

4. Повацкий В. К. Волновые задачи теории пластичности. М.: Мир, 1978.
5. Сагомонян А. Я. Волны напряжений в сплошных средах.— В кн.: Курс лекций. Ч. 2. М.: Изд-во МГУ, 1979.
6. Seshadri R., Singh M. C. Similarity analysis of wave propagation problems in non-linear rods.— *Archiwum mechaniki stosowanej*, 1980, v. 32, N 6.
7. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972.
8. Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.
9. Баренблатт Г. И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л.: Гидрометеоиздат, 1978.
10. Ястребов В. П. Автомодельные задачи динамического изгиба балок.— ПМТФ, 1981, № 1.
11. Яблонский А. А. Курс теоретической механики. Ч. 2. М.: Высш. шк., 1977.
12. Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964.
13. Ястребов В. П. Автомодельные задачи динамического изгиба бесконечных нелинейно-упругих балок.— ПМТФ, 1981, № 4.

Поступила 23/IV 1984 г.

УДК 539.3

МОДУЛИ УПРУГОСТИ МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

А. М. Жуков

(Москва)

В последние годы усиленно развивается разномодульная теория упругости. Она предполагает материал однородным, но обладающим разными модулями упругости при чистом растяжении и сжатии в фиксированном направлении.

В [1] собраны значения модулей упругости на растяжение E_p и сжатие E_c , полученные экспериментально. Достоверность некоторых из них вызвала сомнения.

Для стеклопластиков КС-30 и АС-30, изготовленных на основе капроновой и андидной смол соответственно, различие в модулях при комнатной температуре достигает около 700% по отношению к наименьшему значению. В [2] (откуда взято это) описана методика и средства испытаний.

На растяжение испытаны образцы в виде двойной лопатки. Приборы для измерения деформаций не указаны. На сжатие испытаны образцы размером $10 \times 10 \times 15$ мм при скорости взаимного смещения опорных плит 10 мм/мин, которую авторы [2] ошибочно называют скоростью деформирования.

Образцы на растяжение имеют переменное поперечное сечение. В них возникают не только переменные по длине растягивающие напряжения, но также поперечные и касательные напряжения. Все это, конечно, не учитывалось при обработке результатов испытаний.

За счет трения по торцам и обмятия опорных плит в образцах при сжатии возникало сложное напряженное состояние, неоднородное по объему. Определение этого состояния расчетным путем затруднительно, а пренебрегать им нельзя.

Рассматриваемые испытания и обработка их результатов выполнены некорректно, и, следовательно, получены недостоверные данные. Кстати, представленные на фиг. 1 в [2] кривые не имеют начальных линейных участков. Поэтому остается неясным, каким образом определялись модули упругости.

В [1] приведены модули упругости E_p и E_c полиметилметакрилата, заимствованные из [3]. Различие в модулях достигает 100% по отношению к наименьшему значению.

Усилия, действующие на образец, измерялись фотоэлектрооптическим динамометром, описанным в [4], где также отмечены его недостатки: нелинейность связи между фототоком и силой и необходимость частых градуировок для учета процессов утомляемости и старения фотоэлементов и изменений интенсивности источника света от опыта к опыту.

В [5] описана установка, на которой проводили испытания полиметилметакрилата. Согласно описанию, деформации измеряли по перемещению захватов как при сжатии, так и при растяжении. На сжатие испытаны образцы высотой 5 мм и диаметром 2,5 мм, а на растяжение — образцы, рабочая часть которых имела длину 15 мм и диаметр 2 мм. По поводу образцов на растяжение в [3] сделана оговорка: «...при таких размерах деформация рабочей части составляла 80% от деформаций всего образца».

Из-за того что деформации образцов измеряли по перемещению захватов, а усилия — по динамометру с нестабильными характеристиками, получены значения модулей упругости полиметилметакрилата, которые нельзя считать достоверными.

В [6] приведены данные испытаний капрона и фторопласта-4. Испытания проведены на прессе Гагарина. Деформации измерялись по перемещению захватов, т. е. некорректно. В результате получены неверные значения E_p и E_c .

Нами испытаны две партии фторопласта-4 в условиях растяжения с фиксированными скоростями нагружения σ [7]. В первой партии испытано 20 образцов, σ изменялась в 1247 раз. На линейном участке кривой деформирования располагалось 3—7 опытных точек.

Оказалось, что наклон линейного участка значение σ практически не оказывало влияния. С доверительной вероятностью 95% $E_p = 927 \pm \pm 57$ МПа.

Во второй партии испытано также 20 образцов, σ изменялась в 1547 раз. На линейный участок диаграммы ложилось 3—11 опытных точек. Для этой партии обнаружено несколько большее влияние σ на E_p . Среднее значение E_p получилось равным 755 МПа.

По данным [6] для фторопласта-4 $E_p = 253$ МПа. Эта величина составляет всего 33,5% от наименьшего значения, измеренного нами. Произведенное сравнение дает основание предполагать, что и значение E_c для фторопласта-4 в [6] неверно.

