ПМТФ, № 2, 1962

ВЛИЯНИЕ ДИФФУЗИИ ИЗЛУЧАЮЩИХ ПРИМЕСЕЙ НА КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

А. Н. Румынский

(*Москва*)

Рассматривается пограничный слой вблизи передней критической точки осесимметричного тупоносого тела, с поверхности которого выделяется активный (излучающий) газ. Принято, что пограничный слой представляет бинарную смесь, в которой не происходит химических реакций. Для выделения эффекта влияния диффузии излучающего газа на теплообмен пренебрегается влиянием излучения компонентов газа основного потока на его течение. В указанных предположениях с использованием некоторых дополнительных упрощающих предпосылок получены формулы для расчета конвективных тепловых потоков в окрестности критической точки притупленного тела при выделении с его поверхности излучающего газа.

1. При решении задачи будем исходить из результатов работы [1], в которой исследован вопрос о теплообмене в лобовой точке, омываемой излучающей средой при отсутствии газовыделения с поверхности тела. Так как здесь пренебрегается влиянием излучения основного потока на течение газа в возмущенной области, то в отличие от цитируемой работы в рассматриваемом случае нет необходимости в использовании полной системы уравнений Навье — Стокса, а достаточно ограничиться анализом течения лишь в вязком пограничном слое. При этом будем пренебрегать взаимодействием завихренностей ударного и пограничного слоев, т. е. будет считать параметры на внешней границе пограничного слоя равными параметрам за отошедшей ударной волной, что позволяет использовать схему асимптотического пограничного слоя [2, 3]. Последнее, очевидно, будет справедливым в тех случаях, когда толщина пограничного слоя будет значительно меньше расстояния δ между телом и ударной волной [4], что в дальнейшем и предполагается.

Уравнения движения и неразрывности для смеси газов в пограничном слое при наличии диффузии излучающих примесей, выделяющихся с поверхности тела, имеют такой же вид, как в работе [1], причем в силу вышеизложенного в них следует положить равными нулю члены, содержащие поперечный градиент давления, и сохранить только те члены, которые существенны в пограничном слое.

Уравнение энергии с учетом потока тепла, переносимого за счет диффузии, теплопроводности и радиации в пренебрежении диффузионной теплопроводностью может быть представлено в виде [5]

$$\rho u \frac{\partial i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial i}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu}{P}\frac{\partial i}{\partial y}\right) - \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 - u_s \frac{dp_s}{dx} =$$

$$= \rho q_R + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{P - P_D}{P}\rho D_{12}(i_1 - i_2)\frac{\partial c_1}{\partial y}\right] \qquad (1.1)$$

Здесь x, y — расстояния, отсчитываемые от передней критической точки вдоль и по нормали поверхности тела, соответственно; u и v — составляющие скорости по этим направлениям; p — давление, q_R — скорость притока тепла лучистой энергии; индексы 1 и 2 относятся к параметрам активного газа и основного потока, индекс s — к параметрам за ударной волной; ρ, i, μ — плотность, энтальпия и коэффициент вязкости смеси; P и P_D — молекулярное и диффузионное числа Прандтля; D — коэффициент диффузии

$$i = \sum_{j=1}^{2} i_j c_j, \quad i_j = \int_0^T c_{pj}\, dT + i_j^\circ, \qquad P_D = P \frac{\lambda}{c_p^+ \rho D_{12}}, \qquad D_{12} = D_{21}, \qquad c_p^+ = \sum_j c_{pj} c_j$$

где i_j, c_{pj} — энтальпия и теплоемкость j-го компонента, λ — коэффициент теплопроводности, c_p^+ — средняя теплоемкость смеси, T — температура, i_j° — энтальпия образования, экстраполированная к абсолютному нулю, c_j — весовая концентрапия j-го компонента, удовлетворяющая следующему уравнению неразрывности:

$$\rho u \frac{\partial c_j}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_j}{\partial y} = -\frac{\partial K_j}{\partial y} \quad (j = 1, 2), \qquad c_1 = 1 - c_2 \tag{1.2}$$

