

их место установки на подошве могут существенно повлиять на результаты измерений.

Приведенные результаты теоретических расчетов и сравнение их с экспериментальными данными свидетельствуют о существенном влиянии вязких свойств грунтов на параметры движения штампов и напряженное состояние грунтов в их основании.

При этом анализ математических моделей [4, 10], учитывающих вязкопластические свойства грунтов, показал, что их использование в задачах взаимодействия круглого штампа с грунтом при достаточно обоснованном выборе значений необходимых констант приводит к близким результатам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бородачев Н. М. Динамические контактные задачи для полупространства // Динамический расчет сооружений на специальные воздействия.— М.: Стройиздат, 1981.
2. Сеймов В. М. Динамические контактные задачи.— Киев: Наук. думка, 1976.
3. Котляревский В. А., Румянцева Р. А., Чистов А. Г. Расчеты удара штампа по грунтовому массиву с использованием различных моделей упругопластических сред в условиях плоской деформации // Изв. АН СССР. МТТ.— 1977.— № 5.
4. Рыков Г. В., Скобеев А. М. Измерение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках.— М.: Наука, 1978.
5. Григорян С. С. Об основных представлениях динамики грунтов // ПММ.— 1960.— Т. 21, вып. 6.
6. Рыков Г. В., Кузнецов В. П. Экспериментальные исследования реактивного сопротивления грунта в основании круглого штампа // Основания, фундаменты и механика грунтов.— 1990.— № 3.
7. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике.— М.: Мир, 1967.
8. Кулинич Ю. В., Нарожная З. В., Рыков Г. В. Механические характеристики песчаных и глинистых грунтов с учетом их вязкопластических свойств при кратковременных динамических нагрузках.— М., 1976.— (Препр./АН СССР, ИПМ; № 69).
9. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела.— М.: Наука, 1979.
10. Замышляев Б. В., Евтерев Л. С., Чернейкин В. А. Релаксационное уравнение состояния грунтов // ДАН СССР.— 1981.— Т. 261, № 5.

г. Москва

Поступила 14/1 1991 г.

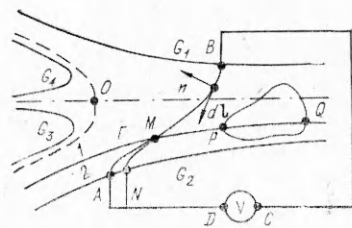
УДК 539.89—537.53

С. Н. Ишткин, Г. Е. Кузьмин, В. В. Пай, Л. Л. Фрумин

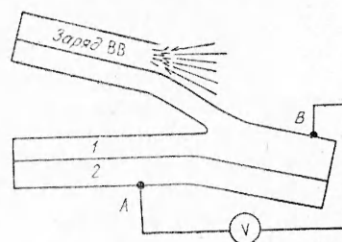
ОБ ИЗМЕРЕНИИ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ПЛОСКОМ УСТАНОВИВШЕМСЯ ТЕЧЕНИИ МЕТАЛЛА

Экспериментальное определение температуры металла в процессе его импульсного высокоскоростного деформирования сильно затруднено тем, что для ее измерения нельзя применять локальные датчики. Действительно, при применении локального датчика приходится нарушать сплошность исследуемого образца. Наличие же в объеме металла, подвергаемого импульсному деформированию, каких-либо полостей, разрезов, диэлектриков и т. п., даже если оно слабо сказывается на таких параметрах течения, как давление, плотность или поле скоростей, как правило, неконтролируемым образом искажает поле температуры. Поэтому если стоит задача измерения температуры во внутренней области образца, то ее датчиком должен быть сам образец. При термомпарном методе измерения такой образец-датчик можно получить, если соединить между собой два металла, имеющих близкие механические, но различные термоэлектрические характеристики, так что граница раздела металлов не вносит искажений в поле температуры.

Настоящая работа посвящена разработке термоэлектрического метода измерения поля температуры при плоском двумерном стационарном



Р и с. 1



Р и с. 2

течении металла. Принципно в этой методике то, что не вносится искажений в измеряемое поле температуры. В частном случае метод можно использовать для измерения температуры шва при сварке взрывом. Эффект Зеебека применялся для измерения температуры в режиме сварки взрывом в [1, 2]. Однако в [1] удалось зарегистрировать только остаточную температуру шва. В [2] в зону измерения вводился сложный зонд, что сильно затрудняло интерпретацию полученной информации.

