

УДК 539.37

## Течение полидисперсной газозвеси в канале, сопровождающееся коагуляцией в нелинейном волновом поле\*

А.Л. Тукмаков<sup>1</sup>, Р.И. Баянов<sup>2</sup>, Д.А. Тукмаков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева

<sup>2</sup>Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН

E-mail: tukmakov@mail.knc.ru

Выполнено численное моделирование течения аэрозоля полидисперсного состава в плоском канале, где генерируются резонансные акустические колебания, направленные поперек потока. Описаны закономерности течения, при коагуляции частиц и изменении их распределения по размерам. Моделирование несущей среды осуществляется с помощью системы уравнений Навье–Стокса для сжимаемого теплопроводного газа. Динамика полидисперсной фазы описывается системами уравнений, включающих в себя уравнения неразрывности, сохранения импульса и внутренней энергии. Уравнения движения несущей среды и дисперсных фракций записаны с учетом межфазного обмена импульсом и энергией. Для описания процесса коагуляции применена лагранжева модель. Анализируется изменение дисперсности в потоке газозвеси под действием резонансных для поперечного сечения канала акустических колебаний.

**Ключевые слова:** акустический резонатор, уравнения Навье–Стокса, уравнения движения полидисперсной газозвеси, явная схема Мак–Кормака, нелинейные и разрывные колебания, коагуляция частиц.

### Введение

Качество разделения фаз в сепараторах инерционного типа зависит от дисперсности парогазокапельного потока. Если в потоке присутствуют частицы с радиусом порядка одного микрона и менее, то отделить их от несущей среды в инерционных сепараторах не удастся в силу малого скоростного запаздывания относительно несущей фазы. Такое явление снижает эффективность технологий газификации криогенных жидкостей, а также технологий очистки и опреснения воды, основанных на адиабатическом распылении жидкостей в соплах [1] и использующих для разделения фаз центробежные сепараторы и вихревые трубы. Многочисленные экспериментальные работы показывают, что при распылении жидкости образуется неравновесная по скорости парогазокапельная среда полидисперсного состава [2]. Повысить эффективность центробежной сепарации можно за счет предварительного акустического воздействия на среду при помощи нелинейных волн, способствующих коагуляции мелкодисперсных фракций и уменьшению их концентрации. При этом выбор интенсивности волнового воздействия ограничивается

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (соглашение о предоставлении субсидии № 14.577.21.0151 от 28.11.2014 г.).

критическим числом Вебера [3] для того, чтобы коагуляция частиц при соударении преобладала над их дроблением. Для описания динамики коагулирующей полидисперсной газозвеси применяется математическая модель, в которой каждому размеру частиц сопоставлена своя фракция [4]. Несущая фаза описывается системой уравнений Навье–Стокса с учетом обмена импульсом и энергией со всеми дисперсными фракциями. Дисперсная фаза включает в себя  $n$  фракций, каждая из которых описывается системой из уравнения неразрывности для средней плотности, уравнений сохранения составляющих импульса и уравнения сохранения внутренней энергии, записанных с учетом обмена импульсом и энергией с несущей средой. Процесс коагуляции частиц описывается при помощи лагранжевой модели, позволяющей учесть обмен массой, импульсом и энергией между фракциями в результате соударения частиц [3, 5].

### 1. Уравнения движения многоскоростной многотемпературной полидисперсной газозвеси

В качестве несущей среды рассматривается газ, движение которого описывается системой уравнений Навье–Стокса. Система уравнений движения многоскоростной многотемпературной газозвеси включает в себя систему уравнений движения несущей (1) и  $n$  систем уравнений движения дисперсных (2) фаз. В декартовых координатах в двумерной постановке системы имеют вид [4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) &= -\sum_{i=1,n} F_{xi} + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho vw - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) &= -\sum_{i=1,n} F_{yi} + \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( [e + p - \tau_{xx}]u - \tau_{xy}v + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( [e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{xy}u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \\ &= -\sum_{i=1,n} Q_i - \sum_{i=1,n} (|F_{xi}|(u - u_i) - |F_{yi}|(v - v_i)) + \alpha \left( \frac{\partial p u}{\partial x} + \frac{\partial p v}{\partial y} \right), \\ p &= (\gamma - 1)(e - \rho(u^2 + v^2)/2), \quad e = I + \rho(u^2 + v^2)/2, \quad \alpha = \sum_{i=1,n} \alpha_i, \\ \tau_{xx} &= \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $u_i$ ,  $v_i$ ,  $e$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  — плотность, составляющие скорости несущей и дисперсной фаз, полная энергия, коэффициенты теплопроводности и вязкости несущей фазы,  $\alpha = \sum_{i=1,n} \alpha_i$  — объемное содержание дисперсной фазы, получаемое суммированием объ-

