УДК 628.7.036.54-662.61

МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЗАПАСА УСТОЙЧИВОСТИ ПО ОТНОШЕНИЮ К АКУСТИЧЕСКИМ КОЛЕБАНИЯМ В КАМЕРАХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПО ШУМАМ ГОРЕНИЯ

В. И. Бирюков[1], В. Н. Иванов[2], Р. А. Царапкин[1,2]

[1]Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 125993 Москва
aviatex@mail.ru
[2]Научно-испытательный центр ракетно-космической промышленности (ФКП «НИЦ РКП»)
141320 Пересвет

Разработан экспериментальный метод определения предельных возмущений давления, инициирующих акустическую неустойчивость в камерах сгорания жидкостных ракетных двигателей, на основе которого выполняются оценки запасов устойчивости рабочего процесса. Метод основан на статистической обработке зарегистрированных пульсаций давления «шумов» в окрестности собственных резонансных частот для всех нормальных мод акустических колебаний в цилиндрических камерах сгорания и газогенераторах. В качестве диагностического критерия прогнозирования устойчивого либо неустойчивого состояния динамической системы принят коэффициент (декремент) затухания колебаний, характеризующий разницу генерируемой и диссипируемой энергии. Метод построен на базе теории автоколебательных динамических систем и одномерных марковских случайных процессов с использованием аппарата уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова. Анализ нелинейного дифференциального уравнения с симметризованной стохастической правой частью, описывающей белый шум, для экспериментально определенных амплитуд пульсаций давления и их статистической обработки с использованием пакета программ «Мера» позволяет идентифицировать состояние автоколебательной системы как устойчивое либо неустойчивое. Метод является «пассивным», он применим без использования стандартных внешних импульсных возмущающих устройств.

Ключевые слова: шумы горения, акустические моды, декремент затухания, автоколебания, запас устойчивости.

DOI 10.15372/FGV20210109

ВВЕДЕНИЕ

При работе двигателя в основном или переходном режиме в камере сгорания (или в камере газогенератора) жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) присутствуют колебания давления с широким спектром частот. Они обусловлены различными механизмами возбуждения и имеют различную физическую природу. Основной вклад вносит динамическое взаимодействие процессов горения топлив (а именно колебания тепло- и массовыделения, включая различные гидродинамические волновые эффекты) с акустическими свойствами камер, которые связаны положительной обратной связью по давлению. Пульсации давления с амплитудой менее 5 % относят к «шумам» [1–4]. Экспериментальная оценка устойчивости рабочего процесса по отношению к акустическим колебаниям в камерах сгорания и газогенераторах ЖРД, связанная с введением искусственных возмущений, является одним из основных «активных» методов, применяемых в ракетном двигателестроении [1–13]. Необходимость тестирования камер сгорания ЖРД на устойчивость горения по отношению к конечным возмущениям диктуется существенной нелинейностью процессов преобразования топлива в продукты сгорания. Однако неудачное испытание двигателя РД-0110 с вводом в камеру импульсного возмущения давления с минимальной навеской взрывчатого вещества 0.6 г закончилось возбуждением автоколебаний с частотой первой тангенциальной моды и привело к разрушению камеры. Отклик на возмущение (первый пик давления) составил $A_0 \approx$ 2.8 МПа, т. е. примерно 40 % номинального давления в камере сгорания. При этом отношение амплитуды первого пика возмущения давления (A_0) к среднеквадратичному значению шума ($\bar{A}_{\text{ш}}$) на участке сигнала, предшествующем вводу возмущения, составило $n \approx A_0/\bar{A}_{\text{ш}} \approx 74 \div 108$, что превысило в $3 \div 4$ раза требуемое значение ($n = 15 \div 25$) [3]. Данная ситуация предопределила необходимость создания «пассивного» метода оценки устойчивости камер по «шумам» горения. Анализ естественных «шумов» дает большой объем информации о запасах устойчивости рабочего процесса в камерах сгорания (и газогенераторах) ЖРД. Шумовые возмущения достаточно малы. Они возникают непосредственно в объеме камеры сгорания и воздействуют на горение. Шумы описываются случайными функциями, их спектральные плотности являются широкополосными по сравнению с частотной характеристикой камеры сгорания в окрестности исследуемых собственных частот ω_{0mnl} нормальных колебаний. Далее нормальные моды акустических колебаний реакционного объема будем обозначать $\omega_{0\nu}$. Предположим, что колебания одной моды не инициируют колебания других мод [1–13], тогда возможен анализ устойчивости каждой отдельной моды независимо от других. Представим камеру сгорания ЖРД в виде динамической системы, состоящей из нелинейного звена горения $H(\delta p(t))$ и акустического звена, которые замкнуты между собой положительной обратной связью по давлению. Можно выполнить гармоническую линеаризацию нелинейной функции, описывающей динамику звена горения [1, 3] по времени и по пространственным цилиндрическим координатам x, r, φ. Акустическое звено является инерционным звеном первого порядка [1, 8–10, 13]. Основанием для применения метода гармонического баланса [2, 6, 9, 10, 12, 13] служит то обстоятельство, что акустическое звено, входящее в замкнутый контур автоколебательной системы, обладает свойством фильтра. В результате получаем соотношение, связывающее возмущение расхода на выходе из звена горения с возмущением давления на входе:

$$\dot{m}' = H\{i\omega_{mnl}, |p'_{mnl}|\}p'_{mnl}, \tag{1}$$

где индексы обозначают: m — тангенциальную, n — радиальную, l — продольную моду колебаний [1].