В пренебрежении термодиффузией для бинарной смеси входящий в первую часть уравнения (1.2) диффузионный поток K_j равен

$$K_1 = -K_2 = -\rho D_{12} \frac{\partial c_1}{\partial y} \tag{1.3}$$

В рассматриваемой постановке задачи граничными условиями для решения приведенной системы уравнений движения, энергии и диффузии в пограничном слое будут

$$u = 0, \quad v = v_w, \quad i = i_w, \quad c_1 = c_{1w} \quad \text{при } y = 0$$
$$u = u_s, \quad i = i_s, \quad c_1 = 0 \quad \text{при } y \to \infty \tag{1.4}$$

Здесь индексом w отмечены параметры на стенке.

Общее выражение для скорости притока тепла лучистой энергии дано в работах [1, 6] и для краткости не приводится. Заметим лишь, что в рассматриваемом случае коэффициенты поглощения смеси зависят от концентрации активного газа c_1, причем $\alpha_\nu \to 0$ при $c_1 \to 0$, т. е. в силу (1.4) имеем $q_R \to 0$ при $y \to \infty$.

2. Используя обычное для окрестности критической точки предположение о малости членов порядка $O(x^2)$, будем искать решение полученной системы в виде, аналогичном решению работы [1]

$$u = f'(\eta)\, x, \qquad v = -2f(\eta) \frac{\rho_s}{\rho}, \qquad i = i(\eta), \qquad c_1 = c_1(\eta)$$
$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\beta^2 \rho_s x, \quad \beta = \frac{\sqrt{2bk}}{R}, \quad k = \frac{\rho_\infty}{\rho_s}, \quad \eta = \int_0^y \frac{\rho}{\rho_s} dy \tag{2.1}$$

Здесь R — радиус Миделя тела, u_∞, ρ_∞ — скорость и плотность набегающего потока, b — постоянная, зависящая от формы тела [7].

При этом задача сводится к решению следующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\nu_s (l f'')' + 2 f f'' = f'^2 - \frac{\beta^2 \rho_s}{\rho}$$
$$\nu_s \left(\frac{l}{P} i'\right)' + 2 f i' + c_1' \left(1 - \frac{P_D}{P}\right) \left[\frac{l c_p^- T'}{P_D} - 2f (i_1 - i_2)\right] = -q_R \tag{2.2}$$
$$\nu_s \left(\frac{l}{P_D} c_1'\right)' + 2 f c_1' = 0$$

Здесь

$$\nu_s = \frac{\mu_s}{\rho_s}, \qquad l = \frac{\mu \rho}{\mu_s \rho_s}, \qquad c_p^- = c_{p1} - c_{p2}$$

Третьим членом левой части уравнения энергии в системе (2.2) учитывается то обстоятельство, что при $P_D \neq P$ процессы переноса энергии за счет диффузии и теплопроводности протекают с различной интенсивностью. При $P_D = P$ это уравнение по форме совпадает с уравнением, рассмотренным в работе [1]. Последним упрощением воспользуемся для вычисления приращения конвективного теплового потока, обусловленного излучением газа, выделяющегося с поверхности тела. Кроме того, примем $l = \mathrm{const}$. Погрешности, связанные с принятыми допущениями, и целесообразность этих допущений при вычислении приращения конвективного потока обсуждаются в последнем параграфе работы.

В указанных предположениях система (2.2) в безразмерных величинах запишется в виде

$$f''' + 2ff'' = f'^2 - \frac{1}{\rho}, \quad i'' + 2fPi' = -PK^*q_R$$

$$c_1'' + 2fPc_1' = 0, \quad K^* = \frac{u_\infty^2}{4i_s}\frac{1}{\sqrt{2bk}}K, \quad K = \frac{8\alpha_m R\sigma T_m^4}{u_\infty^3} \tag{2.3}$$

$$i_0 = \frac{i}{i_s}, \quad \eta_0 = \left(\frac{\beta}{l\nu_s}\right)^{1/2}\eta, \quad \rho_0 = \frac{\rho}{\rho_s}, \quad f_0 = (\beta l \nu_s)^{-1/2} f, \quad q_{R0} = (K^*\beta i_s)^{-1} q_R$$

с граничными условиями

$$f' = 0, \quad f = f_w, \quad i = i_w, \quad c_1 = c_{1w} \quad \text{при } \eta = 0$$

$$f' \to 1, \quad i \to 1, \quad c_1 \to 0 \qquad \text{при } \eta \to \infty \tag{2.4}$$

Безразмерные величины отмечены индексом 0, который в системе (2.3) — (2.4) для простоты опущен; индекс m относится к характерным средним значениям соответствующих величин.