емных содержаний фракций. Величины  $F_{xi}$ ,  $F_{yi}$ ,  $Q_i$  определяются законами межфазного трения и теплообмена.  $I = RT/(\gamma - 1)$  — внутренняя энергия газа,  $R$ ,  $\gamma$  — газовая постоянная и постоянная адиабаты воздуха. Динамика каждой компоненты дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности дисперсной фазы, уравнениями сохранения компонент импульса и уравнением сохранения внутренней энергии [4]:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i v_i)}{\partial y} = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i u_i v_i)}{\partial y} &= F_{xi} - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(\rho_i v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i v_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i v_i^2)}{\partial y} &= F_{yi} - \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial(e_i)}{\partial t} + \frac{\partial(e_i u_i)}{\partial x} + \frac{\partial(e_i v_i)}{\partial y} &= \text{Nu}_i \frac{6\alpha_i}{(2r_i)^2} \lambda (T - T_i), \\ \rho_i &= \alpha_i \rho_{i0}, \quad e_i = \rho_i C_{pi} T_i. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\alpha_i$ ,  $\rho_i$ ,  $e_i$ ,  $T_i$  — объемное содержание, средняя плотность, внутренняя энергия и температура дисперсной фазы,  $C_{pi}$ ,  $\rho_{i0}$  — теплоемкость и плотность вещества твердой фазы. Составляющие силы аэродинамического трения  $F_x$  и  $F_y$  определяются следующим образом [4]:

$$\begin{aligned} F_{xi} &= \frac{3}{4} \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_d \rho \sqrt{(u-u_i)^2 + (v-v_i)^2} (u-u_i), \\ F_{yi} &= \frac{3}{4} \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_d \rho \sqrt{(u-u_i)^2 + (v-v_i)^2} (v-v_i), \end{aligned}$$

$$C_{di} = C_{di}^0 \psi(M_{i0}) \varphi(\alpha_i), \quad C_{di}^0 = \frac{24}{\text{Re}_{i0}} + \frac{4}{\text{Re}_{i0}^{0.5}} + 0,4, \quad \psi(M_{i0}) = 1 + \exp(-0,427/M_{i0}^{0,63}),$$

$$\varphi(\alpha_i) = (1 - \alpha_i)^{-2,5}, \quad \text{Re}_{i0} = \rho |\bar{V} - \bar{V}_i| 2r_i / \mu, \quad M_{i0} = |\bar{V} - \bar{V}_i| / c,$$

$$\text{Nu}_i = 2 \exp(-M_{i0}) + 0,459 \text{Re}_{i0}^{0,55} \text{Pr}^{0,33}, \quad \text{Pr} = \gamma C_p \mu / \lambda, \quad 0 \leq M_{i0} \leq 2, \quad 0 \leq \text{Re}_{i0} < 2 \cdot 10^5.$$

Температура несущей среды находится из соотношения  $T = (\gamma - 1)(e/\rho - 0,5(u^2 + v^2))/R$ . Внутренняя энергия взвешенной в газе твердой фазы определяется как  $e_i = \rho_i C_{pi} T_i$ . В уравнение энергии для несущей фазы входят коэффициент теплопроводности газа  $\lambda$  и тепловой поток, возникающий за счет теплообмена между газом и частицей:  $Q_i = \alpha^T 4\pi r_i^2 (T - T_i) n = 6\alpha_i \cdot \text{Nu}_i \cdot \lambda \cdot (T - T_i) / (2r_i)^2$ , где  $\text{Nu}_i = 2 \cdot r_i \alpha^T / \lambda$  — число Нуссельта,  $n$  — концентрация,  $r_i$  — радиус частиц.

Система уравнений движения двухфазной многотемпературной многоскоростной полидисперсной смеси записывалась в обобщенных подвижных координатах и решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка [6–8] со схемой нелинейной коррекции [9].