Рассмотрим стационарное соударение двух бесконечных плоских струй, одна состоит из металла 1 (рис. 1), а другая (биметаллическая) — из металлов 1 и 2. Обозначим свободные границы течения G_i ($i = 1, 2, 3, 4$); границу, разделяющую металлы, Γ ; координаты, отсчитываемые вдоль этих границ слева направо, g_i и γ соответственно. Пусть к точкам A и B , координаты которых g_1 и g_2 , подключен прибор (в дальнейшем будем условно называть его вольтметром), измеряющий электрическое напряжение между ними $V(g_1, g_2)$. Покажем, что если измерить распределение $V(g_1, g_2)$ для фиксированного g_1 , то при известном поле скоростей течения u и распределение температуры вдоль Γ $T(\gamma)$ определяется однозначно.

Реально в эксперименте такую картину можно получить, например, следующим образом (рис. 2). Метнем плоским зарядом ВВ лист из металла 1 на неподвижную биметаллическую пластину. Вольтметр подключим неподвижными проводами в средней области второй пластины и на краю первой. При достаточных размерах через длительное время с момента начала соударения течение металла вдали от краев в системе отсчета, связанной с точкой торможения O , можно считать плоским и установившимся. В этой системе измерительный провод, жестко прикрепленный к нижней пластине, двигаясь вместе с металлом, пройдет вдоль G_2 от $g_2 = -\infty$ до $g_2 = +\infty$. Экспериментально измеренная зависимость напряжения на вольтметре от времени $V(t)$ дает распределение $V(+\infty, g_2)$.

В результате деформации в металле установится некоторое распределение температуры T , а термоэлектрический эффект приведет к возникновению плотности электрического тока \mathbf{j} , магнитного \mathbf{H} и электрического \mathbf{E} полей. Введем декартову систему координат с осью z , перпендикулярной плоскости течения. Будем считать, что в системе, связанной с точкой торможения, распределения $T(x, y)$, $\mathbf{j}(x, y)$, $\mathbf{H}(x, y)$ и $\mathbf{E}(x, y)$ удовлетворяют условиям стационарности и двумерности; \mathbf{E} и \mathbf{j} при этом будут иметь только x - и y -компоненты, а \mathbf{H} — только z : $\mathbf{H} = e_z H$.

Пусть участок измерительного провода AD сделан из металла 2, а участок BC — из металла 1, вольтметр подключен к точкам D и C проводом из металла 2 (см. рис. 1). Будем считать, что температура в точках C и D равна температуре окружающей среды T_0 . Выделим замкнутый контур L , лежащий в некоторой плоскости $z = \text{const}$ и проходящий по измерительным проводам от A до B через вольтметр, а от B до A — через металл, пересекая Γ в некоторой точке M (положительное направление обхода против часовой стрелки). Связь между измеряемым напряжением и распределением $T(\gamma)$ можно получить следующим образом. С одной стороны,

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = \int_A^D \mathbf{E} d\mathbf{l} + V(g_1, g_2) + \int_C^B \mathbf{E} d\mathbf{l} + \int_B^M \mathbf{E} d\mathbf{l} + \int_M^A \mathbf{E} d\mathbf{l}$$

($d\mathbf{l}$ — элемент длины вдоль L). С другой стороны, в силу стационарности $\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0$. Значит,

$$(1) \quad V(g_1, g_2) = - \int_A^D \mathbf{E} d\mathbf{l} - \int_C^B \mathbf{E} d\mathbf{l} - \int_B^M \mathbf{E} d\mathbf{l} - \int_M^A \mathbf{E} d\mathbf{l}.$$

Для частицы металла i , движущейся со скоростью \mathbf{u} , закон Ома с учетом термоэлектрического эффекта имеет вид

$$(2) \quad \mathbf{E} = - \frac{1}{e} \nabla \mu + \frac{1}{\sigma_i} \mathbf{j} + s_i \nabla T - \mu_0 [\mathbf{u} \mathbf{H}], i = 1, 2.$$