Параметр K^* характеризует основное влияние излучения на характеристики пограничного слоя в окрестности критической точки. Приведенным выше соотношением между K^* и соответствующим параметром K, использованным в работе [6] для плоской пластины, характеризуется влияние градиента давления. Первый множитель при K практически равен $^1/_2$ и появляется лишь за счет некоторого отличия используемых здесь безразмерных величин от соответствующих величин работы [6]. Второй множитель обусловлен градиентом давления в окрестности критической точки. С ростом градиента давления увеличивается скорость и уменьшается время пребывания частицы в окрестности точки торможения с высокими значениями давления и температуры, а следовательно, влияние излучения падает, т. е. параметр K^* уменьшается.

Будем считать величину q_R известной, определенной по профилям температуры и концентрации активного газа в неизлучающем пограничном слое, последний из которых определяется решением третьего уравнения системы (2.2)

$$c_1 = c_{1w}\left(1 - \frac{J_1(\eta)}{J_1(\infty)}\right), \qquad J_1(\eta) = \int_0^\eta \exp\left(-2P\int_0^\eta f\,d\eta\right)d\eta \tag{2.5}$$

Здесь и в дальнейшем функция f определяется решением системы (2.2) — (2.4) при $K^* = 0$.

С учетом излучения выделяющегося с поверхности тела активного газа, распределение энтальпии в пограничном слое запишется так:

$$i(\eta) = i_w + CJ_1(\eta) - PK^*J_2(\eta), \qquad C = \frac{1 - i_w + PK^*J_2(\infty)}{J_1(\infty)}$$

$$J_2(\eta) = \int_0^\eta \exp\left(-2P\int_0^\eta f\,d\eta\right)\int_0^\eta \exp\left(2P\int_0^\eta f\,d\eta\right) q_R(T, c_1)\,d\eta\,d\eta \tag{2.6}$$

Поток тепла, переносимого к поверхности тела за счет диффузии и теплопроводности, определяется градиентами температуры и концентрации при $\eta = 0$ согласно формуле

$$q_w = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - \left(\rho D_{12} \frac{\partial c_1}{\partial y}\right)(i_1 - i_2) \tag{2.7}$$

Вычисляя значение производной температуры на стенке и подставляя его в выражение для теплового потока (2.7), получим

$$q_w = J_1^{-1}(\infty) P^{-1} \sqrt{\mu_s \rho_s \beta} \left\{1 + \frac{P i_s K^* J_2(\infty)}{\beta (i_s - i_w)} + c_{1w} \frac{i_{1w} - i_{2w}}{i_s - i_w}\right\} (i_s - i_w) \tag{2.8}$$

В работе [1] указывалось, что переменность члена, содержащего градиент давления в первом уравнении системы (2.3), незначительно влияет на его решение и практически не сказывается на решении уравнения энергии, в результате чего эти уравнения могут быть решены независимо одно от другого. Более того, Лиз показал, что правую часть уравнения движения можно опустить, допуская при этом лишь малые погрешности, особенно при низких энтальпийских факторах $i_w / i_s \ll 1$, что обычно выполняется в наиболее интересных практических случаях. Это позволяет в численных расчетах использовать решение уравнения Блазиуса при $f_w \neq 0$, затабулированное для ряда значений f_w в работе [8]; в этом случае

$$J_1(\eta) = \int_0^\eta f''^P d\eta, \quad J_2(\eta) = \int_0^\eta f''^P \int_0^\eta f''^{-P} q_R(T, c_1)\, d\eta\, d\eta \tag{2.9}$$

