким сотням, что обеспечивает требуемую точность оценивания дисперсии σ_η^2 . Вычислительный эксперимент показал приемлемую точность полученных оценок: относительная ошибка оценивания дисперсии в одномерном случае не превосходила 5–7 %, а в двумерном случае не превышала 3–5 % [6].

Заключение. Предложенный статистический алгоритм позволяет с приемлемой точностью оценить оптимальные параметры двух рассмотренных пространственно-локальных алгоритмов фильтрации сигналов и изображений. Алгоритм прост в реализации, не требует большого объёма вычислительных операций и может быть достаточно легко обобщён на случай фильтрации сигналов размерности 3 и более высокой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хуанг Т. С.** Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений. М.: Радио и связь, 1984. 340 с.
2. **Гонзалес Р., Вудс Р.** Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1028 с.
3. **Бронников А. В., Воскобойников Ю. Е.** Нелинейные комбинированные алгоритмы фильтрации зашумленных сигналов и изображения // Автометрия. 1990. № 1. С. 21–28.
4. **Воскобойников Ю. Е.** Фильтрации сигналов и изображений: фурье и вейвлет алгоритмы (с примерами в Mathcad) /Ю. Е. Воскобойников, А. В. Гочаков, А. Б. Колкер. Новосибирск: Изд-во НГАСУ (Сибстрин), 2010. 188 с.
5. **Воскобойников Ю. Е., Гочаков А. В.** Оценивание оптимальных пороговых величин в алгоритмах вейвлет-фильтрации изображений // Автометрия. 2011. 47, № 2. С. 3–14.
6. **Воскобойников Ю. Е., Крысов Д. А.** Оценивание характеристик шума измерения в модели “сигнал + шум” // Автоматика и программная инженерия. 2018. 25, № 3. С. 54–61.

Поступила в редакцию 21.02.2019

После доработки 10.04.2019

Принята к публикации 11.04.2019