Здесь e — заряд электрона; μ — химический потенциал; σ_i , s_i — проводимость и абсолютный термоэлектрический коэффициент металла i ; μ_0 — магнитная постоянная. В дальнейшем будем считать, что σ_i постоянны, а s_i зависят только от температуры. Поскольку сопротивление вольтметра много больше сопротивления области, занимаемой металлом, то ток, текущий по измерительным проводам, пренебрежимо мал, а магнитного поля снаружи металла нет. Тогда, подставляя (2) в (1), получим

$$(3) \quad V = \int_A^D \frac{1}{e} \nabla \mu d\mathbf{l} + \int_C^B \frac{1}{e} \nabla \mu d\mathbf{l} + \int_B^M \frac{1}{e} \nabla \mu d\mathbf{l} + \int_M^A \frac{1}{e} \nabla \mu d\mathbf{l} - \int_{T_0}^{T_M} (s_1 - s_2) dT - \int_B^M \frac{1}{\sigma_1} \mathbf{j} d\mathbf{l} - \int_M^A \frac{1}{\sigma_2} \mathbf{j} d\mathbf{l} + \int_B^M \mu_0 [\mathbf{u} \mathbf{H}] d\mathbf{l}$$

(T_M — температура в точке M).

Поскольку интеграл по замкнутому контуру от $\nabla \mu$ равен нулю, а на участке от D до C , включающем вольтметр, $\nabla \mu = 0$ (этот участок состоит из одного металла, находящегося при постоянной температуре T_0), то сумма первых четырех членов в (3) равна нулю. В плоском случае из уравнения $\mathbf{j} = \text{rot } \mathbf{H}$ вытекает

$$(4) \quad \mathbf{j} d\mathbf{l} = -(\partial H / \partial n) d\mathbf{l}$$

(\mathbf{n} — единичный вектор внешней нормали к $d\mathbf{l}$).

Так как \mathbf{u} имеет только x - и y -компоненты, а \mathbf{H} — только z , то

$$(5) \quad [\mathbf{u} \mathbf{H}] d\mathbf{l} = -H \mathbf{u} n d\mathbf{l}.$$

Учитывая (4) и (5), преобразуем (3) к виду

$$(6) \quad V = - \int_{T_0}^{T_M} (s_1 - s_2) dT + \mu_0 \int_B^M \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma_1} \nabla H - H \mathbf{u} \right) \mathbf{n} d\mathbf{l} + \mu_0 \int_M^A \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma_2} \nabla H - H \mathbf{u} \right) \mathbf{n} d\mathbf{l}.$$

Физический смысл этого выражения таков: первый член описывает результат непосредственного действия градиента температуры вдоль пути интегрирования, второй и третий — изменение магнитного потока через L . Причем это изменение обусловлено двумя процессами: градиентные члены дают диффузионный поток поля через кривую BA , а члены с $H \mathbf{u}$ описывают перенос магнитного поля через BA движущимся металлом.

Уравнение (6) позволяет определить по измеренному напряжению температуру T_M в любой точке на границе Γ , если известно $H(x, y)$. Распределение магнитного поля в металле можно найти из решения следующих двух задач. Применив операцию rot к (2) и учитывая $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\text{rot } \nabla \mu = 0$, $\text{rot } (s_i \nabla T) = 0$, $\text{rot } \mathbf{j} = -\Delta \mathbf{H}$, $\text{rot } [\mathbf{u} \mathbf{H}] = -\text{div } (H \mathbf{u})$, получим, что в каждом из металлов магнитное поле удовлетворяет уравнению

$$(7) \quad (1/\mu_0 \sigma_i) \Delta H - \text{div } (H \mathbf{u}) = 0, i = 1, 2.$$

Решить (7) нужно при двух граничных условиях. Для области, занимаемой металлом 2, $H = 0$ на G_2 , что вытекает из ограниченности тангенциальной к внешней границе компоненты \mathbf{j} и отсутствия магнитного поля снаружи металла. Второе граничное условие найдем, вычислив $\partial V/\partial g_2$. Для этого возьмем на G_2 точку N , имеющую координату $g_2 + dg_2$, выделим контур L_1 , совпадающий на участках DC , CB и BM с L и проходящий от M к N и от N к D по некоторым кривым, лежащим внутри L . Аналогично (6) запишем

$$(8) \quad V(g_1, g_2 + dg_2) = - \int_{T_0}^{T_M} (s_1 - s_2) dT + \mu_0 \int_B^M \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma_1} \nabla H - H\mathbf{u} \right) \mathbf{n} dl + \\ + \mu_0 \int_M^N \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma_2} \nabla H - H\mathbf{u} \right) \mathbf{n} dl.$$