3. Для получения результатов в конечном виде и для качественной оценки рассматриваемого эффекта будем считать активный газ серым излучателем с объемным коэффициентом поглощения $k = \alpha\rho$, линейно зависящим от парциального давления активного газа [1], а также пренебрежем реабсорбцией в пограничном слое. В указанных предположениях скорость притока тепла лучистой энергии согласно работам [1, 6] может быть представлена в виде

$$q_R = 4\sigma\alpha \left[T^4 - \tfrac{1}{2}(\varepsilon_w T_w^4 + (2 - \varepsilon_w) q_{r0})\right] \qquad q_r = q_{r0}\sigma \tag{3.1}$$

Здесь ε_w — коэффициент черноты обтекаемой поверхности, q_r — лучистый поток, падающий на внешнюю границу пограничного слоя от высокотемпературного ударного слоя, σ — постоянная Стефана—Больцмана.

Так как при гиперзвуковых скоростях $\delta / R \ll 1$, то излучающую в окрестность критической точки часть ударного слоя (шаровой сегмент) можно рассматривать как плоскопараллельный слой с толщиной δ и определять q_r по формуле

$$q_r = \int_0^\infty \pi B_\nu [1 - 2E_3(k_\nu \delta)]\, d\nu, \quad E_3(\tau) = \int_1^\infty t^{-3} e^{-\tau t} dt \approx \frac{1}{2} e^{-\beta\tau} \quad (1.5 \leqslant \beta \leqslant 2) \tag{3.2}$$

Здесь B_ν — функция Планка.

Если при вычислении q_r воспользоваться приведенным в (3.2) приближенным выражением для функции $E_3(\tau)$, то расчетная формула принимает вид

$$q_r = \varepsilon_e(p_s, T_s, L_e)\, \sigma T_s^4 \qquad \left(\varepsilon_e = \frac{\pi}{\sigma T^4} \int_0^\infty B_\nu (1 - e^{-k_\nu L_e})\, d\nu, \qquad L_e = \beta\delta\right) \tag{3.3}$$

[1] Отметим, что использование более общей зависимости не вносит в решение дополнительных трудностей.

Здесь ε_e — эффективный коэффициент черноты полусферического газового объема, излучающего в центр основания полусферы; L_e — эквивалентный радиус рассматриваемого излучающего объема. При среднем значении $\beta \approx 1.8$, как следует из (3.3), $L_e = 1.8\,\delta$, что совпадает с приводящимися в большинстве пособий и справочников по теплопередаче [9–11] значениями эквивалентных радиусов для излучающего плоскопараллельного слоя. В указанной литературе приводятся также графики полусферических коэффициентов черноты $\varepsilon_e = \varepsilon_e(p, T, L_e)$ для паров воды и углекислого газа.

Результаты расчета q_r по формулам (3.2), (3.3) незначительно отличаются (в сторону завышения) от результатов расчета, учитывающего конфигурацию ударного слоя [1]. Последние можно получить, например, разбивая шаровой сегмент на n секторов с центром в критической точке и заменяя в i-м секторе границу (ударную волну) дугой окружности среднего радиуса r_i. Нетрудно убедиться, что в этом случае расчетная формула принимает вид

$$q_r = \sum_i^n \varepsilon_e(T_i, p_i, r_i)(\sin^2 \vartheta_i - \sin^2 \vartheta_{i-1})\,\sigma T_i^4 \tag{3.4}$$

Здесь ϑ_i, ϑ_{i-1} — углы между осью y и радиусами-векторами, окаймляющими i-й сектор.

Формула (3.4) позволяет учесть распределение параметров по длине излучающего сегмента. Максимальное отклонение параметров в сегменте от их значений в области точки торможения, очевидно, будет на линии пересечения ударной волны с плоскостью, касающейся обтекаемого тела в критической точке. Легко показать, используя соотношения на скачке, что эти отклонения несущественны и, например, для полусферического носка оказываются малыми порядка $\delta / R \approx k$, т. е. параметры в излучающем объеме меняются слабо, что позволяет для расчета q_r использовать формулы (3.2), (3.3).

