

УДК 533.6.013.42

АНАЛИЗ ФЛАТТЕРА КРЫЛЬЕВ САМОЛЕТА С МАЛЫМ СООТНОШЕНИЕМ СТОРОН ПРИ НАЛИЧИИ ПОВЕРХНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ

М. Басири, Х. Фаррохфаль, М. Мосайеби, Р. Кухи*

Технологический университет Малека Аштара, 115/83145 Шахиншехр, Иран

* Филиал Исламского университета Азад в г. Хомейнишехр,

8418148499 Хомейнишехр, Иран

E-mails: M.Basiri@mut-es.ac.ir, farrokhfal@mut-es.ac.ir, m.mosayebi@mut-es.ac.ir,

koohi@iaukhsh.ac.ir

Предложен эффективный метод анализа флаттера крыльев самолета из композитного материала с малым соотношением сторон при наличии управляющей поверхности в дозвуковом потоке. Крыло моделируется эквивалентной пластиной. Для расчета нестационарных аэродинамических нагрузок и исследования флаттера используются метод диполей и метод $U-g$ соответственно. Установлено, что полученные результаты хорошо согласуются с известными результатами.

Ключевые слова: флаттер, экспресс-анализ, малое соотношение сторон, управляющая поверхность, метод диполей, метод эквивалентной пластины.

DOI: 10.15372/PMTF20220110

Введение. Флаттер крыла представляет собой обусловленную взаимодействием инерционных, упругих и аэродинамических сил динамическую неустойчивость, приводящую к катастрофе [1]. В работе [2] на стадии предварительного проектирования крыла с малым соотношением сторон вместо требующего больших вычислительных затрат метода конечных элементов использовался метод эквивалентной пластины.

В [3] при построении модели эквивалентной пластины использовалась классическая теория пластин, исследовано статическое и динамическое аэроупругое поведение крыльев из композитного материала. Линейный и нелинейный анализ флаттеров крыла с управляющей поверхностью выполнен в работе [4] с использованием методов временной и частотной областей. В [5] изучены нелинейные аэроупругие характеристики крыла самолета с поверхностью управления. Для расчета аэродинамических нагрузок использовался метод диполей. Методы конечных элементов и фиктивной массы применялись при анализе свободных колебаний крыла с учетом нелинейных эффектов в шарнире управляющей поверхности. В работе [6] выполнен анализ аэроупругости крыла с учетом люфта в шарнире управляющей поверхности и с использованием уравнения малых возмущений при вычислении аэродинамических нагрузок в трансзвуковом (дозвуковом) потоке и метода фиктивной массы в нелинейных структурных моделях. Для определения нелинейных аэроупругих характеристик крыла используются явные и неявные методы интегрирования по времени.

В [7] с использованием модели эквивалентной пластины, в которой учитывались поперечные сдвиги, выполнен анализ свободных колебаний композитного крыла с малым соотношением сторон при наличии управляющей поверхности. Задача решалась методом конечных элементов. В [8] методами аэроупругости численно исследовано влияние закрылка на колебания крыла в трансзвуковом потоке.

В работе [9] исследован флаттер с использованием модели эквивалентной пластины и программного пакета ZAERO, предназначенного для расчета аэродинамических нагрузок. В [10] с помощью обобщенного принципа Гамильтона для построения уравнений Эйлера — Лагранжа в задаче о связанных крутильно-изгибных колебаниях закрылка изучалось аэроупругое взаимодействие поверхности управления с крыльями в дозвуковом потенциальном потоке. Также в [10] с использованием обобщенного метода Галеркина получено аналитическое решение задачи. Деформации конструкции вычислялись с помощью определяющих соотношений Кельвина — Фойхта и уравнений балки Эйлера — Бернулли. Для определения аэродинамических нагрузок использовались теория тонких профилей и теория полос. В [11] для исследования колебаний крыла с учетом наличия поверхностей управления при наличии люфта в шарнире применялась линеаризованная модель аэроупругости, при моделировании нелинейного поведения конструкции использовался метод фиктивной массы. В [12] представлены результаты испытаний в аэродинамической трубе трехмерной прямоугольной модели крыла с элеронными поверхностями. Шарнир элерона при наличии в нем люфта моделировался регулируемой нелинейной пружиной. Модель испытывалась в аэродинамической трубе до момента появления флаттера или предельных циклов колебаний.