Из (7) следует

$$\oint_{ANMA} \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma_2} \nabla H - H\mathbf{u} \right) \mathbf{n} dl = 0.$$

Тогда из (6), (8) имеем

$$V(g_1, g_2 + dg_2) - V(g_1, g_2) = \mu_0 \int_A^N \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma_2} \nabla H - H\mathbf{u} \right) \mathbf{n} dl.$$

Поскольку на G_2 $H = 0$, то отсюда получаем второе граничное условие, необходимое для нахождения $H(x, y)$ в области, занимаемой металлом 2:

$$(9) \quad \left. \frac{\partial H}{\partial n} \right|_{G_2} = \sigma_2 \frac{\partial V}{\partial g_2}.$$

Вообще говоря, задача решения уравнения (7) для области, занимаемой металлом 2, с граничными условиями на G_2 $H = 0$ и (9) является некорректной. Однако, предполагая гладкость искомого решения и используя методы регуляризации, можно получить решение этой задачи, непрерывно зависящее от погрешности определения граничных условий [3]. Решив ее, найдем $H(x, y)$ в области, занимаемой металлом 2, и, в частности, распределение магнитного поля вдоль Γ $H(\gamma)$. В силу непрерывности магнитного поля на Γ найденное таким образом $H(\gamma)$ служит граничным условием для определения $H(x, y)$ в области, занимаемой металлом 1. Для чего нужно решить (7) при $i = 1$ и втором граничном условии, аналогичном первому при вычислении H в области, занимаемой металлом 2: $H = 0$ на G_1, G_3, G_4 . Эта задача корректна. После расчета $H(x, y)$ во всей области течения металла из (6) можно найти T_M . Перемещая точку M вдоль Γ и решая (6) для каждого положения M , получим распределение температуры вдоль границы раздела металлов $T(\gamma)$. Если механические характеристики металлов в условиях описываемого течения близки и граница Γ не вносит значительных возмущений в поля скоростей и температуры, то, определяя $T(\gamma)$ при различном положении границы раздела металлов в одной и той же конфигурации течения, можно построить $T(x, y)$ для всей области. В частном случае таким способом можно измерить температуру шва в режиме сварки взрывом. Для этого нижняя пластина должна быть не биметаллической, а целиком состоять из металла 2.

Сделаем следующее замечание. При численном решении краевых задач область, в которой вычисляется $H(x, y)$, приходится обрезать на конечном расстоянии от точки торможения вверх и вниз по потоку металла. На границах, полученных в результате такого обрезания, если они находятся достаточно далеко от точки торможения, можно положить $H = 0$. Действительно, уравнения (7) показывают, что магнитное поле диффундирует через металл (первый член) и одновременно сносится движущейся средой (второй член). Из (7) вытекает, что для любого замкнутого конту-

ра, целиком лежащего в металле и не содержащего границы Γ ,

$$(10) \quad \oint \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma_i} \nabla H - H \mathbf{u} \right) \mathbf{n} dl = 0, \quad i = 1, 2.$$

Это означает, что внутри однородной области металла источников магнитного поля для уравнений (7) нет. Если выделить контур, содержащий участок PQ границы Γ (см. рис. 1), то нетрудно заметить, что

$$(11) \quad \oint \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla H - H \mathbf{u} \right) \mathbf{n} dl = - \int_P^Q \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma_1} \frac{\partial H}{\partial n_1} + \frac{1}{\mu_0 \sigma_2} \frac{\partial H}{\partial n_2} \right) d\gamma$$

(n_1 и n_2 — единичные векторы, перпендикулярные к Γ и направленные наружу из областей, занимаемых металлами 1 и 2 соответственно). Из непрерывности тангенциальной компоненты \mathbf{E} при переходе через границу раздела металлов и из (2), (4) следует, что на Γ

$$(12) \quad \frac{1}{\sigma_1} \frac{\partial H}{\partial n_1} + \frac{1}{\sigma_2} \frac{\partial H}{\partial n_2} = (s_1 - s_2) \frac{\partial T}{\partial \gamma}.$$