При отсутствии поглощающего газа в пограничном слое вычисленный указанным способом поток q_r суммируется с конвективным. В рассматриваемом же случае поток q_r, как следует из (2.8), (3.1), воздействует на конвективный и аддитивность нарушается.

В предположениях настоящего параграфа выражение (3.1) с использованием решения (2.5) при $P = 1$ и соотношений

$$p_1 = pn_1, \qquad n_1 = \frac{m_2 c_1}{c_1 (m_2 - m_1) + m_1}, \qquad c_{1w} = \frac{-2f_w}{-2f_w + f_w''}, \qquad k = Gp_1$$

$$\rho = \rho_2 \left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right) c_1\right]^{-1}, \quad i = i_w + (i_s - i_w) f', \quad c_p^+ = c_{p1} c_1 + c_{p2} (1 - c_1)$$

может быть представлено в следующем виде:

$$q_R = -\frac{8\sigma G p m_2 f_w (1 - f')\,[i_w + (i_s - i_w) f']}{\rho_s i_s (f_w'' - 2f_w)\, m_1} \left\{\left[\frac{i_w + (i_s - i_w) f'}{c_{p1} c_{1w} + c_{p2} (1 - c_{1w})}\right]^4 - B\right\}$$

$$B = \frac{1}{2} (\varepsilon_w T_w^4 + (2 - \varepsilon_w)\, q_{r0}) \tag{3.5}$$

Здесь m_1, m_2 — молекулярные веса активного газа и основного потока, соответственно; G — коэффициент пропорциональности, в общем

---

[1] С ростом оптической толщины ударного слоя, а следовательно, с увеличением q_r это различие уменьшается.

случае зависящий от полного давления в смеси и местного значения температуры. Принимая

$$c_{p1} \approx c_{p2} = \text{const}, \qquad m_1 \approx m_2, \qquad G(p, T) = G(p)$$

из (2.8), (2.9) и (3.5) после несложных преобразований получим

$$q_w = q_{w0}\left\{1 - K_0 \sum_{n=0}^{4} C_4{}^n \left(\frac{T_s}{T_w} - 1\right)^n \left(\frac{i_w}{i_s - i_w} I_n + I_{n+1}\right) + \right.$$
$$\left. + K_0 B \left(\frac{i_w}{i_s - i_w} I_0 + I_1\right)\right\} \qquad (3.6)$$

$$K_0 = \frac{8\sigma G p f_w T_w{}^4}{\beta\,(f_w'' - 2 f_w)\,\rho_s i_s}, \qquad I_n = \int_0^\infty f'' \int_0^\eta f'^n \frac{1 - f'}{f''}\, d\eta\, d\eta$$

Здесь q_{w0} — конвективный тепловой поток, вычисленный в пренебрежении излучением, выделяющегося с поверхности тела газа, $C_m{}^n$ — число сочетаний из m по n. Интегралы I_n являются универсальными функциями, зависящими от интенсивности вдува активного газа; приводим значения $I_0, I_1, \ldots, I_5$ для трех значений f_w.

f_w	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
— 0.500	10.975	1.0648	0.3011	0.1394	0.08255	0.05578
— 0.375	3.8588	0.6495	0.2333	0.1194	0.07392	0.05137
— 0.250	2.0310	0.3036	0.0966	0.0446	0.02526	0.01639