Передаточная функция звена горения $H\{i\omega_{mnl}, |p'_{mnl}|\}$ является функцией частоты и амплитуды для конкретной моды автоколебаний. Выразим частотную характеристику звена горения в виде соотношений для действительной и мнимой частей:

$$H\{i\omega_{mnl}, |p'_{mnl}|\} = \\ = \mathrm{Re}H + i\mathrm{Im}H = \bar{H}^{+} + i\bar{H}^{-}. \tag{2}$$

Возмущения расхода на выходе звена горения порождают соответствующие колебания давления, которые в виде акустических волн распространяются по камере сгорания, отражаются от «жестких» стенок, форсуночной головки и дозвуковой части сопла, взаимодействуют между собой и частично выносятся через критическое сечение сопла Лаваля. Динамические свойства акустического звена определяются частотной характеристикой для конкретной m, n, l моды колебаний:

$$\theta(i\omega_{mnl}) = \frac{p'_{mnl}}{\dot{m}'_{mnl}} = \theta^{+} + i\theta^{-}. \tag{3}$$

Условия возникновения автоколебаний в замкнутой системе определяются из характеристического уравнения

$$H\theta = 1. \tag{4}$$

Частотные характеристики обоих звеньев можно выразить через проводимость α в виде отношения возмущений скорости газа u' к возмущениям его плотности ρ' [1]:

$$\alpha = \frac{u'}{\rho'} = \alpha^{+} + i\alpha^{-}, \quad \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\gamma}\,(1 + \alpha_{\text{а}}), \\ H = \frac{1}{\gamma}\,(1 + \alpha_{\text{г}}), \tag{5}$$

здесь γ — показатель адиабаты, индексы обозначают: а — акустическое звено, г — звено горения.

Подстановкой соотношения из (5) в характеристическое уравнение (4) получаем равенство действительных и мнимых значений проводимости звеньев:

$$\alpha_{\text{г}}^{+} = \alpha_{\text{а}}^{+}, \quad \alpha_{\text{г}}^{-} = \alpha_{\text{а}}^{-}. \tag{6}$$

Выразим поток акустической энергии Π, переносимый вдоль оси камеры сгорания [1, 4], в виде

$$\Pi = \gamma|\bar{u}'| \cdot |\bar{\rho}'| \cos\alpha_{\alpha} = |\bar{\rho}'|^{2}\frac{\alpha^{+}}{\gamma}, \tag{7}$$

где α_α — фазовый угол между пульсациями скорости и возмущениями давления или плотности.

Умножая действительную часть уравнения (6) на $|\bar{\rho}'|^2$, получаем соотношение энергетического баланса за период колебаний:

$$\Pi_{\text{г}} = \alpha_{\text{г}}^{+}|\bar{p}'|^2 = \alpha_{\text{a}}^{+}|\bar{p}'|^2 = W_{\text{a}}. \qquad (8)$$

Поток энергии, выделяемой звеном горения за один период, равен теряемой (выносимой через сопло и диссипируемой) энергии. Диссипация энергии акустических колебаний осуществляется вследствие вязкости продуктов горения и из-за теплопроводности. На резонансной частоте вся энергия выносится через сопло:

$$\alpha_{\text{a}}^{-} \gg 0, \quad \alpha_{\text{a}}^{+} > 0.$$

Частоты автоколебаний в цилиндрической камере сгорания примерно равны собственным частотам акустического звена [1–13], отсюда $\alpha_{\text{г}}^{-} = 0$. Тогда пульсации давления в камере сгорания, вызванные этими возмущениями на собственных частотах $\omega_{0\nu}$, могут быть описаны системой линейных уравнений [1] либо в виде автоколебательной системы второго порядка с правой частью, отображающей случайное широкополосное шумовое воздействие [1, 9–15]:

$$\frac{d^2\bar{p}'_\nu(t)}{dt^2} + 2\delta_\nu(M,\lambda_\nu)\frac{d\bar{p}'_\nu(t)}{dt} + \omega_{0\nu}^2\bar{p}'_\nu(t) = \omega_{0\nu}^2\xi(t), \qquad (9)$$

$$\frac{\omega_{0\nu}}{\delta_\nu} \gg 1, \quad \delta_\nu(M) = (\delta_{\nu 2} - \delta_{\nu 1}) > 0,$$

где $\bar{p}'_\nu(t)$ — узкополосные пульсации давления ν-й моды, $\omega_{0\nu}$ — круговая частота собственных колебаний (без учета затухания), t — время, $\delta_{\nu 1}$, $\delta_{\nu 2}$ — коэффициенты генерации и потерь акустической энергии ν-й моды нормальных (m, n, l) колебаний, являющиеся функциями параметров M, определяющих режим работы камеры сгорания, $\xi(t)$ — стационарное нормальное случайное широкополосное воздействие (шум турбулентного горения). Здесь полагается по одному уравнению (9) на каждую моду нормальных акустических колебаний внутрикамерного объема. Таким образом, вопрос о возникновении акустических колебаний в реакционном объеме сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения со случайной функцией в ее правой части. Эти задачи рассмотрены в теории автоматического регулирования. Там же показано, что на выходе из линейного звена спектральная плотность сигнала S_{ai} равна спектральной плотности входного сигнала, умноженной на квадрат модуля передаточной функции динамического звена:

$$S_{ai}(\omega) = |W(i\omega)|^2 S_{fi}(\omega). \qquad (10)$$

Коэффициент затухания в уравнении (9) имеет определенный физический смысл:

$$\delta_\nu = \frac{E_2 - E_1}{2E_{\text{сум}}}, \qquad (11)$$

где E_2 — акустическая энергия, генерируемая колебательной системой за период колебаний, E_1 — потери энергии за период колебаний из-за диссипации, $E_{\text{сум}}$ — акустическая энергия, запасенная системой за период колебаний.

На практике удобна замена коэффициента затухания безразмерной величиной, получаемой умножением на период, — декрементом колебаний δT.