## 2. Модель коагуляции аэрозольных частиц

Уравнения для эволюции массы, концентрации, импульса и температуры дисперсных фракций вследствие коагуляции можно записать следующим образом [3]. Масса  $i$ -й частицы  $m_i$  ( $i = 2, \dots, n$ ) возрастает за счет поглощения более мелких

$j$ -х частиц с массой  $m_j$  ( $j = 1, 2, \dots, i-1$ ):  $\frac{dm_i}{d\tau} = \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j m_j$ , где  $k_{ij} = k_{ij}^0 \pi (r_i + r_j)^2 \times \left[ u_j \cos(\beta) + v_j \sin(\beta) - \sqrt{u_i^2 + v_i^2} \right]$  — константа коагуляции,  $\beta = \arctg(v_i/u_i)$ ,  $r_i$  — радиус частиц  $i$ -фракции,  $r_i > r_j$ . В предположении о коагуляции частиц во всех случаях

соприкосновения поправочный коэффициент  $k_{ij}^0 = 1$ . В общем случае коэффициент  $k_{ij}^0$  может быть определен как число столкновений с коагуляцией, приходящихся на общее число соударений для частиц  $i$ -й и  $j$ -й фракций. Новое значение массы частиц  $i$ -й фракции в текущем узле конечно-разностной сетки позволяет определить новое значение радиуса частицы  $r_i$ . Уменьшение концентрации  $j$ -х частиц вследствие поглощения их более крупными  $i$ -ми ( $i = j + 1, j + 2, \dots, n$ ) описывается уравнением:  $dn_j/d\tau = -n_j \sum_{i=j+1}^n k_{ij} n_i$ , ( $j = 1, 2, \dots, n - 1$ ). Новое значение объемного содержания  $i$ -й фракции,

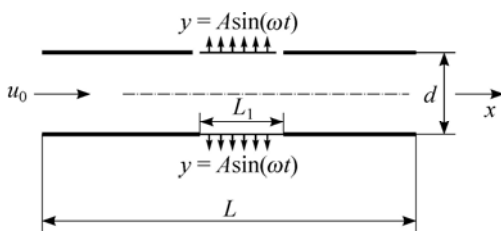
изменившейся вследствие коагуляции, определяется как  $\alpha_i = 4/3\pi r_i^3 n_i$ . Концентрация  $n_i$  определяется через среднюю плотность и радиус  $i$ -й фракции на каждом шаге вычислений. Слияние мелких капель с более крупными приводит к изменению их скорости:  $dw_j/d\tau = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} (w_j - w_i) m_j n_j$ . Температура частицы  $i$ -й фракции после коагуляции с частицами

более мелких фракций находилась из соотношения:  $T = \frac{1}{Cm} \left( \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j C_j m_j T_j + C_i m_i T_i \right)$ ,

где  $T, C, m$  — температура, удельная массовая теплоемкость и масса частицы  $i$ -й фракции после коагуляции,  $T_i, C_i, m_i$  — те же параметры до коагуляции. Связанные с коагуляцией изменения скорости и температуры дисперсной фазы учитывались на каждом временном шаге основного алгоритма.

### 3. Результаты расчетов течения и коагуляции газозвеси в плоском канале при воздействии акустического поля

Пусть в начальный момент времени газозвесь, состоящая из пяти фракций с радиусами частиц  $r_{10} = 1$  мкм,  $r_{20} = 5$  мкм,  $r_{30} = 10$  мкм,  $r_{40} = 15$  мкм,  $r_{50} = 20$  мкм, движется со скоростью  $u_0 = 35$  м/с, равномерно заполняя плоский канал и находясь во взвешенном состоянии (рис. 1). Длина канала  $L = 0,5$  м, высота  $d = 0,06$  м. Плотность вещества частиц  $\rho_{10} = \rho_{20} = \rho_{30} = \rho_{40} = \rho_{50} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Начальная средняя плотность дисперсных фракций  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = 0,000025$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воздуха  $\rho_0 = 1,21$  кг/м<sup>3</sup>. Температура несущей и дисперсной фазы в начальный момент времени  $T = 343$  К. Удельная теплоемкость вещества дисперсной фракции  $C = 4,2$  кДж/кг·К. На стенках канала для скорости несущей и дисперсных фракций ставятся условия проскальзывания; для всех остальных газодинамических функций, в том числе на входной и выходной границах, — однородные граничные условия второго рода. При  $t > 0$  начинается процесс синфазных колебаний поперечной составляющей скорости участков верхней и нижней стенок канала ( $(L - L_1)/2 < x < (L + L_1)/2, y = 0$ ), ( $(L - L_1)/2 < x < (L + L_1)/2, y = d$ ) по закону  $v(t) = A \sin(\omega t)$  (рис. 1), приводящий к генерации колебаний в несущей и дисперсной фазах. Длина излучателя  $L_1 = 0,1L$ . Частота колебаний равна первой собственной частоте относительно поперечного сечения канала  $\omega = \pi c/d$ ,