Сопоставляя (11) и (12), видим, что источники магнитного поля для (7) находятся на границе раздела металлов в том месте, где есть градиент температуры вдоль Γ . Можно сказать, что количество магнитного потока, рождающегося за 1 с на единице длины Γ , $J = (s_1 - s_2) \partial T / \partial \gamma$. Градиент температуры сосредоточен в основном в той области около точки торможения, где происходит интенсивная деформация металла. Магнитное поле, рождаясь в этой области, диффундирует преимущественно по направлению к внешним границам течения, где $H = 0$, и одновременно сносится движущимся металлом. Характерные времена, за которые поле достигает свободных границ, как следует из (7), $\tau_1 \sim \mu_0 \sigma_1 \delta_1^2$ и $\tau_2 \sim \mu_0 \sigma_2 \delta_2^2$ (δ_1 и δ_2 — толщины металлов 1 и 2). Теплопроводность металлов приводит к уменьшению $\partial T / \partial \gamma$ по мере удаления от точки торможения. Достаточно далеко от нее можно считать, что $\partial T / \partial \gamma = 0$ и источников магнитного поля нет. Поле, сносимое движущимся металлом, успевает продиффундировать до внешних границ и исчезнуть. Условие $H = 0$ будет заведомо обеспечено при

$$|g_1|, |g_2| \gg \max \left(\frac{u_0 a^2}{\kappa_1}, \frac{u_0 a^2}{\kappa_2}, u_0 \tau_1, u_0 \tau_2 \right),$$

где u_0 — скорость металла на бесконечности; a — характерный размер области, в которой происходит деформация металла; κ_1 и κ_2 — коэффициенты температуропроводности. Если проводимости металлов отличаются сильно, то данное условие является слишком жестким, так как скорость ухода магнитного поля из объема металла определяется материалом с меньшей проводимостью.

Настоящая методика измерения температуры при произвольном поле скоростей $\mathbf{u}(x, y)$ требует довольно большого объема численного счета, так как для нахождения $H(x, y)$ приходится дважды решать краевую задачу. Процедура заметно упрощается, если поле скоростей можно описывать в модели идеальной несжимаемой жидкости. Как показано в [4, 5], путем сравнения экспериментально полученного поля давления в меди при сварке взрывом с результатами расчета по модели идеальной несжимаемой жидкости последнюю можно в первом приближении применять для описания течения металла в таких условиях. Рассмотрим случай, когда плотности металлов одинаковы. Тогда течение будет непрерывно во всей области. Введем потенциал скорости φ и функцию тока ψ :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = u_x, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = u_y, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -u_y, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = u_x.$$

На плоскости комплексного потенциала $\Phi = \varphi + i\psi$ область, занимаемая металлом 2, перейдет в прямую полосу $\psi(G_2) \leq \text{Im} \Phi \leq \psi(\Gamma)$ ($\psi(G_2)$ и $\psi(\Gamma)$ — значения функции тока на G_2 и Γ соответственно). Чтобы избежать

дифференцирования экспериментально измеряемой величины V при получении граничного условия (9), лучше искать не само $H(x, y)$, а вспомогательную функцию $F_2(\varphi, \psi)$, определенную в области, занимаемой металлом Z , и такую, что

$$(13) \quad \frac{\partial F_2}{\partial \varphi} = H(\varphi, \psi), \quad \frac{\partial F_2}{\partial \psi} = \int_{-\infty}^{\psi} \frac{\partial H}{\partial \psi} d\varphi.$$

Подставляя (13) в (7) и интегрируя, имеем

$$(14) \quad \partial^2 F_2 / \partial \varphi^2 + \partial^2 F_2 / \partial \psi^2 - \mu_0 \sigma_2 \partial F_2 / \partial \varphi = f(\psi)$$

($f(\psi)$ — произвольная функция). При $\varphi \rightarrow \infty$ магнитное поле исчезает и, следовательно, $\partial F_2 / \partial \varphi$ и $\partial^2 F_2 / \partial \varphi^2$ стремятся к нулю. Выделим контур, образованный двумя произвольными линиями тока $\psi = \psi_1$ и $\psi = \psi_2$ и замыкаемый участками $\varphi = \text{const}$ при $\varphi \rightarrow \pm\infty$. Поскольку конвективного переноса магнитного поля через линии тока нет ($\mathbf{un} = 0$), то из (10) и (13) получим

$$\left. \frac{\partial^2 F_2}{\partial \psi^2} \right|_{\varphi \rightarrow \infty} = \frac{\partial}{\partial \psi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial H}{\partial \psi} d\varphi = 0.$$