Декремент малых колебаний для ν-й моды в окрестности резонансной частоты $f_\nu = 1/T_\nu$ реакционного объема камеры сгорания (или газогенератора) равен $d_\nu = \delta_\nu T_\nu$, где T_ν — период колебаний. Декремент колебаний является диагностическим показателем запаса линейной устойчивости процесса горения [1–10, 12, 13]. Для определения декремента по естественным возмущениям разработан ряд методов: спектральный, корреляционный, амплитудный и метод мгновенного периода [1–4]. В настоящее время амплитудный метод и метод

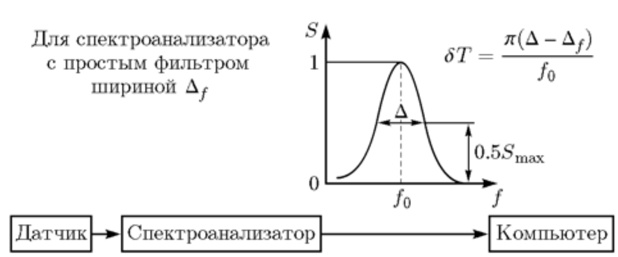

Рис. 1. Схема определения декремента колебаний давления спектральным методом:

$S(f)$ — спектр мощности, f_0 — резонансная частота, Δ — ширина $S(f)$ на уровне $0.5S_{\max}$

мгновенного периода практически не применяются. С использованием спектрального метода декремент определяется по ширине спектра мощности пульсаций «шума» (рис. 1).

При линейном механизме формирования сигнала в окрестности резонансной частоты ν-й моды акустических колебаний объема камеры сгорания ширина пика Δ_f спектральной плотности $S(f)$ сигнала $Y(t)$ на уровне $0.5S_{\max}$ пропорциональна декременту ν-й моды [1–4]

$$d_\nu = \delta_\nu T_\nu = \frac{\pi \Delta f_\nu}{f_\nu}. \qquad (12)$$

В действительности для анализа процесса в камере сгорания требуется учитывать ширину фильтра (Δ_f) спектроанализатора. В реальном алгоритме [1–4, 8] употребляются более сложные зависимости учета соседних (близких) подъемов, фона и других помех (трехточечный метод). При этом проводится перебор пар точек, расположенных слева и справа от максимума, и выбираются значения пары, которые дают минимальную сумму декремента и его статистического разброса. По корреляционному методу декремент определяется по скорости затухания авто- или взаимокорреляционной функции $B(\tau)$, примерная схема расчета приведена на рис. 2.

С точки зрения диагностики неустойчивости принципиально важно, чтобы собственную круговую частоту и коэффициент демпфирования можно было определить по наблюдаемой реализации. Из условия малости изменения амплитуды и фазы за период колебаний с применением известного метода осреднения [1–4, 8, 9, 14] можно получить уравнения, описывающие динамику ν-й нормальной моды автоколебательной системы (9):

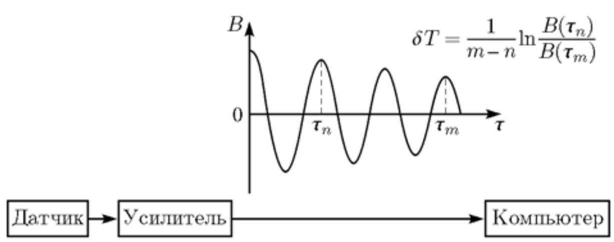

Рис. 2. Схема определения декремента колебаний корреляционным методом:

τ_n и τ_m — времена, соответствующие максимумам функции $B(\tau)$ для n-го и m-го периодов колебаний

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\delta_\nu(\lambda)\lambda + \omega_{0\nu}^2 \frac{S_{N0}}{8\lambda} + \varepsilon(t). \qquad (13)$$

Здесь $\lambda(t)$ — амплитуда колебаний давления ν-й моды, $\delta_\nu(\lambda)$ — коэффициент затухания колебаний давления ν-й моды, $\omega_{0\nu}$ — собственная (резонансная) круговая частота ν-й моды, S_{N0} — спектральная интенсивность случайного шумового воздействия в окрестности резонансной частоты $\omega_{0\nu}$ ($S_{N0} = \mathrm{const}$), $\varepsilon(t)$ — нормальная случайная дельта-коррелированная функция с нулевым средним.

Для упрощения записи в дальнейшем будем опускать индекс ν, указывающий на принадлежность параметров ν-й моде нормальных колебаний камеры сгорания или реакционного объема газогенератора ЖРД.

По графику функциональной зависимости коэффициента диссипации $\delta = \delta(\lambda)$ в зависимости от того, увеличивается он или уменьшается до нуля, можно оценить склонность процесса к переходу в режим автоколебаний, иначе говоря, реализуется ли «мягкое» самовозбуждение колебательного процесса в камере, или необходим импульс давления для «жесткого» инициирования автоколебаний. Например, функциональная зависимость $\delta = \delta_0 + \delta_1(\lambda)$, описывающая рост потерь энергии акустических колебаний с увеличением амплитуды пульсаций λ и одновременно при условии, что λ_0 мало, а соответствующий коэффициент демпфирования $\delta_0 > 0$, характеризует устойчивую систему. При изменении управляющего параметра M в направлении снижения потерь энергии колебаний до значения $\delta_0 = 0$ система приближается к границе устойчивости (см. формулу (4)). При $\delta_0 < 0$ динамическая система будет находиться в области неустойчивости.