В настоящей работе с использованием модели эквивалентной пластины проводится анализ флаттера крыльев с малым соотношением сторон при наличии поверхности управления. Методом диполей рассчитываются аэродинамические нагрузки в дозвуковом потоке, с использованием метода $U-g$ исследуется флаттер.

1. Моделирование крыла эквивалентной пластиной. В данной работе используется теория пластин, в которой учитываются поперечные сдвиги. Для поперечного смещения w_0 принимается следующая аппроксимация:

$$w_0(\xi, \eta, t) = \mathbf{a}_3(\xi, \eta) \mathbf{q}_3(t)$$

($\mathbf{q}_3(t)$ — зависящий от времени вектор коэффициентов аппроксимации в методе Рэлея — Ритца). Выражение для вектора пробных функций $\mathbf{a}_3$ записывается в виде [13, 14]

$$\mathbf{a}_3(\xi, \eta) = \{T_0(\eta)T_0(\xi), T_0(\eta)T_1(\xi), T_0(\eta)T_2(\xi), \dots, T_M(\eta)T_N(\xi)\},$$

где в качестве функций T_i можно использовать полиномы Чебышева. Переменные ξ и η изменяются в диапазоне от -1 до 1 . Уравнение движения строится с использованием принципа Гамильтона [13]

$$M\ddot{\mathbf{q}} + K\mathbf{q} = \mathbf{F}_{z0},$$

где M , K — матрицы массы и жесткости крыла соответственно; $\mathbf{F}_{z0}$ — вектор аэродинамической нагрузки на крыло; $\mathbf{q}$ — вектор коэффициентов аппроксимации в методе Рэлея — Ритца. Сложив все матрицы жесткости и матрицы массы, соответствующие каждому элементу конструкции, можно вычислить матрицу жесткости K_{st} и матрицу массы M для всего крыла [14]:

$$K_{st} = K_{skin} + K_{spar} + K_{rib}, \quad M = M_{skin} + M_{spar} + M_{rib}.$$

Для того чтобы были выполнены граничные условия, используется модель пружины [13]. Матрица полной жесткости крыла K получается путем суммирования матрицы деформации K_{st} и матрицы K_{sp} , найденной при аппроксимации граничных условий:

$$K = K_{st} + K_{sp}.$$

Уравнения, используемые при моделировании и вычислении матриц жесткости и массы основного крыла, представляющего собой полумонокок, изложены в [13, 14]. При моделировании крыла с управляющей поверхностью используются результаты работ [15, 16].

2. Нестационарная аэродинамическая задача. Дозвуковые нестационарные аэродинамические нагрузки рассчитываются методом диполей, в котором распределенные аэродинамические нагрузки заменяются вектором сосредоточенных нагрузок. Поверхность крыла представляется в виде совокупности элементов. Вектор скоса потока вверх для i -го элемента вычисляется по формуле [17]

$$v_{I,i} = \frac{\partial}{\partial x} w_0(x_i, y_i) + ikw_0(x_i, y_i),$$

где $w_0(x_i, y_i)$ — поперечное смещение срединной плоскости крыла в точке скоса потока вверх на i -м элементе; k — приведенная частота,

$$v_{I,i} = (\mathbf{v}_{IR,i} + i\mathbf{v}_{II,i})\mathbf{q}_3, \quad \mathbf{v}_{IR,i} = \frac{\partial \mathbf{a}_3}{\partial x}(x_i, y_i), \quad \mathbf{v}_{II,i} = k\mathbf{a}_3(x_i, y_i).$$