Значит, $f(\psi) = 0$. Так как F_2 определена с точностью до константы, то можно считать, что $F_2(\varphi, \psi(G_2)) = 0$. Из (9), (12) следует, что на G_2

$$(15) \quad \partial F_2 / \partial \psi = -\sigma_2 V(g_1(\varphi, \psi), g_2(\varphi, \psi)).$$

Задача нахождения $F_2(\varphi, \psi)$ решается методом источников. Решение уравнения (14) для линейного источника мощности q , помещенного в начало координат плоскости (φ, ψ) , имеет вид [6]

$$\kappa = \frac{q}{2\pi} \exp\left(\frac{\mu_0 \sigma_2 \varphi}{2}\right) K_0\left(\frac{\mu_0 \sigma_2 \sqrt{\varphi^2 + \psi^2}}{2}\right)$$

(K_0 — бесселева функция второго рода нулевого порядка от мнимого аргумента).

Расположим источники с плотностью $\rho(\varphi)$ на Γ и с плотностью $-\rho(\varphi)$ симметрично относительно G_2 . Тогда

$$(16) \quad F_2(\varphi, \psi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho(\varphi_0)}{2\pi} \exp\left[\frac{\mu_0 \sigma_2 (\varphi - \varphi_0)}{2}\right] \times \\ \times K_0\left(\frac{\mu_0 \sigma_2}{2} \sqrt{(\varphi - \varphi_0)^2 + [\psi - \psi(\Gamma)]^2}\right) d\varphi_0 - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho(\varphi_0)}{2\pi} \exp\left[\frac{\mu_0 \sigma_2}{2} (\varphi - \varphi_0)\right] \times \\ \times K_0\left(\frac{\mu_0 \sigma_2}{2} \sqrt{(\varphi - \varphi_0)^2 + [\psi + \psi(\Gamma) - 2\psi(G_2)]^2}\right) d\varphi_0.$$

Ввиду симметрии расположения источников относительно G_2 граничное условие $F_2(\varphi, \psi) = 0$ при $\psi = \psi(G_2)$ удовлетворяется автоматически. Дифференцируя (16) по ψ и учитывая (15), для определения функции $\rho(\varphi)$ получим уравнение Фредгольма первого рода:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho(\varphi_0)}{2\pi} \frac{\mu_0 \sigma_2 [\psi(\Gamma) - \psi(G_2)] \exp\left[\frac{\mu_0 \sigma_2}{2} (\varphi - \varphi_0)\right]}{\sqrt{(\varphi - \varphi_0)^2 + [\psi(\Gamma) - \psi(G_2)]^2}} \times \\ \times K_1\left(\frac{\mu_0 \sigma_2}{2} \sqrt{(\varphi - \varphi_0)^2 + [\psi(\Gamma) - \psi(G_2)]^2}\right) d\varphi_0 = -\sigma_2 V(g_1(\varphi, \psi(G_2)), \\ g_2(\varphi, \psi(G_2))).$$

Используя методы регуляризации, из этого уравнения можно найти $\rho(\varphi)$ и далее из (16) $F_2(\varphi, \psi)$. Введем для области, занимаемой металлом I ,

функцию $F_1(\varphi, \psi)$, определяемую соотношениями

$$(17) \quad \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} = H(\varphi, \psi), \quad \frac{\partial F_1}{\partial \psi} = \int_{-\infty}^{\psi} \frac{\partial H}{\partial \psi} d\varphi.$$

Согласно (14), получим

$$(18) \quad \partial^2 F_1 / \partial \varphi^2 + \partial^2 F_1 / \partial \psi^2 - \mu_0 \sigma_1 \partial F_1 / \partial \varphi = 0.$$

Поскольку на G_1, G_3 и G_4 $H = 0$, то на этих границах функция $F_1 = \text{const}$, которую можно положить равной нулю. В силу непрерывности магнитного поля на Γ из (13), (17) следует

$$(19) \quad F_1(\varphi, \psi(\Gamma)) = F_2(\varphi, \psi(\Gamma)) + \text{const}.$$

Из (17) имеем, что $\partial F_1 / \partial \psi \rightarrow 0$ при $\varphi \rightarrow -\infty$, а так как на внешних границах $F_1 = 0$, то $F_1(\varphi, \psi(\Gamma)) \rightarrow 0$ при $\varphi \rightarrow -\infty$. Аналогично $F_2(\varphi, \psi(\Gamma)) \rightarrow 0$ при $\varphi \rightarrow -\infty$ и, следовательно, $\text{const} = 0$ в (19). Таким образом, значение $F_2(\varphi, \psi(\Gamma))$ служит замыкающим граничным условием (19) для нахождения $F_1(\varphi, \psi)$. Задача решения уравнения (18) с вышеуказанными граничными условиями корректна.