Поскольку нас интересуют нелинейные системы, рассмотрим идеальный случай автономного поведения динамической системы с «жестким» самовозбуждением, т. е. когда стационарное случайное воздействие отсутствует ($S_{N0} = 0$, $\varepsilon = 0$). В этом случае

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\delta(\lambda)\lambda. \qquad (14)$$

В пространстве режимных управляющих параметров M, представленных на рис. 3, могут существовать области абсолютной устойчивости, области «жесткого» возбуждения и области абсолютной неустойчивости с соответствующими границами. Так, например, автономная система (14) имеет решение $\delta(\lambda) =$

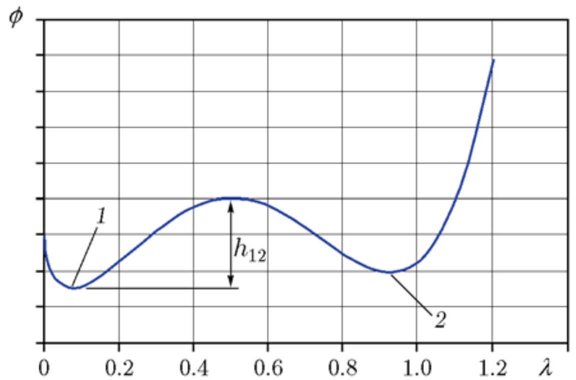

Рис. 3. Вид потенциальной функции в устойчивом состоянии и в области «жесткого» возбуждения:

1 — устойчивое состояние системы, h_{12} — потенциальный барьер, *2* — автоколебательное состояние системы

$a\lambda^2 + b\lambda + c$, где $a = 20.8$, $b = -30$, а коэффициент c в зависимости от параметра M варьируется от 14 до 10 и далее до нуля. При этом система может находиться в следующих различных состояниях динамического равновесия (см. рис. 3):

— устойчивое, если $c = 14$, а $\delta > 0$ ($\lambda = 0$), — режим отсутствия автоколебаний;

— неустойчивое, если $c = 10.9$, а $\lambda = \lambda_{\text{НПЦ}}$, — неустойчивый предельный цикл на границе автоколебаний;

— неустойчивое, если $c = 10$, а $\lambda = \lambda_{\text{УПЦ}}$, — система в области потенциальной неустойчивости (устойчивый предельный цикл автоколебаний);

— неустойчивое, если $c = 0$, а $\lambda = \lambda_{\text{УПЦ}}$, — система в области абсолютной неустойчивости.

Одно из двух возможных состояний динамического равновесия, в котором может находиться эволюционирующая система (в состоянии $\lambda = \lambda_{\text{УПЦ}}$ или $\lambda = 0$), определяется начальными условиями и возмущениями, постоянно присутствующими в камере сгорания. Переход динамической системы из одного состояния в другое может быть осуществлен посредством внешнего импульса или стохастическими причинами. Предположим, что в исходном состоянии в системе автоколебания отсутствуют ($\lambda = 0$). В случае, если амплитуда отклика системы на введенное импульсное возмущение не превосходит значения НПЦ ($\lambda_{\text{о}} < \lambda_{\text{НПЦ}}$), колебания со временем затухают. Если же амплитуда отклика превосходит амплитуду неустойчивого предельного цикла ($\lambda_{\text{о}} > \lambda_{\text{НПЦ}}$), в системе развиваются автоколебания с амплитудой $\lambda_{\text{УПЦ}}$. Таким образом, состояние динамического равновесия ($\lambda = 0$) устойчиво лишь по отношению к ограниченным возмущениям. Наличие в некоторой области пространства режимных управляющих параметров M двух состояний устойчивого динамического равновесия (см. рис. 4) обусловливает возникновение динамического гистерезиса амплитуд колебаний.

Как и в модели с «мягким» самовозбуждением, в модели с «жестким» возбуждением автоколебаний коэффициент потерь акустической энергии $\delta_{\text{о}}$ (или декремента $d_{\text{о}} = \delta_{\text{о}}T$) является показателем запаса линейной устойчивости при движении системы в пространстве режимных управляющих параметров. Тенденция изменения $d_{\text{о}}(M)$ может свидетельствовать о приближении функционального режима работы камеры сгорания к границе устойчивости по параметру M (или удалении от нее).

Уравнение (9) с правой частью $\varepsilon = \varepsilon(t)$, отображающей белый шум, где $\lambda(t)$ — медленно меняющаяся по сравнению с периодом колебаний функция, описывает одномерный марковский [16] случайный процесс с коэффициентами «сноса»

$$a(\lambda_\nu) = -\delta(\lambda_\nu)\lambda_\nu + \omega_{0\nu}^2 S_{N0}/8\lambda_\nu \tag{15}$$

и «диффузии»

$$b(\lambda_\nu) = \frac{\omega_{0\nu}^2}{4} S_{N0}. \tag{16}$$

Стохастическому дифференциальному уравнению (9) с симметризованной правой частью можно поставить в соответствие уравнение Фоккера — Планка — Колмогорова для стационарной плотности вероятности амплитуды $W_{\text{ст}}(\lambda)$ [16–18]:

$$\frac{d}{d\lambda}[b(\lambda)W_{\text{ст}}(\lambda)] - 2a(\lambda)W_{\text{ст}}(\lambda) = -2G \tag{17}$$

с граничными условиями

$$G(0,t) = G(\infty,t) = 0,$$

где G — поток вероятности через границы.

Решением уравнения (17) является зависимость

$$W_{\text{ст}}(\lambda) = c\lambda \exp\left[2\int_0^\lambda \frac{a(x)}{b(x)}dx\right] =$$

$$= c\lambda \exp\left[-\frac{8}{\omega_0^2 S_{N0}}\int\limits_0^\lambda x\delta(x)dx\right] =$$

$$= c_1\lambda \exp\left[-\frac{1}{\delta_0\sigma^2}\int\limits_0^\lambda \lambda\delta(\lambda)d\lambda\right], \quad (18)$$

где

$$\sigma^2 = \frac{S_{N0}\omega_0^2}{4\delta}. \quad (19)$$

Коэффициент $c_1 = \mathrm{const}$ находится из условия нормировки

$$\int\limits_0^\infty W_{\text{ст}}(\lambda)d\lambda = 1.$$

В случае линейной модели при $\delta(\lambda) = \delta = \mathrm{const}$ распределение (18) приводит к экспериментально наблюдаемому распределению Рэлея для амплитуды колебаний λ:

$$W_{\text{ст}}(\lambda) = \frac{\lambda}{\sigma^2}\exp\left(\frac{-\lambda^2}{2\sigma^2}\right). \quad (20)$$

Для системы с «жестким» возбуждением автоколебаний потенциальная функция имеет вид

$$\varphi(\lambda) = -\sigma^2\left[\int\limits_0^\lambda \frac{a(z)}{b(z)}dz\right], \quad \sigma^2 = \frac{S_{N0}\omega_0^2}{4\delta_0}, \quad (21)$$

где $a(z)$ и $b(z)$ — коэффициенты «сноса» и «диффузии», определяемые выражениями (15) и (16).