Индукцированные скорости для всех элементов вычисляются по формулам

$$\mathbf{v}_I = \mathbf{v}_{IT}\mathbf{q}_3, \quad \mathbf{v}_{IT} = \mathbf{v}_{IR} + i\mathbf{v}_{II},$$

вектор-столбец аэродинамической нагрузки $\mathbf{F}_{z0}$ — по формуле

$$\mathbf{F}_{z0} = \frac{1}{2} \rho_\infty U^2 \mathbf{a}_3 \mathbf{A} \mathbf{q}_3,$$

где ρ_∞ — плотность однородного потока; $\mathbf{a}_3$ — матрица, столбцы которой являются вектор-столбцами пробных функций Ритца в парных точках; $\mathbf{A} = \mathbf{S} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{v}_{IT}$; $\mathbf{D}$ — матрица коэффициентов аэродинамических сил. Элементами главной диагонали матрицы $\mathbf{S}$ являются площади элементов.

Окончательно уравнение движения крыла записывается в виде

$$M_w \ddot{\mathbf{q}}_3 + K_w \mathbf{q}_3 = \frac{1}{2} \rho_\infty U^2 \mathbf{a}_3 \mathbf{A} \mathbf{q}_3,$$

где K_w , M_w — подматрицы жесткости и массы крыла, соответствующие поперечному прогибу [13, 18]. Уравнения, используемые для расчета аэродинамических нагрузок, приведены в работе [17].

3. Анализ флаттера. Для анализа флаттера используется метод $U-g$, в котором к уравнению движения добавляется искусственная вязкость g , причем флаттер происходит при $g = 0$. Значения частоты и скорости при $g = 0$ являются частотой и скоростью, при которых возникает флаттер, соответственно. Алгоритм метода $U-g$ изложен в работах [19, 20].

4. Результаты численного исследования и их обсуждение. Ниже приведены результаты тестирования кодов пакета MATLAB, предназначенных для решения задач о колебаниях конструкций под действием аэродинамических нагрузок.

4.1. Тестирование кода, предназначенного для решения задач аэродинамики. Исследовано крыло с частичным размахом закрылка (рис. 1). Крыло с отклоненной поверхностью управления показано на рис. 2. Представленные результаты согласуются с результатами, приведенными в [17].

4.2. Анализ свободных колебаний главного крыла полумонокока. Полукрыло из изотропного материала имело следующие механические и геометрические параметры: размах — 4,88 м, ширина законцовки крыла — 0,914 м, ширина комеля — 1,83 м, толщина крыла $h = 0,0457$ м, угол стреловидности по передней кромке $\Lambda = 30^\circ$, плотность материала $\rho = 2700$ кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, модуль Юнга $E = 70,7$ ГПа. Крыло