После определения F_1 и F_2 в принципе из (13) и (17) можно получить H , а из (6) — температуру. Однако удобнее поступить по-другому. Действительно, интегрируя (12) вдоль Γ и учитывая (13), (17), видим, что температуру в произвольной точке M находим из соотношения

$$(20) \quad \int_{T_0}^{T_M} (s_1 - s_2) dT = \frac{1}{\sigma_2} \lim_{\psi \rightarrow \psi(\Gamma)} \frac{\partial F_2(\varphi(M), \psi)}{\partial \psi} - \frac{1}{\sigma_1} \lim_{\psi \rightarrow \psi(\Gamma)} \frac{\partial F_1(\varphi(M), \psi)}{\partial \psi}.$$

Методика становится еще проще при $\sigma_1 \gg \sigma_2$, когда в правой части (20) можно пренебречь вторым членом. В этом случае $F_1(\varphi, \psi)$ не нужно находить. Такая ситуация реализуется, если, например, металл 2 — константан, а металл 1 — медь ($\sigma_1/\sigma_2 \simeq 30$).

В другом частном случае, когда измеряется температура шва в режиме сварки взрывом при симметричном соударении металлов с одинаковой проводимостью (например, манганин — константан), также достаточно определить только $F_2(\varphi, \psi)$. Тогда в силу симметрии $F_1(\varphi, \psi) = F_2(\varphi, 2\psi(\Gamma) - \psi)$ и

$$\int_{T_0}^{T_M} (s_1 - s_2) dT = \frac{2}{\sigma} \lim_{\psi \rightarrow \psi(\Gamma)} \frac{\partial F_2(\varphi(M), \psi)}{\partial \psi}.$$

В настоящей работе вышеописанным методом измерялась температура шва при сварке взрывом меди с константаном и манганина с константаном. Схема эксперимента приведена на рис. 2. Все пластины имели толщину 2 мм. Типичная осциллограмма зависимости напряжения от времени дана на рис. 3, она получена при сварке меди с константаном в режиме: угол соударения $\gamma = 18^\circ$, скорость точки контакта $v_k = 1000$ м/с. Развертка 20 мкс/клетку, чувствительность 20 мВ/клетку.

До момента касания верхней пластины с нижней напряжение, регистрируемое осциллографом, равно нулю. В момент касания оно резко

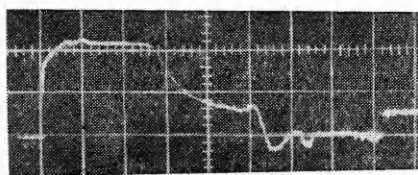


Рис. 3

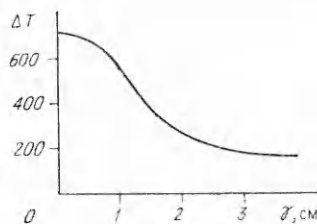


Рис. 4

$v_K, \text{ м/с}$	$\gamma, \text{ град}$				
	12	14	18	20	23
	T				
<i>Медь — константан</i>					
930	—	—	720	—	—
	—	—	180	—	—
1000	—	—	750	—	—
	—	—	240	—	—
1340	840	—	—	—	—
	250	—	—	—	—
1500	940	—	—	—	—
	280	—	—	—	—
2200	—	—	—	1200	—
	—	—	—	550	—
2700	—	1300	—	—	—
	—	470	—	—	—
<i>Манганин — константан</i>					
980	—	—	1030	—	—
	—	—	400	—	—
1340	—	—	1020	—	—
	—	—	400	—	—
1480	—	—	—	—	980
	—	—	—	—	350

возрастает. Небольшой завал фронта $V(t)$ перед выходом на плато обусловлен конечностью времени диффузии магнитного поля от шва до свободной поверхности пластин. Пока место подсоединения измерительного кабеля (точка A) находится далеко от точки торможения O , все магнитное поле, рожденное в шве, выходит на свободные границы течения правее точки A внутрь контура, образованного измерительными проводами, и регистрируемое напряжение постоянно. При приближении A к O часть магнитного потока начинает выходить левее A и напряжение уменьшается. Когда A уходит далеко правее O , источники магнитного поля вблизи A исчезают и все поле выходит снаружи измерительного контура. Напряжение перестает зависеть от времени (т. е. положения точки A относительно O) и выходит на новое плато, соответствующее остаточной температуре шва.