На рис. 3 представлена потенциальная функция (21) для системы, находящейся в области жесткого возбуждения (система в области динамического гистерезиса, тогда коэффициент $\delta(\lambda) = 20.8\lambda^2 - 30\lambda + 10$).

Потенциальная функция $\varphi(\lambda)$ имеет два минимума, соответствующих устойчивым состояниям динамического равновесия: левый — шумовому, правый — автоколебательному. Таким образом, переход шумового режима динамической системы через потенциальный барьер h_{1-2} в автоколебательный однозначно описывается уравнением (9).

Стационарное распределение плотности вероятности для этого вида функции $\delta(\lambda) = 20.8\lambda^2 - 30\lambda + 10$, удовлетворяющей условиям существования неустойчивого и устойчивого предельных циклов, приведено на рис. 4. Это распределение бимодально. Минимум плотности вероятности соответствует максимуму потенциальной функции $\varphi(\lambda)$, т. е. неустойчивому предельному циклу. Левый минимум потенциальной функции соответствует локально устойчивому (до определенного уровня амплитуд колебаний) шумовому состоянию системы. Система изначально находится в левой потенциальной яме и допускает возможность спонтанного, индуцированного шумом $\varepsilon(t)$ перехода через потенциальный барьер h_{1-2} в правую потенциальную яму, т. е. в автоколебательное состояние.

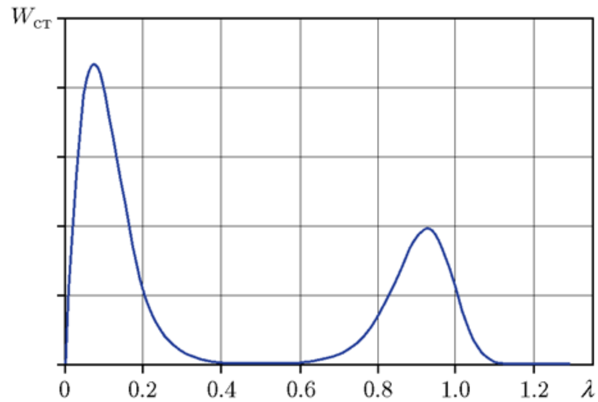

Рис. 4. Вид зависимости плотности вероятности амплитуды колебаний динамической системы, находящейся в устойчивом состоянии или в области «жесткого» возбуждения

Существенно, что самовозбуждение автоколебаний в камере сгорания под действием «стационарного» широкополосного шума горения принципиально стохастично, а именно: невозможно заранее указать время перехода системы из шумового состояния в автоколебательное. Среднее время ожидания этого момента зависит от вида функции $\delta(\lambda)$ и интенсивности «внешнего» шумового воздействия S_{N0}. Системы с «мягким» возбуждением подобными свойствами не обладают. Для модели с «жестким» самовозбуждением автоколебаний запас динамической устойчивости рабочего процесса в камере сгорания определяется вероятностью устойчивой работы камеры $P_{\text{уст}}$ в конкретном режиме в течение заданного времени $t_{\text{раб}}$:

$$P_{\text{уст}} = 1 - P_{\text{неуст}}, \quad (22)$$

где $P_{\text{неуст}}$ — вероятность неустойчивой работы.

Задачу о самовозбуждении автоколебаний в системе, описываемой динамической моделью (9), можно сформулировать следующим образом.

Пусть в начальный момент времени t_0 случайное распределение амплитуды шумовых пульсаций $\lambda(t)$ имеет определенное значение $\lambda(t_0) = \lambda_0$, находящееся в окрестности левого минимума потенциала φ, т. е. внутри интервала от нуля до амплитуды нижнего предельного цикла $(0 \div \lambda_{\text{НПЦ}})$ (см. рис. 3). Требуется найти вероятность самовозбуждения системы за время работы $t < t_{\text{раб}}$. При $t_{\text{раб}} \ll \bar{t}$ такая вероятность равна [16–18]

$$P_{\text{неуст}} = 1 - \exp\left(-\frac{t_{\text{раб}}}{2\bar{t}}\right) \approx \frac{t_{\text{раб}}}{2\bar{t}}, \qquad (23)$$

где $\bar{t}$ — среднее время оцененной вероятности события.

На практике вместо оценки вероятности неустойчивой работы камеры сгорания $P_{\text{неуст}}$ оценивают так называемый гарантированный запас устойчивости к жесткому возбуждению автоколебаний [1, 3, 4]. При этом запас устойчивости в заданном режиме работы камеры сгорания полагается достаточным, если известна оценка уровня амплитуды возбуждения неустойчивого предельного цикла $A_{\text{кр}}$:

$$n^* = \frac{A_{\text{кр}}}{\bar{A}_{\text{ш}}} > [n]. \qquad (24)$$

Здесь $\bar{A}_{\text{ш}}$ — среднеквадратичное значение внутрикамерного шума при данном режиме работы двигателя.

В другом случае, когда индуцированный импульсным возмущением колебательный процесс является затухающим,

$$n = \frac{A_{\max}}{\bar{A}_{\text{ш}}} \geqslant [n], \qquad (25)$$

где $A_{\max}$ — максимальная амплитуда затухающего отклика на импульсное возмущение.