В [8] приведены значения $E_p = 12164$ МПа и $E_c = 2963$ МПа для чистого полистирола, который ошибочно отождествлен с оргстеклом. Они различаются более чем в 4 раза.

По поводу средств измерений сказано: «Продольные и поперечные деформации измерялись электрическими тензодатчиками и механической системой. Скорость нагружения ≈ 1 мм/мин». Фигурирует также выражение «машинные испытания образцов», а вот использованная машина для испытаний и ее погрешности не указаны.

Известно, что скорость нагружения имеет размерность кгс/мин или кгс/см² мин, а не мм/мин. Для измерения деформаций, видимо, использованы тензодатчики сопротивления, которые нуждаются в выборочной градуировке. Об этом ничего не сказано, как и об использованной механической системе и результатах ее градуировки. Все это заставило провести опыты на полистироле с целью получения достоверных данных об E_p и E_c .

Образцы для испытаний были изготовлены из листового полистирола толщиной 20 мм. Испытания проведены на машине ЦД 10/90 с погрешностью 0,7%, измеренной по образцовому динамометру фирмы Цвик.

На растяжение испытано пять образцов диаметром 10 мм и длиной рабочей части 100 мм. Деформации измеряли прибором МК-3 на базе 50 мм с погрешностью 1,7%, которая была учтена при обработке опытных данных. Поверка приборов МК-3 производилась на градуировочном устройстве, состоящем из разрезанного на две части стержня, на котором устанавливался прибор. Одна половина его посредством микрометрического винта перемещалась по отношению к другой. Это перемещение измерялось микронным индикатором и сопоставлялось с показаниями индикаторов прибора. Степень расхождения показаний прибора с индикатором и определяла искомую погрешность.

На сжатие испытано также пять образцов диаметром 16 мм и длиной 100 мм. Деформации измеряли на базе 50 мм другим прибором МК-3 с погрешностью 2%, которая была учтена при обработке результатов испытаний.

На линейном участке диаграммы растяжения располагалось 7—10 опытных точек, а на линейный участок диаграммы сжатия ложилось 10—15 опытных точек. По этим точкам способом наименьших квадратов определяли наклоны линейных участков.

В результате испытаний получено при коэффициенте вариации 1,4%

$$E_p = 3286 \pm 58 \text{ МПа,}$$

при коэффициенте вариации 1,2%

$$E_c = 3306 \pm 50 \text{ МПа.}$$

Здесь и в последующем доверительные интервалы соответствуют доверительной вероятности 95%. Разница в средних значениях модулей

Т а б л и ц а 1

Номер партии	E_p , МПа	E_c , МПа	$(E_p - E_c)/E_c$, %
1	3500	3350	4,5
2	3950	3850	2,6
3	4300	4200	2,4

составляет 0,6% вместо 310,5% по [8]. Предел пропорциональности σ_p при растяжении полистирола оказался равным $20,6 \pm 2,9$ МПа, а при сжатии — 33,4 МПа и более.

По данным [3] для метилметакрилата $E_p = 1344$ МПа и $E_c = 2688$ МПа, а по данным наших опытов, проведенных на трубчатых образцах около 30 лет

тому назад, $E_p = 2680$ МПа и $E_c = 2650$ МПа (деформации измеряли прибором Мартенса). Различие составляет 1,1%.

В [1] приведены следующие значения модулей упругости для серого чугуна: $E_p = 91498$ МПа и $E_c = 121997$ МПа, разница 33,3%.

Для проверки этих результатов мы испытали на чистое растяжение и сжатие серый чугун. Образцы были изготовлены из плиты толщиной 60 мм. На растяжение испытаны образцы с диаметром рабочей части 10 мм и длиной 95 мм, а на сжатие — цилиндрические образцы длиной 90 мм и диаметром 15 мм. Деформации измеряли прибором Мартенса на базе 50 мм. При том и другом виде нагружения испытано по пяти образцов. В результате получено

$$E_p = 90200 \pm 8800 \text{ МПа}, E_c = 92200 \pm 2900 \text{ МПа}.$$

Вместо 33,3% расхождение составило 2,2%.

Достоверные данные о модулях упругости других материалов содержатся в [9].

В [10] изложены результаты испытаний на растяжение и сжатие трех партий образцов мономера ФА. Температура обработки в 1-й партии 20, во 2-й — 80 и в 3-й — 120°C. При каждом режиме нагружения испытано три образца. Результаты испытаний сведены в табл. 1, откуда видно, что различие в модулях не превышает 4,5%.

Дополнительно к изложенному нами испытаны на растяжение и сжатие латунь ЛС59 и титановый сплав ВТ1-1. Образцы на сжатие имели диаметр от 35 до 40 мм и длину 100 мм. Образцы на растяжение имели такие же размеры, как и образцы из полистирола. Последние изготавливали из прутков, разрезанных вдоль на 2 или 4 части.