где  $c = (\gamma RT)^{1/2}$  — скорость звука в газе при заданной температуре. Расчеты проводились на ортогональной сетке, содержащей  $200 \times 30$  узлов в продольном и поперечном направлениях.

Рис. 1. Схема канала с резонансным участком.

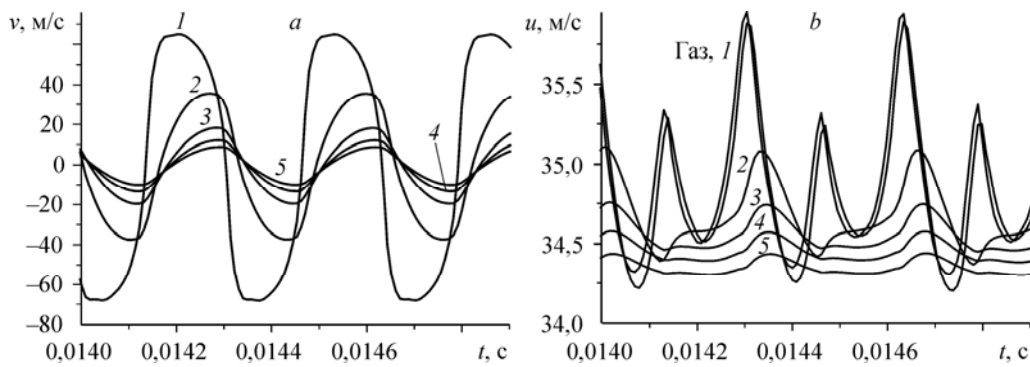


Рис. 2. Временные зависимости скоростей фракций в точке  $(L/2, d/2)$ .

Составляющие скорости: поперечная (а), осевая (b);  
 $R_0 = 1$  (1), 5 (2), 10 (3), 15 (4), 20 (5) мкм.

#### 4. Течение и коагуляция газозвеси на первой собственной частоте резонансных колебаний газового столба в поперечном направлении

На рис. 2а, 2b представлены зависимости продольных и поперечных составляющих скорости несущей и дисперсной фазы пяти фракций от времени в потоке, на который локально воздействует поле стоячей волны с первой собственной частотой поперечных колебаний газового столба и амплитудой колебаний поперечной составляющей скорости на стенках  $A = 0,0003$  м. Колебания поперечной составляющей скорости нелинейные с крутым передним и пологим задним фронтом. Амплитуда колебаний поперечной составляющей скорости достигает 60 м/с (рис. 2а). Скоростное скольжение несущей фазы и самой мелкой фракции ( $r_1 = 1$  мкм) незначительно, кривые скорости очень близки (рис. 2b). По мере увеличения радиуса частиц уменьшается амплитуда колебаний скорости твердой фракции, увеличивается временное запаздывание изменения скорости дисперсной фазы относительно несущей среды. Наибольшее значение числа Вебера для фракции водяных капель с радиусом  $r = 20$  мкм достигается в пучности стоячей волны поля скорости и составляет  $We_{\max} = 2\rho r_{50} \max |u - u_s| / \sigma = 4,4$ , где  $\rho$ ,  $\sigma$  — плотность несущей среды и коэффициент поверхностного натяжения воды. Таким образом,  $We_{\max}$  меньше критического диапазона чисел Вебера  $We_{кр} = 10-20$ . Следовательно, можно полагать, что частицы при соударениях сохраняют устойчивость, и преобладающим процессом при соударениях капель является их коагуляция. В течение одного периода колебаний поперечной составляющей скорости происходит два периода колебаний продольной составляющей (рис. 2а, 2b). В начальный момент времени скорости несущей фазы и дисперсных фракций равны. С течением времени скорость движения твердых фракций в продольном направлении уменьшается. Колебания скорости в осевом направлении отстают по фазе от колебаний поперечной составляющей скорости, и максимумам продольной составляющей скорости соответствуют максимумы поперечной составляющей ускорения. Максимумам поперечной составляющей скорости соответствуют минимумы продольной составляющей (рис. 2а, 2b).