Так как вид зависимости $\delta_\nu(\lambda)$ обычно неизвестен, то значение $[n]$ выбирают достаточно большим (согласно требованиям [3] $[n] = 15 \div 25$). Этим самым в рамках модели (см. формулу (17)) гарантируется устойчивая работа двигателя при любом виде зависимости $\delta(\lambda)$.

Оценка зависимости коэффициента демпфирования от амплитуды пульсаций $\delta(\lambda)$ может быть проведена на основе выражения, получаемого из стационарной плотности вероятности амплитуды по формуле (18):

$$W_{\text{ст}}(\lambda) = c_1 \lambda \exp\left[-\frac{1}{\delta_0\sigma^2}\int_0^\lambda \lambda\delta(\lambda)d\lambda\right],$$
$$\sigma^2 = \frac{S_{N0}\omega_0^2}{4\delta_0}. \qquad (26)$$

Зависимость (26) позволяет оценить коэффициент демпфирования (и декремент) колебаний $\delta = \delta(\lambda)$ по экспериментально оцененной плотности вероятности амплитуды пульсаций $W_{\text{ст}}(\lambda)$. Для этого прологарифмируем взаимосвязь параметров из уравнения (26):

$$\ln W_{\text{ст}}(\lambda) = \ln c_1 + \ln\lambda + \left(\frac{1}{\delta_0\sigma^2}\int_0^\lambda \lambda\delta(\lambda)d\lambda\right). \qquad (27)$$

Продифференцировав полученное соотношение по λ, получаем

$$\frac{d[\ln W_{\text{ст}}(\lambda)]}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\delta_0\sigma^2}\lambda\delta(\lambda). \qquad (28)$$

Обозначим комплекс параметров так:

$$\beta(\lambda) = \frac{d[\ln W_{\text{ст}}(\lambda)]}{d\lambda} = \frac{1}{W_{\text{ст}}(\lambda)}\frac{d}{d\lambda}W_{\text{ст}}(\lambda). \qquad (29)$$

Далее представим формулу (29) в виде

$$\left[\beta(\lambda) - \frac{1}{\lambda}\right] = -\frac{1}{\delta_0\sigma^2}\lambda\delta(\lambda). \qquad (30)$$

Отсюда получаем связь между коэффициентом демпфирования и амплитудой колебаний давления:

$$\delta(\lambda) = -\frac{1}{\lambda}\left[\beta(\lambda) - \frac{1}{\lambda}\right]\delta_0\sigma^2, \qquad (31)$$

или

$$\delta(\lambda) = \delta_0\sigma^2\left[\frac{1}{\lambda^2} - \frac{\beta(\lambda)}{\lambda}\right]. \qquad (32)$$

В частности, для распределения Рэлея $\delta = \text{const}$ имеем

$$\ln W_{\text{ст}}(\lambda) = \ln\lambda - 2\ln\sigma - \frac{\lambda^2}{2\sigma^2}, \qquad (33)$$

$$\beta(\lambda) = \frac{d[\ln W_{\text{ст}}(\lambda)]}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda}{\sigma^2}. \qquad (34)$$

Подставляя последнее выражение в (31), получаем

$$\delta(\lambda) = \delta_0\sigma^2\left[\frac{1}{\lambda^2} + \frac{2\lambda}{2\lambda\sigma^2} - \frac{1}{\lambda^2}\right] = \delta_0 = \mathrm{const}. \quad (35)$$

Уменьшение зависимости коэффициента затухания $\delta(\lambda)$ с ростом амплитуды свидетельствует о склонности системы к «жесткому» возбуждению автоколебаний. Значения амплитуды, соответствующие нулевому декременту $\delta = 0$, определяют устойчивый нижний предельный цикл с амплитудой $\lambda_{\text{НПЦ}}$. Удаленность рабочего режима от границы характеризует запас устойчивости системы. Конечной оценкой достаточности запаса устойчивости по отношению к «жесткому» возбуждению автоколебаний является выполнение условия [1–5] $n^* = \lambda_{\text{НПЦ}}/\bar{\lambda}_{\text{ш}} \geqslant 15$.

Разработанный метод экспериментальной оценки запасов устойчивости рабочего процесса в камерах сгорания и газогенераторах ЖРД по отношению к акустическим колебаниям основан на статистической обработке и анализе «шумов» горения. Он включает в себя следующие процедуры и алгоритмы.

1. Регистрация пульсационного давления в камере сгорания (равно в реакционном объеме газогенератора) или в полости коллектора перед форсунками при исследуемом установившемся режиме работы двигателя.

2. Спектральный анализ временной реализации сигнала высокочастотного датчика давления, состоящий из следующих этапов.

– Узкополосная фильтрация сигнала на частотах, соответствующих собственным формам (модам) акустических колебаний камеры сгорания в окрестности исследуемого резонансного спектрального подъема. Резонансные частоты камер достаточно идентифицируемы, пример приведен на рис. 5.

– Выделение огибающей амплитуды A сигнала $\lambda(t)$ на исследуемой резонансной частоте f_ν (демодуляция) (рис. 6).

– Сглаженная оценка плотности распределения вероятности огибающей $W_{\text{ст}}(\lambda)$ и ее производной (рис. 7). При этом автокорреляционная функция $\rho(\tau)$ узкополосного процесса $\bar{p}'_\nu$ должна быть экспоненциально затухающей на частоте спектрального подъема f_ν (рис. 8). Плотность распределения вероятности $W(P'_\nu)$ мгновенных значений процесса $\bar{p}'_\nu$ близка к гауссовой (нормальной), т. е. график имеет характерный колоколообразный вид (рис. 9).