Испытания на сжатие проведены на машине ЦД-100 с погрешностью измерения силы не более 1%. Для испытания на растяжение использована машина ЦД 10/90.

Измерение деформаций производили прибором МК-3. Из-за того что образцы на сжатие имели в 3,5—4 раза больший диаметр, чем образцы на растяжение, узел крепления на образце одного из приборов изменен.

Результаты испытаний ЛС59 и ВТ1-1 собраны в табл. 2, где d — диаметр прутка, из которого изготавливали испытательные образцы, ε_β — доверительный интервал, v — коэффициент вариации, вычисляемый по формуле

$$v = \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1) \bar{x}},$$

где \bar{x} — среднее значение измеряемой величины x_i ; n — число измерений. В описываемых опытах n равно 5—7. Из табл. 2 видно, что разница E_p и

Т а б л и ц а 2

Материал	d , мм	E_p , МПа	ε_β , МПа	v , %	E_c , МПа	ε_β , МПа	v , %	$(E_p - E_c)/E_c$, %
Латунь ЛС59	50	97510	± 1900	2,1	96330	± 1250	1,0	1,2
Сплав ВТ1-1	40	115960	± 3050	2,5	117330	± 1930	1,3	1,2
»	20	93480	± 3490	3,0	—	—	—	—

E_c не превышает 1,2%, т. е. составляет малую величину, меньшую погрешности совместных измерений усилий и деформаций.

Сопоставление E_p сплава ВТ1-1 для образцов, изготовленных из прутков разных диаметров, указывает на различие в модулях, достигающее 19,4% по отношению к наибольшему значению. Ради устранения этого образцы на растяжение и сжатие делали из одного прутка.

Проведенный анализ работ, в которых получены значительные расхождения значений E_p и E_c для одного и того же материала в одном и том же направлении, показывает, что они ошибочны. Корректно проведенные опыты дали практически одинаковые модули. Из последнего можно заключить, что основная гипотеза разномодульной теории упругости [1] не имеет опытного подтверждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. Д. Разномодульная теория упругости. М., 1982.
2. Калинка Ю. А., Боровинова С. М. Исследование физико-механических свойств хаотически наполненных стеклополиамидов. — Механика полимеров, 1971, № 3.
3. Регель В. Р., Бережкова Г. В. Влияние вида напряженного состояния на параметры кривых течения некоторых пластмасс. — В кн.: Некоторые проблемы прочности твердого тела. М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1959.
4. Дубов Г. А., Регель В. Р. Фотоэлектрооптический динамометр. — ЖТФ, 1955, т. 25, вып. 14.
5. Регель В. Р., Дубов Г. А. Регистрирующий прибор для записи кривых сжатия, растяжения и релаксации. Приборы и стенды. М., 1956.
6. Земляков И. П. О различии модулей упругости полиамидов при различных видах деформации. — Механика полимеров, 1965, № 4.
7. Жуков А. М. Упругие и прочностные свойства ЭДТ-10 и фторопласта-4. — В кн.: Расчеты на прочность. М.: Машиностроение, 1983, вып. 23.
8. Деревянко Н. И. Свойства армированного полистирола при кратковременном растяжении, сжатии и изгибе. — Механика полимеров, 1968, № 6.
9. Жуков А. М. Упругие, прочностные и деформационные свойства некоторых полимеров. — Механика композит. материалов, 1984, № 1.
10. Жигунова Н. А., Жуков А. М. и др. Исследование механических свойств высоконаполненного композитного материала на основе фурфуролацетонного связующего. — Механика композит. материалов, 1983, № 4.

Поступила 19/VI 1984 г.

УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ РАЗНОМОДУЛЬНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ

А. А. Золочевский

(Харьков)

Механические характеристики различных сплавов, полимеров и композитов отличаются анизотропией и зависимостью от вида напряженного состояния. Эти особенности проявляются при мгновенном нагружении и с течением времени.

Построению определяющих уравнений ползучести анизотропных сред, разносопротивляющихся растяжению и сжатию, посвящены работы [1, 2]. Вопросы упругого деформирования разномодульных анизотропных материалов рассмотрены в [3, 4].

Предложенный и обоснованный в [5] подход к описанию ползучести разносопротивляющихся материалов в данной работе распространяется на упругость анизотропных разномодульных сред.

1. Для упругого потенциала

$$W = \sigma_e^2/2$$

эквивалентное напряжение σ_e ($\sigma_e \geq 0$) принимается на основе линейного $\sigma = b_{ij}\sigma_{ij}$ и квадратичного $\sigma_e^2 = a_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}$ совместных инвариантов тензора напряжений σ_{ij} и тензоров упругой анизотропии b_{ij} , a_{ijkl} , т. е. в виде $\sigma_e = \sigma + \sigma_0$. Тогда компоненты тензоров деформаций $\epsilon_{ij} = \partial W / \partial \sigma_{ij}$ и