Зависимость температуры в шве от расстояния до точки торможения, полученная после обработки осциллограммы, изображена на рис. 4. В таблице приведены максимальные (верхняя строка) и остаточные (нижняя) температуры в шве для некоторых режимов сварки меди с константаном и манганина с константаном. Суммарная погрешность измерения температуры, обусловленная рядом упрощающих допущений, сделанных нами, применением методов регуляризации и погрешностью измерения напряжения, оценивается в $\pm 10\%$.

Авторы признательны В. М. Титову за полезные обсуждения и благодарят В. Н. Зеленого и М. А. Федотенко за помощь в экспериментах.

ЛИТЕРАТУРА

- Захаренко И. Д. О тепловом режиме зоны сварного шва при сварке взрывом // ФГВ.— 1971.— № 2.
- Михайлов А. Н., Дремин А. Н., Фетцов В. П. К вопросу об измерении температуры в зоне соединения при сварке взрывом // ФГВ.— 1976.— № 4.

3. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979.
4. Пай В. В. Определение динамических параметров нагружения в схемах упрочнения и сварки взрывом: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Новосибирск, 1981.
5. Пай В. В., Симонов В. А. Измерение давления при косых соударениях металлических пластин // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр./АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т гидродинамики. — 1979. — Вып. 43.
6. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. — М.: Наука, 1964.

г. Новосибирск

Поступила 29/1 1991 г.

УДК 662.612 + 536.46

Г. С. Сухов, Л. П. Ярин

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН ГОРЕНИЯ В ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕДАХ

Распространение волн горения в пузырьковых средах представляет существенный интерес для многочисленных технических приложений. Впервые на принципиальную возможность существования таких волн указано в [1—3], где обоснован физический механизм явления и асимптотическими методами теории горения исследованы закономерности самоподдерживающегося волнового процесса с химической реакцией, распространяющегося по активной жидкости, содержащей пузырьки газообразного окислителя. Развитые представления в дальнейшем были обобщены на случай распространения волн полимеризации в жидкой среде с распределенными в ней жидкими включениями мономера [4, 5].

В [6] приведен качественный анализ предложенной в [1] системы уравнений, описывающей горение пузырьковых сред, и определены скорости распространения химической реакции в среде, содержащей частицы активной диспергированной фазы. Цитируемая работа содержит ряд необоснованных положений принципиального характера, касающихся не только решения частной задачи, но и общего подхода к анализу распространения волн горения в реагирующих средах.

В первую очередь это относится к доказательству существования стационарного волнового решения с химическим источником. Поиск такого решения, как показано в [7], оправдан лишь в том случае, если на бесконечном интервале пространства перед волной $-\infty \leq x \leq x_0^*$, достаточно удаленном от зоны активной реакции, пренебречь существованием химического источника. Физически это означает обязательное включение в исходную постановку задачи известного условия «обрезания» кинетической функции в окрестности начального состояния. Из этого непосредственно следует, что уже изначально исходная система дифференциальных уравнений должна разбиваться на две подсистемы, в которых $W = 0$ (зона «обрезания» химической кинетики) и $W > 0$ (зона реакции). Решению в области $W = 0$ должен отвечать участок интегральной кривой, лежащей в плоскости $c = c_0$, а в области $W > 0$ — участок интегральной кривой, лежащей в фазовом пространстве $0 < c < c_0$. Доказательство существования стационарной волновой структуры должно сводиться к обоснованию существования хотя бы одного значения скорости распространения горения $u > 0$, при котором происходит стыковка названных выше участков интегральных кривых в точке «обрезания» кинетической функции ($\theta_1 = \theta_{1*}, \theta_2 = \theta_{2*}, c = c_0$) [7]. Хотя автором [6] принцип «обрезания» провозглашается, однако в качественном анализе дифференциальных уравнений он не реализуется, о чем свидетельствует отсутствие соответствующего участка интегральной кривой в плоскости $c = c_0$ (рис. 1 из [6]). Это ставит под сомнение правильность конечного результата исследования. Неубедительным является утверждение о существо-

* Здесь и ниже приняты обозначения [6].