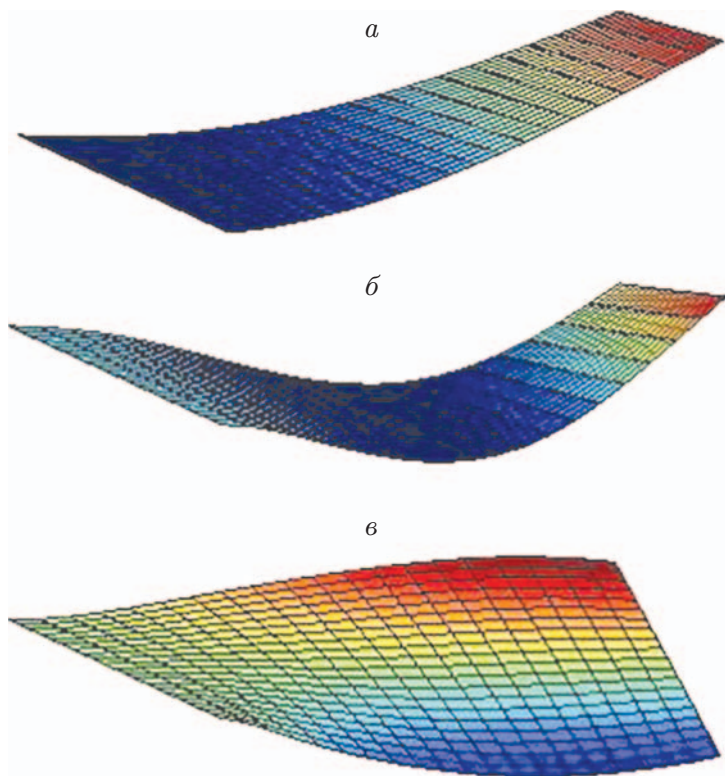


Рис. 1. Моды полумонокока (профиль NASA0021):
a — мода 1, *б* — мода 3, *в* — мода 4

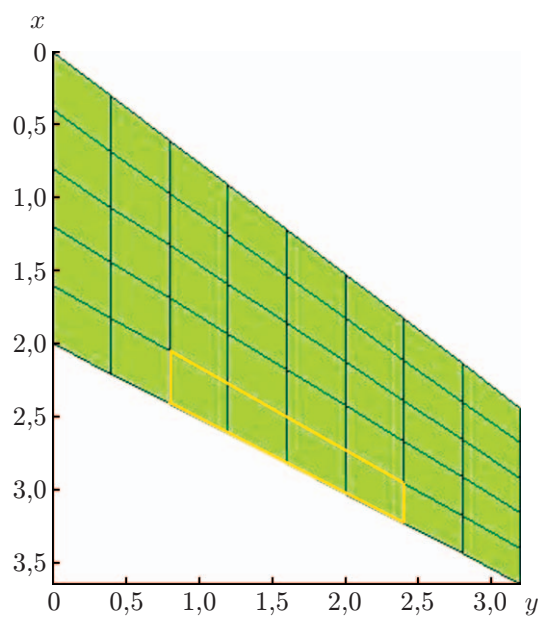


Рис. 2. Крыло с отклоненным закрылком

Таблица 1

Значения собственных частот колебаний полумонокока Ω

Номер моды	Форма колебаний	Ω , Гц		
		NASTRAN [21]	Модель эквивалентной пластины [21]	Данные настоящей работы
1	Изгибная	12,9	13,1	13,5
2	Плоская	47,7	—	46,2
3	Изгибная	56,6	60,8	62,6
4	Крутильная (локальная)	68,1	—	107,8

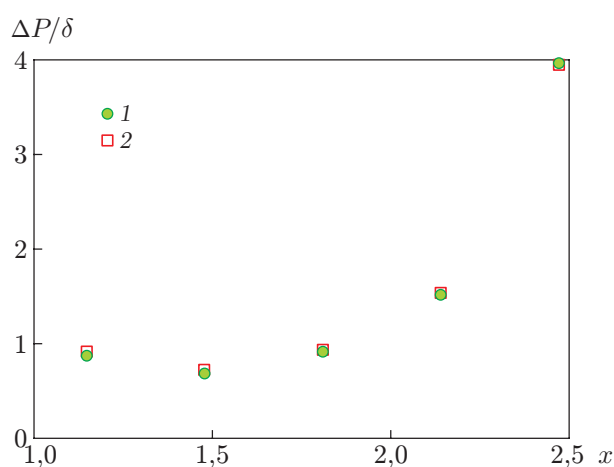


Рис. 3. Распределение давления вдоль хорды крыла с отклоненным закрылком ($A_r = 4$, $k = 0$, $M = 0,6$, $N_x = 5$, $N_y = 8$, $\Lambda = 35^\circ$, $\lambda = 0,6$, $\alpha = 0^\circ$, $\delta = 10^\circ$, $y = 1,4$):
1 — результаты расчета в данной работе, 2 — результаты расчета [17]

защемлено в комеле и имеет 10 нервюр и четыре лонжерона, распределенных равномерно. Толщина стенки нервюры и лонжерона равна 1,47 мм, ширина полки нервюры или лонжерона — 9,47 мм, ее высота — 5 мм, толщина обшивки — 3 мм.