4. Формула (3.6), полученная при целом ряде упрощающих предпосылок предыдущего параграфа, наглядно иллюстрирует качественное влияние диффузии излучающих примесей на конвективный теплообмен. Из (3.6) следует, что наличие в пограничном слое излучающих и поглощающих примесей может приводить к двум противоположным эффектам. Вторым слагаемым (3.6) определяется эффект высвечивания пограничного слоя, обусловленный потерей энергии за счет излучения активного газа. Этот эффект согласно (3.6) приводит к снижению конвективного теплообмена. Третье слагаемое обусловлено поглощением активным газом энергии, излучаемой ударным слоем и поверхностью обтекаемого тела. В отличие от эффекта высвечивания эффект перепоглощения приводит согласно (3.6) к увеличению конвективных потоков. Очевидно, что этот эффект определяется величиной лучистого потока q_r, излучаемого ударным слоем. Однако влияние излучения ударного слоя не ограничивается указанным эффектом. Кроме этого, течение в пограничном слое может измениться вследствие изменения параметров газа на его внешней границе за счет высвечивания ударного слоя, что не учитывалось в предыдущих параграфах. Чтобы учесть этот эффект, достаточно подставить в полученные выше формулы значение энтальпии на внешней границе, вычисленное с учетом высвечивания ударного слоя. При этом высвечиванием пограничного слоя за счет излучения частиц основного потока (например, воздуха) в силу относительно невысоких температур в пограничном слое по сравнению с температурой ударного слоя можно пренебречь $((T_w/T_s)^4 \ll 1)$, т. е. высвечивание пограничного слоя обуславливается только излучением активного газа.

Распределение энтальпии между внешней границей пограничного слоя и ударной волной, обусловленное высвечиванием ударного слоя, легко может быть получено, если воспользоваться способом, указанным в работе [1], а именно: положить в уравнениях цитируемой работы $\lambda = \mu = 0$. При этом распределение скоростей в ударном слое определяется решением работы [12], а профиль температуры — уравнением

$$(v^2/2 \ll i_s, \qquad (T_w/T_s)^4 \ll 1)$$

$$f\,\frac{di}{dy} = -\,2\sigma\alpha\,T^4, \qquad \alpha = \int_0^\infty \alpha_\nu p_\nu\,d\nu, \qquad p_\nu = \frac{\pi B_\nu}{\sigma T^4} \tag{4.1}$$

$$f = \left(\frac{ku_\infty}{2} - \beta\delta\right)\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + \beta y, \quad T(\delta) = T_\delta$$

В первом уравнении (4.1) можно принять c_p и α постоянными, равными их некоторым средним значениям по толщине ударного слоя [13]. В этом случае, как указывалось в работе [1], профиль температуры в ударном слое определяется в конечном виде

$$T = T_\delta\left(1 + K_\delta\,\ln\frac{1}{y}\,\frac{\delta + Ny}{1+N}\right), \quad K_\delta = \frac{6\sigma R T_\delta{}^3}{c_p u_\infty\sqrt{2bk}}, \quad N = \frac{Rk - 2\sqrt{2bk}\,\delta}{2\sqrt{2bk}\,\delta} \tag{4.2}$$

Для полусферического носка $\delta/R = k(1+\sqrt{2k})^{-1}$, а следовательно,

$$N = (1 - \sqrt{2k})/2\sqrt{2k}$$

Способом, несколько отличным от указанного в работе [1], это решение было получено в работе [14]. Оно отличается от решения (4.2) лишь наличием в параметре K_δ близкого к единице множителя $E_2(0.5\tau_\delta)$, приближенно учитывающего реабсорбцию в ударном слое[1] (τ_δ— оптическая толщина ударного слоя). Полученное решение обладает особенностью при $y \to 0$, однако в рассматриваемом случае оно может быть использовано для определения параметров на внешней границе пограничного слоя, входящих в формулы (2.8), (3.6). Ранее эта особенность обсуждалась в работах [16, 1, 14]. В связи с указанной особенностью и необходимостью при учете высвечивания ударного слоя в использовании конечной толщины пограничного слоя, следует отметить, что в окрестности критической точки, в силу большой завихренности потока в невязкой части ударного слоя, решение излучающего пограничного слоя должно переходить в решение для излучающего ударного слоя, определенное при том же значении линии тока. В то время как в плоских телах параметры на внешней границе пограничного слоя приравниваются к параметрам на нулевой линии тока невязкого течения, полученного без учета пограничного слоя [4], что позволяет в ряде случаев обтекания плоских тел осуществить асимптотический переход решения для излучающего пограничного слоя в решение задачи для невязкого излучающего ударного слоя [18].