На рис. 3а, 3b приведены функции, описывающие изменения дисперсности газозвеси с течением времени вследствие коагуляции. Радиусы частиц всех фракций, кроме самой мелкой, с течением времени растут (рис. 3а), тогда как средняя плотность фракций меняется немонотонно. Средняя плотность фракции с радиусом частиц 1 мкм с течением времени монотонно убывает и к моменту времени  $t = 0,04$  с становится близка к нулю. Средняя плотность более крупных фракций (5, 10, 15 мкм) сначала достигает наибольшего значения, после чего монотонно убывает. В то же время средняя плотность самой крупной фракции с течением времени постоянно возрастает (рис. 3б).

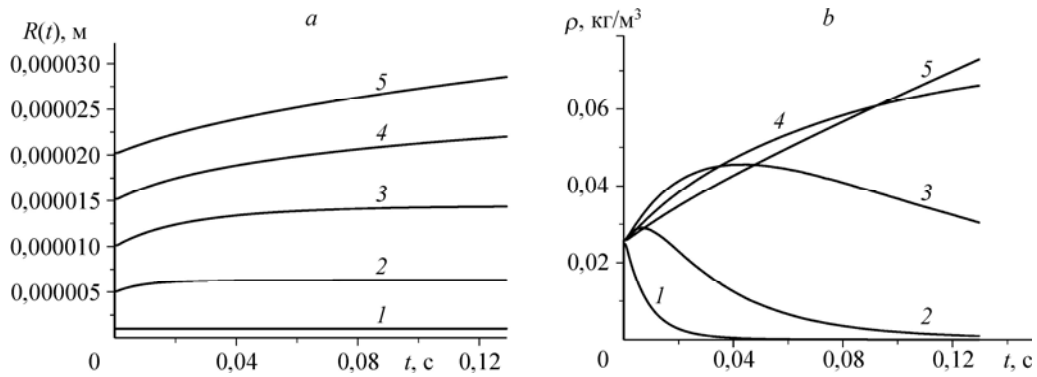


Рис. 3. Временные зависимости в точке ( $x = L/2, y = d/2$ ).

$a$  — радиус аэрозольных частиц с начальным радиусом  $R_0 = 1$  (1), 5 (2), 10 (3), 15 (4), 20 (5) мкм;  $b$  — средняя плотность дисперсных фракций с начальным радиусом частиц  $R_0 = 1$  (1), 5 (2), 10 (3), 15 (4), 20 (5) мкм.

На рис. 4а, 4б приведены функции, характеризующие изменение дисперсности твердых фракций к моменту времени  $t = 0,15625$  с. Самая большая скорость уменьшения концентрации частиц вследствие коагуляции в акустическом поле наблюдается у самой мелкой фракции. В окрестности источника акустических колебаний концентрация частиц с радиусом 1 мкм падает примерно на четыре порядка (рис. 4а). В этой же области быстро возрастает эффективный радиус частиц всех фракций за исключением самой мелкой (рис. 4б). Формируется вытянутая вниз по потоку зона, в которой снижается