Значения собственных частот колебаний полумонокока (профиль NASA0021) приведены в табл. 1.

На рис. 3 показано распределение давления вдоль хорды крыла с отклоненным закрылком (M — число Маха, N_x , N_y — число элементов вдоль хорды и на полуразмахе крыла, λ — коэффициент конусности, α — угол атаки, δ — угол отклонения закрылка).

Число степеней свободы в модели эквивалентной пластины равно 320, поэтому для нее требуется меньшее количество входных данных, чем для конечно-элементной модели. Число элементов в конечно-элементной модели, использованной в работе [21], равно 3784.

4.3. *Анализ свободных колебаний крыла из композита.* Значения частоты $\Omega = (\omega a^2/h) \sqrt{\rho/E_2}$ первых четырех мод колебаний трапецевидного крыла из симметричного слоистого $[-15/15/0]_s$ композита ($\lambda = 0,25$, $a/h = 10$, угол стреловидности по 1/4 хорды крыла $\beta_q = -45^\circ$) приведены в табл. 2. Крыло изготовлено из материала со следующими характеристиками: $E_1/E_2 = 40$, $G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = 0,6$, $G_{23}/E_2 = 0,5$, $\nu_{12} = 0,25$ (ν_{12} — коэффициент Пуассона, E_1 , E_2 — модули Юнга в продольном и поперечном направлениях соответственно, G_{12} — модуль сдвига однонаправленного композита). Представленные в табл. 2 результаты аналогичны результатам, приведенным в работе [13].

Таблица 2

Значения частоты Ω первых четырех мод колебаний крыла из композитного материала

Номер моды	Ω , Гц	
	Модель эквивалентной пластины [13]	Настоящая работа
1	7,55	7,55
2	15,95	15,95
3	24,89 (плоская мода)	24,87 (плоская мода)
4	27,81	27,81

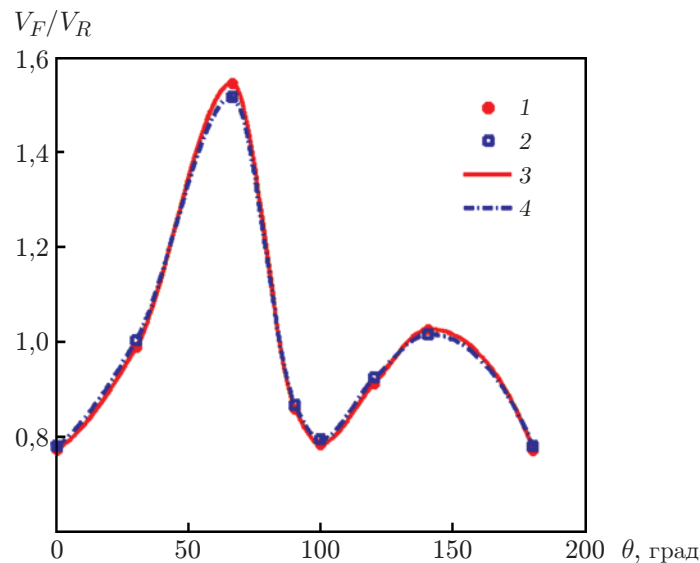


Рис. 4. Зависимость скорости, при которой возникает флаттер, V_F/V_R от угла θ при $A_r = 1,5$, $\beta = 4$, $V_R = 138,47$ м/с:

1, 2 — результаты расчета, 3, 4 — аппроксимация; 1, 3 — данные настоящей работы, 2, 4 — данные [22]

4.4. Флаттер крыльев из композитного материала с малым соотношением сторон.