Очевидно, что при вычислении лучистого потока q_r от ударного слоя с учетом его высвечивания появляется необходимость в учете изменения параметров по толщине излучающего сегмента. В этом случае q_r можно вычислять, разбивая i-й сектор в (3.4) на m_i концентрических слоев, суммируя затем лучистые потоки от всех m_i элементов с учетом их ослабления в предшествующих слоях. При этом для случая серого излучения расчетная формула может быть представлена в виде

$$q_r = \sum_{i,\,j=1}^{n,\,m_i} \varepsilon_{ij} \prod_{l=0}^{j-1} (1 - \varepsilon_{jl})\,(\sin^2\vartheta_i - \sin^2\vartheta_{i-1})\,\sigma T_{ij}{}^4 \tag{4.3}$$

Здесь $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_e(r_{ij} - r_{i,\,j-1},\, p_{ij},\, T_{ij})$ — эффективный коэффициент черноты полусферического газового объема с радиусом, равным толщине ij-го элемента, r_{ij} — радиус-вектор ij-го элемента, T_{ij}, p_{ij} — температура и давление в ij-м элементе.

---

[1] Согласно работе [6] при учете реабсорбции в первом приближении правая часть уравнения (4.1) принимает вид $-\beta\sigma\alpha T^4$ и лишь при $\tau_\delta \approx 0$ переходит в $-2\sigma\alpha T^4$, так как $\beta(0) = 2$, где β определяется из (3.2). Отсюда следует, что для приближенного учета реабсорбции достаточно в решении (4.2) умножить параметр K_δ на $\beta/2$. Очевидно, что этот множитель имеет такой же смысл, как и $E_2(0.5\tau_\delta)$, и при $\tau_\delta \approx 0$ также обращается в единицу. Заметим, что оба способа учета реабсорбции могут быть использованы только при относительно небольших τ_δ. Большие оптические толщины рассматриваются в работах [15–17].

Таким образом, суммарный эффект, связанный с наличием радиационного поля в газовом потоке, обусловливается высвечиванием излучающих примесей активного газа в пограничном слое, приводящим к уменьшению конвективных потоков, поглощением примесями лучистого потока q_r от ударного слоя, приводящим к их увеличению, и высвечиванием ударного слоя, приводящим к снижению q_r и температуры на внешней границе пограничного слоя. Кроме того, активный газ несколько экранирует поверхность тела от лучистого потока q_r, т. е. поглощенная им доля энергии q_r в силу относительно низких температур в пограничном слое не компенсируется его излучением (очевидно, что формула (4.3) учитывает указанный эффект экранирования).

Следовательно, поглощение активного газа, приводя (путем деформации профиля температуры в пограничном слое) к увеличению конвективного потока, несколько снижает лучистый. Высвечивание же, не внося существенного увеличения лучистого потока к телу q_r, может заметно деформировать профиль температуры в пограничном слое и соответственно уменьшить конвективный поток.

В зависимости от того, который из перечисленных эффектов играет преобладающую роль, воздействие радиационного поля на поле температур в возмущенной области может приводить как к увеличению, так и к уменьшению суммарного потока, поступающего в оболочку обтекаемого тела:

$$q_\Sigma = q_{w0} z + A_w q_r - \varepsilon_w \sigma T_w^4 \tag{4.4}$$

где A_w — поглощательная способность поверхности тела (часто принимается $A_w = \varepsilon_w$ — интегральный закон Кирхгофа); z — множитель, учитывающий влияние радиационного поля на конвективный теплообмен.

В рассматриваемом случае множитель z определяется формулами (2.8) или с меньшей степенью точности (3.6). Эти формулы, очевидно, могут быть использованы не только для качественного анализа влияния диффузии излучающих примесей на теплообмен, но и для численных расчетов.

Действительно, представление q_w в виде $q_{w0} z$ весьма удобно, и, если q_{w0} определяется с учетом основных свойств реального газа, то интегральная величина z с достаточной точностью может быть вычислена в предположениях второго и даже предыдущего параграфов. Очевидно, что переменность l, отличие числа Льюиса от единицы, точный учет членов, содержащих градиент давления, и т. п. могут внести в z лишь малые поправки и не могут существенно изменить величину теплового потока, тем более, что все эти факторы учитываются первым (основным) сомножителем полученных формул.