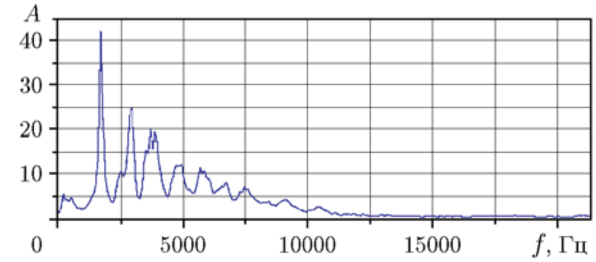

Рис. 5. Спектральный состав суммарного сигнала:

основная составляющая спектра пульсаций давления соответствует частоте $f \approx 1\,670$ Гц

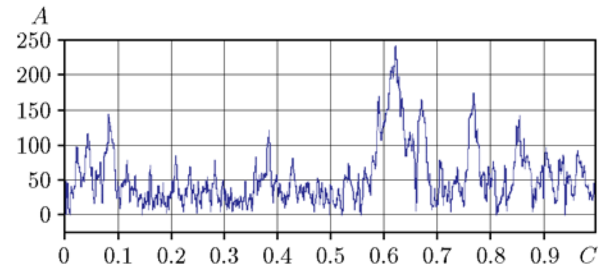

Рис. 6. Вид огибающей фильтрованного сигнала шумовых пульсаций на частоте $f \approx 1\,670$ Гц

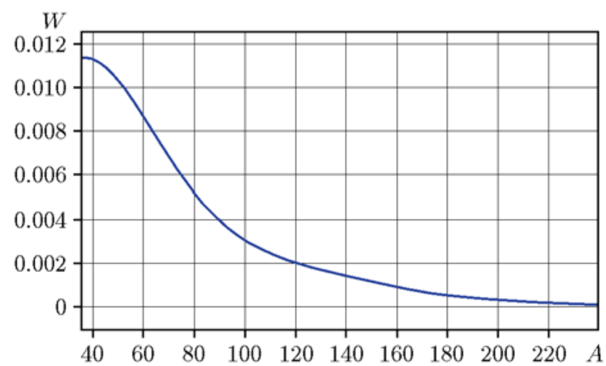

Рис. 7. Зависимость производной плотности распределения вероятности от амплитуды для динамической системы с «жестким» возбуждением автоколебаний

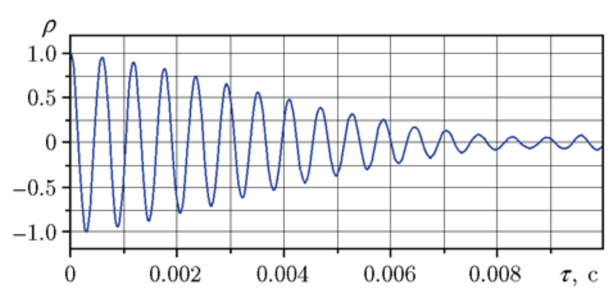

Рис. 8. Автокорреляционная функция для системы с «жестким» возбуждением, находящейся в области автоколебаний

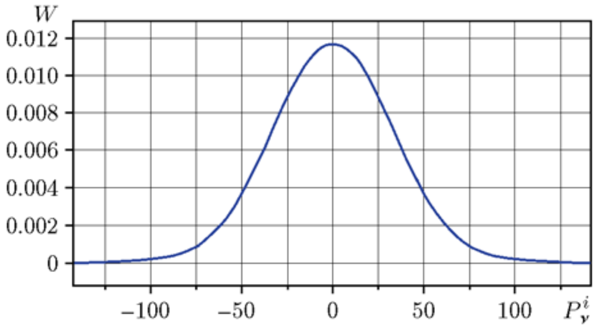

Рис. 9. Цензурированная плотность распределения вероятности амплитуды колебаний для случая «жесткого» возбуждения автоколебаний на частоте $f = 1\,670$ Гц

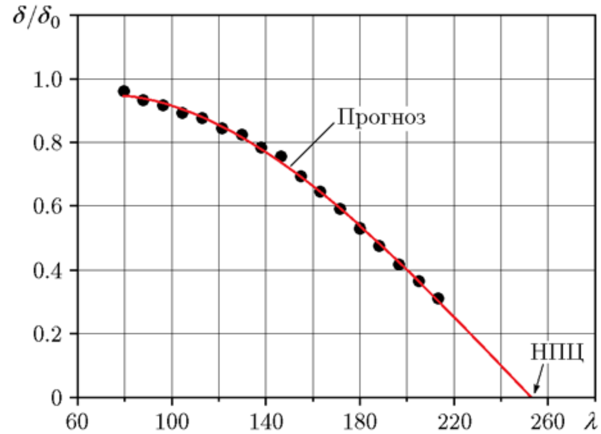

Рис. 10. Зависимость коэффициента затухания колебаний δ/δ_0 от амплитуды, сглаженная полиномиальной зависимостью

Приведенные признаки характеризуют резонансный узкополосный шум горения (РУШГ).

– Оценка среднеквадратичных значений и коэффициентов демпфирования колебаний для составляющих, идентифицированных в классе РУШГ.

– Выделение огибающих фильтрованных сигналов с использованием преобразования Гильберта.

– Оценка плотности распределения вероятности огибающих фильтрованных сигналов, идентифицированных в классе РУШГ и их производных.

– Оценка зависимостей коэффициентов демпфирования от амплитуды колебаний давления на исследуемых резонансных частотах по формуле (32)

$$\delta(\lambda) = \delta_0\sigma^2\left[\frac{1}{\lambda^2} - \frac{\beta(\lambda)}{\lambda}\right].$$

Здесь функция $\beta(\lambda)$ определяется по (29), δ_0 — коэффициент демпфирования колебаний при $\lambda \to \sigma$, σ — среднеквадратичное значение фильтрованного сигнала.

– Цензурирование экспериментальной зависимости коэффициентов демпфирования от амплитуды колебаний.

– Полиномиальная (или экспоненциальная) аппроксимация экспериментальной зависимости $\delta(\lambda)$ (рис. 10).