Исследуемое крыло из однонаправленного композита с малым соотношением сторон имело следующие характеристики: $E_2 = 4 \cdot 10^9$ Н/м², $\nu_{12} = 0,25$, $G_{12} = 0,4E_2$, $\beta = E_1/E_2$, $\rho = 1500$ кг/м³, $h = 0,016$ м, $\rho_a = 0,45908$ кг/м³, $c = 303,2$ м/с (β — параметр ортотропии, ρ , h — плотность материала и толщина крыла соответственно, ρ_a — плотность воздуха, c — скорость звука). Анализ флаттера выполнен при различных значениях угла намотки волокон в диапазоне $\theta = 0 \div 180^\circ$. Зависимость нормированной скорости, при которой возникает флаттер, V_F/V_R от угла θ приведена на рис. 4 (V_F — скорость, при которой возникает флаттер, V_R — скорость, при которой возникает дивергенция при $\theta = 0^\circ$). Видно, что скорость, при которой возникает флаттер, существенно зависит от угла намотки. Как правило, большая скорость, при которой возникает флаттер, имеет место при $\theta < 90^\circ$. Зависимость скорости, при которой возникает флаттер, от угла намотки волокон является сложной, поэтому ее параметрическое исследование представляет собой актуальную задачу. Полученные в данной работе результаты хорошо согласуются с результатами, представленными в работе [22].

4.5. Анализ флаттера крыла с поверхностью управления и малым соотношением сторон. Схема крыла с поверхностью управления, используемого при анализе флаттера, показана на рис. 5. Характеристики используемого материала крыла имели следующие