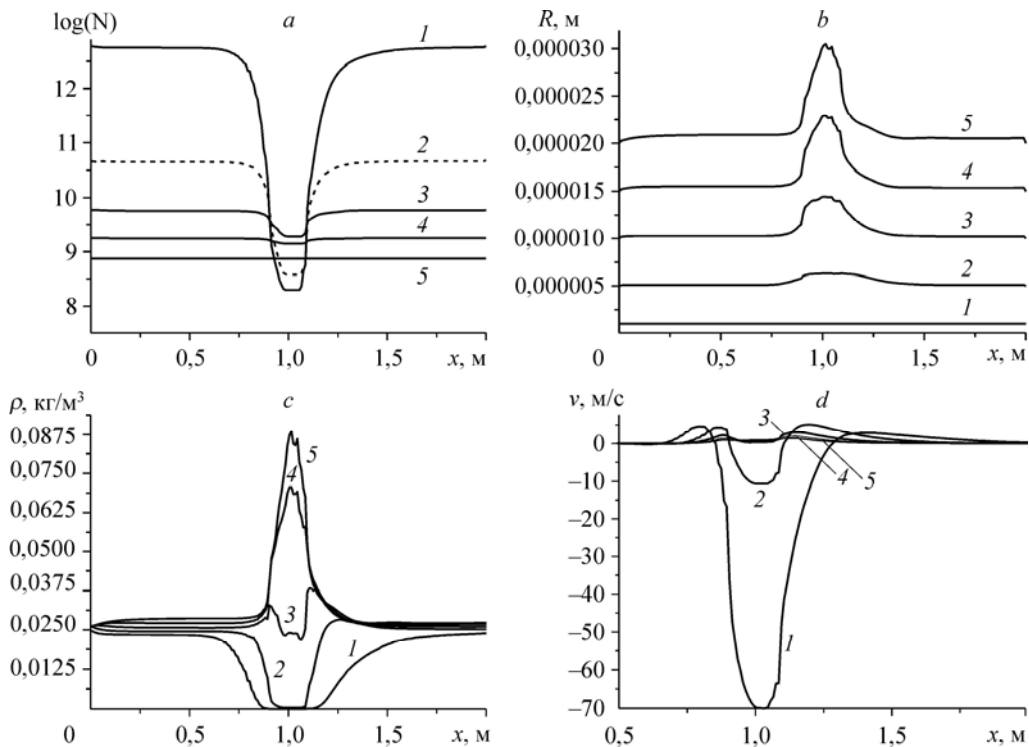


Рис. 4. Характеристики дисперсности твердых фракций и поперечная составляющая скорости фракций вдоль оси канала ( $y = d/2$ ) в момент времени  $t = 0,15625$  с.

$a$  — распределение концентраций,  $b$  — радиусы частиц фракций,  $c$  — средняя плотность фракций,  $d$  — поперечная составляющая скорости фракций;  $R_0 = 1$  (1), 5 (2), 10 (3), 15 (4), 20 (5) мкм.

средняя плотность мелкодисперсных фракций и возрастает средняя плотность фракции частиц с  $R_0 = 20$  мкм (рис. 4с). Таким образом, воздействие на поток коагулирующей газозвеси резонансными волновыми полями позволяет эффективно уменьшить концентрацию мелкодисперсных фракций, что может быть использовано в качестве предварительного этапа для повышения эффективности разделения фаз в сепараторах инерционного типа.

#### Список литературы

1. Пат. 2347934 РФ, МПК<sup>51</sup> F02M21/02. Тонконог В.Г., Арсланова С.Н.; Система подачи криогенного топлива в энергетическую установку. Заявитель и патентообладатель Казанский гос. техн. ун-т им. А.Н. Туполева. № 2007129998/06; заявл. 06.08.2007; опубл. 27.02.2009.
2. Ложкин Ю.А., Маркович Д.М., Пахомов М.А., Терехов В.И. Исследование структуры полидисперсной изотермической газокapельной струи на начальном участке. Эксперимент и численное моделирование // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 3. С. 309–324.
3. Алемасов В.Е., Дрегалли А.Ф., Тишин А.П., Худяков В.А. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: справочник в 5-ти томах. Т. 1. Методы расчета. М.: Изд-во ВИНТИ, 1971. 267 с.
4. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 283 с.
5. Шрайбер А.А. Многофазные полидисперсные течения с переменным фракционным составом дисперсных включений // Итоги науки и техники. Серия: Комплексные и специальные разделы механики. Т. 3. М.: Изд-во ВИНТИ, 1988. С. 3–80.
6. Тукмаков А.Л. Численное моделирование колебаний монодисперсной газозвеси в нелинейном волновом поле // Прикл. механика и техническая физика. 2011. Т. 52. № 2. С. 36–43.
7. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. М.: Мир. 1991. 551 с.
8. Steger J.L. Implicit finite-difference simulation of flow about arbitrary two-dimensional geometries // AIAA J. 1978. Vol. 16, No. 7. P. 679–686.
9. Жмакин А.И., Фурсенко А.А. Об одной монотонной разностной схеме сквозного счета // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1980. Т. 20, № 4. С. 1021–1031.

*Статья поступила в редакцию 14 июля 2014 г.,  
после доработки — 4 октября 2014 г.*