– Оценка (по зависимости коэффициента демпфирования от амплитуды колебаний) принадлежности исследуемой динамической системы к классу потенциально автоколебательных систем с «жестким» самовозбуждением.

Признаками принадлежности исследуемой системы к потенциально автоколебательным с «жестким» режимом самовозбуждения являются: затухающий вид автокорреляционной функции (см. рис. 8), близкая к гауссовой плотность распределения вероятности мгновенных значений сигнала (см. рис. 9) и финальная зависимость коэффициента (декремента) затухания автоколебаний $\delta(\lambda)$, обязательно уменьшающаяся с увеличением амплитуды (см. рис. 10). Прогнозирование вероятного порога возбуждения неустойчивого предельного цикла автоколебаний осуществляется аналитическим продолжением сглаженной зависимости $\delta(\lambda)$ до нулевого значения $\delta = 0$. Конечной оценкой достаточности запаса устойчивости по отношению к «жесткому» возбуждению автоколебаний является выполнение условия $n^* = \lambda_{\text{НПЦ}}/\bar{\lambda}_{\text{ш}} \geqslant 15$. Пример прогнозирования «жесткого» режима возбуждения автоколебаний в модельной камере и графическая оценка уровня (амплитуды) нижнего предельного цикла (НПЦ) представлены на рис. 3–10. Коэффициент диссипации колебаний (по скорости затухания автокорреляционной функции) равен $\delta = 250.5$ с$^{-1}$, а среднеквадратичное значения сигнала — $\sigma = 36$.

Итак, разработанный метод экспериментального определения запасов устойчивости процесса горения по «шумам» горения по отношению к акустическим модам колебаний в камерах ЖРД протестирован и подтвердил свою адекватность на аппаратуре с искусственной генерацией сигналов, а также показал результативность при огневых испытаниях модельных камер сгорания ЖРД.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бирюков В. И., Мосолов С. В.** Динамика газовых трактов жидкостных ракетных двигателей. — М.: Изд-во МАИ, 2016.
2. **Бирюков В. И., Царапкин Р. А.** Экспериментальное определение декрементов затухания в камерах сгорания жидкостных ракетных двигателей // Вестн. машиностроения. — 2018. — № 10. — С. 21–27.
3. **Двигатели** ракетные жидкостные. Методика оценки высокочастотной устойчивости рабочего процесса. — ОСТ В92-9000-78, НИИхиммаш, 1978.
4. **Шибанов А. А., Пикалов В. П., Сайдов С. С.** Методы физического моделирования высокочастотной неустойчивости рабочего процесса в жидкостных ракетных двигателях / под ред. К. П. Денисова. — М.: Машиностроение / Машиностроение — Полет, 2013.
5. **Бирюков В. И., Назаров В. П., Царапкин Р. А.** Экспериментальная и аналитическая оценка устойчивости рабочего процесса в камерах сгорания и газогенераторах жидкостных ракетных двигателей // Решетневские чтения: сб. материалов конф. Сиб. гос. ун-та науки и технологий. — 2017. — Т. 1, № 21. — С. 197–199.
6. **Biryukov V. I., Nazarov V. P., Tsarapkin R. A.** The algorithm for estimating reserves of the working process stability in combustion chambers of liquid rocket engines // Сиб. журн. науки и технологий. — 2017. — Т. 18, № 3. — С. 558–566.
7. **Бирюков В. И., Царапкин Р. А.** Методика оценки запасов устойчивости рабочего процесса в камерах сгорания и газогенераторах жидкостных ракетных двигателей // Изв. ТулГУ. Техн. науки. — 2017. — № 5. — С. 19–33.
8. **Бирюков В. И., Царапкин Р. А.** Экспериментальное определение декрементов затухания в камерах сгорания жидкостных ракетных двигателей // Вестн. машиностроения. — 2018. — № 10. — С. 21–27.
9. **Harrje D. T.** Liquid propellant rocket combustion instability // NASA Tech. Rep. Server, NASA-SP-194. — Washington D. C., USA, 1972.
10. **Dranovsky M.** Combustion instabilities in liquid rocket engines: testing and development practices in Russia // Prog. Astronaut. Aeronaut. — 2007. — V. 221.
11. **Liquid** rocket engine combustion stabilization devices // NASA Space Vehicle Design Criteria (Chemical Propulsion), NASA-SP-8113. — Washington D. C., USA, 1974.
12. **Yang V., Anderson W.** Liquid rocket engine combustion instability // Prog. Astronaut. Aeronaut. — AIAA, Washington, D. C., USA, 1995. — V. 169.
13. **Лебединский Е. В., Калмыков Г. П., Мосолов С. В. и др.** Рабочие процессы в жидкостном ракетном двигателе и их моделирование / под ред. А. С. Коротеева. — М.: Машиностроение, 2008.
14. **Галеев А. Г., Иванов В. Н., Катенин А. В., Лисейкин В. А., Пикалов В. П., Поляхов А. Д., Сайдов Г. Г., Шибанов А. А.** Методология экспериментальной отработки ЖРД и ДУ, основы проведения испытаний и устройства испытательных стендов. — Киров: МЦ НИП, 2015.
15. **Сухинин С. В., Ахмадеев В. Ф.** Автоколебания в газовой полости реактивного двигателя твердого топлива // Физика горения и взрыва. — 2001. — Т. 37, № 1. — С. 42–52.
16. **Тихонов В. И., Миронов М. А.** Марковские процессы. — М.: Сов. радио, 1977.
17. **Ивченко Г. И., Медведев Ю. И.** Введение в математическую статистику. — Изд. 2-е, испр. и доп. — М.: Ленанд, 2017.
18. **Стратонович Р. Л., Ланда П. С.** Воздействие шумов на генератор с жестким возбуждением // Радиофизика. — 1959. — Т. 2, № 1. — С. 37–44.

Поступила в редакцию 08.04.2019.
После доработки 03.02.2020.
Принята к публикации 13.07.2020.