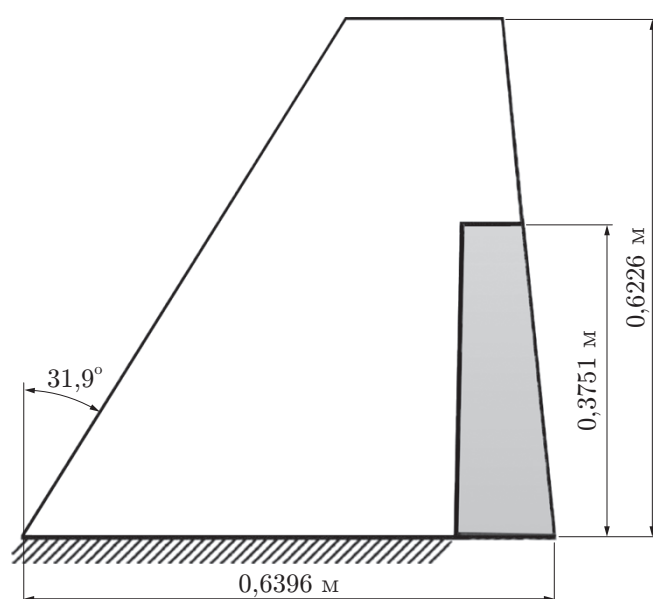


Рис. 5. Форма крыла с поверхностью управления

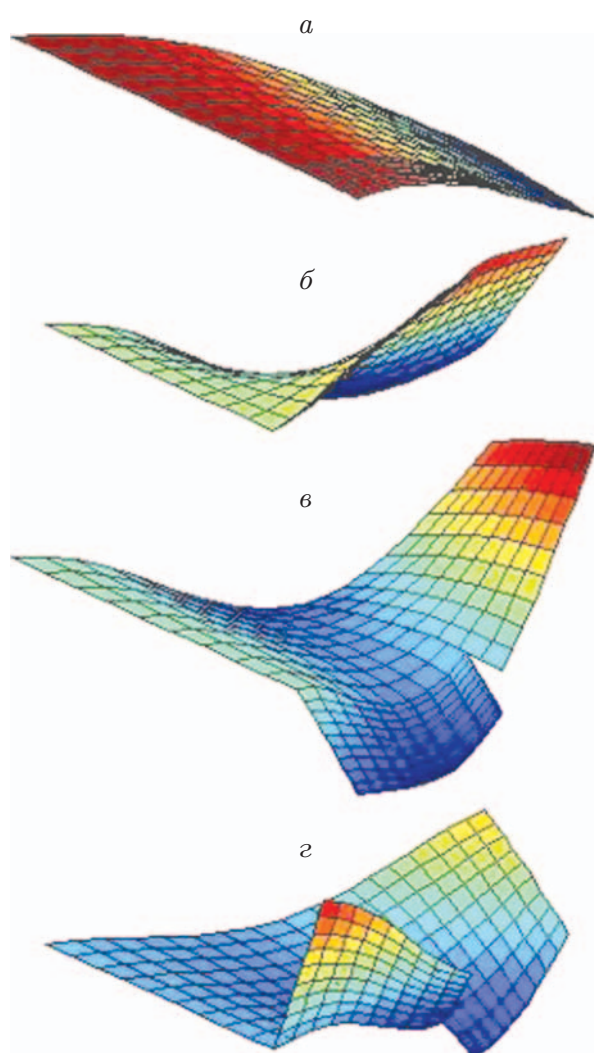


Рис. 6. Моды колебаний крыла с поверхностью управления:
a — мода 1, *б* — мода 2, *в* — мода 3,
г — мода 4

значения: $\rho_{al} = 2800 \text{ кг/м}^3$, $E = 72 \text{ ГПа}$, $\nu = 0,33$, $h = 6 \text{ мм}$, жесткость шарниров управляющей поверхности $K_\theta = 1000 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$, $\rho_a = 1,23 \text{ кг/м}^3$, $M = 0,7$. Моды колебаний данного крыла показаны на рис. 6.

Проведено сравнение значений скорости, при которых возникает флаттер, V_F , полученных в настоящей работе и работе [5]. В [5] для расчета аэродинамических нагрузок использовался метод диполей, для моделирования поведения конструкции — метод конечных элементов и метод фиктивной массы. Анализ флаттера проведен с помощью метода $U-g$, метода интегрирования по времени и метода локализации корней. Вычисленное в настоящей работе значение скорости, при котором возникает флаттер ($V_F = 200,5 \text{ м/с}$), хорошо согласуется со значениями скорости V_F , вычисленными с помощью указанных методов в работе [5] ($V_F = 196,9 \div 201,1 \text{ м/с}$).

Заключение. Выполнено аналитическое исследование флаттера композитных крыльев с управляющей поверхностью и с малым соотношением сторон в дозвуковом потоке. Для расчета действующей на крыло нестационарной аэродинамической нагрузки использован метод диполей, для моделирования поведения конструкции — модель эквивалентной пластины. Исследование флаттера проведено с помощью метода $U-g$. Предложенный эффективный метод исследования флаттера можно использовать на стадии предварительного проектирования крыла.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Wright J.** Introduction to aircraft aeroelasticity and loads / J. Wright, J. Cooper. N. Y.: Courier Dover Publ., 2007.
2. **Krishnamurthy T., Mason B.** Equivalent plate analysis of aircraft wing with discrete source damage // 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC: Structures, structural dynamics, and materials conf.; 14th AIAA/ASME/AHS adaptive structures conf., Newport (Rhode Island), 1–4 May 2006, S. 1.: AIAA, 2006. 2218.
3. **Abdelrahmen W.** Static and dynamic behaviour of composite swept wings: Master M. Sc thesis. Cairo: Engng Cairo Univ., 1995.
4. **Bae J.-S., Yang S.-M., Lee I.** Linear and nonlinear aeroelastic analysis of fighter-type wing with control surface // J. Aircraft. 2002. V. 39, N 4. P. 697–708.
5. **Bae J.-S., Inman D., Lee I.** Effects of structural nonlinearity on subsonic aeroelastic characteristics of an aircraft wing with control surface // J. Fluids Structures. 2004. V. 19, N 6. P. 747–763.
6. **Kim K.-S., Kim J.-Y., Yoo J.-H., et al.** Nonlinear aeroelastic analysis of a wing with control surface freeplay in subsonic/transonic regions // J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 2007. V. 35, N 4. P. 295–301.
7. **Na Y.-H., Shin S.** Equivalent-plate analysis for a composite wing with a control surface // J. Aircraft. 2013. V. 50, N 3. P. 853–862.
8. **Lai K. L., Zhang X., Kim T.** Numerical study of effect of control surface on wing flutter in transonic flow // 55th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC: Structures, structural dynamics, and materials conf., National Harbor (USA), Jan. 13–17, 2014. N. Y.: AIAA, 2014. P. 1–28.
9. **Jian T., Changchuan X., Chao Y.** Flutter analysis of aircraft wing using equivalent-plate models with orthogonal polynomials // Trans. Nanjing Univ. Aeronaut. Astronaut. 2015. V. 32, N 5. P. 508–516.
10. **Mozaffari-Jovin S., Firouz-Abadi R., Roshanian J.** Flutter of wings involving a locally distributed flexible control surface // J. Sound Vibrat. 2015. V. 357. P. 377–408.