Из этих формул легко устанавливается также влияние коэффициента черноты поверхности ε_w на приращение конвективного потока за счет излучения. Уменьшение ε_w в зависимости от величины температурного фактора T_w / T_s может приводить как к снижению, так и увеличению конвективных тепловых потоков.

В пренебрежении реабсорбцией для серого излучения при $T_w/T_s < \varepsilon_e^{0.25}$ уменьшение ε_w, как следует из (3.6) и (3.3), приводит к увеличению, а при $T_w / T_s > \varepsilon_e^{0.25}$ — к снижению конвективных потоков. Вполне очевиден физический смысл приведенных неравенств. Например, при $T_w \approx 0$ всегда выполняется первое неравенство, приводящее к увеличению потоков с уменьшением ε_w. В этом случае при $\varepsilon_w = 0$ приращение потока примерно удваивается по сравнению с $\varepsilon_w = 1$. Последнее обусловливается тем, что в первом случае пограничный слой дважды пронизывается лучистым потоком (падающим от ударного слоя и отраженным от поверхности тела), в то время как при $\varepsilon_w = 1$ прошедший через пограничный слой лучистый поток полностью поглощается стенкой.

Очевидно, что с ростом T_w и уменьшением ε_e основную роль будет играть поглощение активным газом теплового излучения тела, а следовательно, при выполнении второго из приведенных выше неравенств увеличение ε_w приводит к увеличению конвективных тепловых потоков.

Поступила 23 XII 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Румынский А. Н. Теплообмен в лобовой точке, омываемой излучающей средой. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1961, № 1.
2. Сибулкин М. Теплоотдача вблизи передней критической точки тела вращения. ИИЛ, Механика, 1953, № 3.
3. Fay J. A., Riddell F. R. The cory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air, JAS, 1958, № 2.
4. Пробстейн Р., Кемп Н. Вязкие аэродинамические характеристики в гиперзвуковом потоке разреженного газа. ИИЛ, Механика, 1961, № 2.
5. Авдуевский В. С., Оброскова Е. И. Исследование ламинарного пограничного слоя на пористой пластине с учетом тепло- и массообмена. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 4.
6. Румынский А. Н. Пограничный слой в излучающих и поглощающих средах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 2.
7. Бойсон Дж. К., Кертис Х. А. Экспериментальные исследования градиента скорости на затупленном теле. ИИЛ, Механика, 1960, № 1.
8. Schlichting und Bussman. Exachte Lösungen für die laminar Grenzschicht mit Abseuengung und Ausblassen. Deutsche Akad. d. Luftfahrtforschung. 1943, Bd. 7, № 2.
9. Эккерт Э. Р. Введение в теорию тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, 1957.
10. Гребер Г., Эрк С., Григулль Ч. Основы учения теплообмена. ИИЛ, 1958.
11. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М. Сир. по теплопередаче. М.— Л., Госэнергоиздат, 1959.
12. Ли Тинг и, Гейгер Р. Критическая точка тупоносого тела в гиперзвуковом потоке. ИИЛ, Механика, 1957, № 5.
13. Лунев В. В. Обтекание клина гиперзвуковым потоком излучающего газа. ПМТФ, 1960, № 2.
14. Лунев В. В., Мурзинов И. Н. Влияние излучения на течение окрестности критической точки тупого тела. ПМТФ, 1961, № 2.
15. Филиппов Л. П. К вопросу о переносе лучистой энергии в среде. Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 1.
16. Немчинов И. В., Топеха Л. П. Пограничный слой вблизи передней критической точки цилиндра при передаче тепла излучением. ПМТФ, 1960, № 4.
17. Румынский А. Н. Пограничный слой с подслоем непрозрачного газа. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 3.
18. Лунев В. В., Румынский А. Н. Взаимодействие пограничного слоя с внешним потоком, обусловленное лучистым теплообменом. ПМТФ, 1961, № 6.