11. **Carrese R., Joseph N., Marzocca P., Mouser C.** Nonlinear aeroelastic response of the AGARD 445.6 wing due to control surface freeplay // Proc. of the 17th Australian intern. aerospace congress: AIAC 2017, Melbourne (Australia), 26–28 Febr. 2017. N. Y.: Curran Assoc. Inc., 2018. P. 69–74.
12. **He X., Song Z., Wu Z., Liu F.** Aeroelastic testing for freeplay induced limit cycles of flexible wing-aileron system // AIAA Scitech 2020 forum, Orlando (USA), 6–10 Jan. 2020. N. Y.: AIAA, 2020. DOI: 10.2514/6.2020-1908.
13. **Kapania R. K., Lovejoy A. E.** Free vibration of thick generally laminated cantilever quadrilateral plates // AIAA J. 1996. V. 34, N 7. P. 1474–1486.
14. **Kapania R. K., Liu Y.** Static and vibration analyses of general wing structures using equivalent-plate models // AIAA J. 2000. V. 38, N 7. P. 1269–1277.
15. **Liu Y.** Efficient methods for structural analysis of built-up wings: Diss. Dr. Ph. Blacksburg, 2000.
16. **Yang Y., Wu Z., Yang C. J. P. E.** Equivalent plate modeling for complex wing configurations // Proc. Engng. 2012. V. 31. P. 409–415.
17. **Ueda T., Dowell E.** A new solution method for lifting surfaces in subsonic flow // AIAA J. 1982. V. 20, N 3. P. 348–355.
18. **Abbas M. K., Negm H. M., Elshafei M. A.** Flutter and divergence characteristics of composite plate wing // Proc. of the Intern. conf. on aerospace sciences and aviation technology, Cairo (Egypt), 28–30 May 2013. Cairo: The Military Tech. College, 2013. P. 1–21.
19. **Hollowell S. J., Dugundji J.** Aeroelastic flutter and divergence of stiffness coupled, graphite/epoxy cantilevered plates // J. Aircraft. 1984. V. 21, N 1. P. 69–76.
20. **Bisplinghoff R. L.** Aeroelasticity / R. L. Bisplinghoff, H. Ashley, R. L. Halfman. N. Y.: Courier Corp., 2013.
21. **Na Y.-H., Kim J.-H., Shin S.-J.** Vibration analyses of an equivalent plate wing with an external store // Aeronaut. J. 2014. V. 118, N 1207. P. 1090–1098.
22. **Lin K.-J., Lu P.-J., Tarn J.-Q.** Flutter analysis of cantilever composite plates in subsonic flow // AIAA J. 1989. V. 27, N 8. P. 1102–1109.

*Поступила в редакцию 12/XI 2020 г.,
после доработки — 12/XI 2020 г.
Принята к публикации 28/I 2021 г.*
