

Рис. 3. Сопоставление экспериментальных данных.

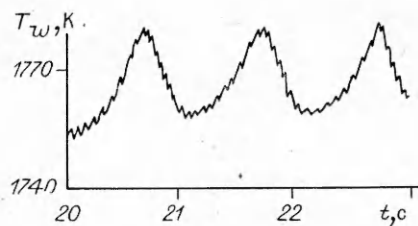


Рис. 4. Колебания температуры поверхности углепластика при вибрационном горении.

сивней охлаждают стенки каркаса, в результате чего значения  $T_w$  уменьшаются.

В области  $f = 40 \div 65$  Гц на осциллограммах записи температуры поверхности наблюдаются колебания с частотой 1—1,5 Гц и амплитудой 25—30 К (см. рис. 1, 4). Амплитуда вибраций поверхности составляла  $1 \cdot 10^{-3}$  м. Аналогичных режимов вибрационного горения на образцах из материала ЭГ-0 не обнаружено. По внешнему виду процесс вибрационного горения носит автоколебательный характер (рис. 4), колебания температуры поверхности возникают в начальные моменты времени ( $t = 0,3 \div 0,7$  с) и не меняют частоты и амплитуды в последующем. Вариация амплитуды и частоты вибраций в диапазонах  $(1-5) \cdot 10^{-3}$  м и 40—65 Гц не влияет на параметры колебательного процесса. Данное явление не связано с резонансными свойствами системы и с инструментальной погрешностью измерительного комплекса.

На рис. 4 видна высокочастотная составляющая колебаний температуры, которая обусловлена периодическим перемещением образца в плазменной струе при вибрациях поверхности. Следует отметить, что авторы работы [2] также наблюдали колебания цветовой температуры поверхности мелких угольных частиц при их горении в топке при  $T \sim 2000$  К с  $f = 1 \div 1,5$  Гц.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Накоряков В. Е., Бурдуков А. П., Болдарев А. М. и др. Тепло- и массообмен в звуковом поле.— Новосибирск, 1970.
2. Канцельсон Б. Д., Мароне И. Я. Теплоэнергетика, 1964, 1, 11.
3. Гришин А. М., Абалтусов В. Е., Голованов А. Н. Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1980, 3, 13, 64.
4. Абалтусов В. Е., Голованов А. Н., Альперт С. И. Газодинамика неравновесных процессов/Под ред. В. К. Баева.— Новосибирск, 1981.
5. Хитрин Л. Н. Физика горения и взрыва.— М: Изд-во МГУ, 1957.
6. Хитрин Л. Н., Головина Е. С. Исследования при высоких температурах/Под ред. В. А. Кириллина, А. Е. Шейдлина.— М.: Наука, 1967.

Поступила в редакцию 22/IX 1986,  
после доработки — 6/III 1987

### ПАРОФАЗНОЕ ГОРЕНИЕ И ТЕПЛОМАССОБМЕН ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ГАЗОВОГО ПОТОКА С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ

В. Н. Пушкин, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин

(Ухта)

Парофазное горение твердых тел, оплавливающих в потоке газообразного окислителя, известно как технологический прием и как природное явление. В своем первом качестве оно проявляется в процессах газо-

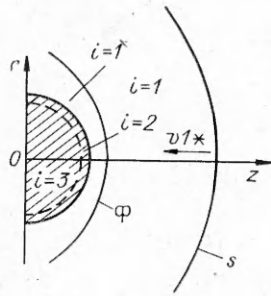


Рис. 1. Схема горения в набегающем потоке ( $\phi$  и  $s$  относятся к фронту горения и головному скачку; головная часть тела заштрихована; — — — — граница оплавления).

вой сварки, плазменного напыления, в рабочем процессе реактивных двигателей на гибридных топливах, а также в различных системах тепловой защиты [1]. Как естественный процесс это явление сопутствует гиперзвуковым полетам метеороидов, спутников и других летательных аппаратов в плотных слоях атмосферы.

Представляя несомненный практический и научный интерес, горение тел в набегающем потоке характеризуется исключительной сложностью. Наличие встречных потоков реагирующих компонентов (паров от поверхности тела и окислителя из окружающей среды) приводит к формированию сложной газодинамической структуры, для описания которой необходимы уравнения переноса в форме Навье — Стокса. Горение сопровождается фазовыми превращениями типа твердое тело — жидкость — пар и осложнено в ряде случаев присутствием головного скачка уплотнения (рис. 1).

При данных обстоятельствах полное количественное описание процесса горения аналитическими методами вряд ли возможно. Однако можно искать частные решения, определяющие практически важные характеристики процесса на отдельных участках зоны горения.

Первая попытка такого описания применительно к горению углеводородной жидкости предпринята в [2], где для упрощения задачи сделаны произвольные допущения о кипении жидкости, полном израсходовании на парообразование подводимой к жидкости теплоты, о потенциальности течения вблизи поверхности к-фазы и др. Поэтому, несмотря на ряд интересных результатов (получены решения, отвечающие диффузионному горению и низкотемпературному окислению), исследование носит качественный характер. В настоящей работе рассматривается более общая задача о горении твердого тела при отсутствии в исходной постановке перечисленных выше допущений.

При всем своеобразии данной задачи ее решение удобно искать, основываясь на общем подходе к анализу горения неперемешанных жидкостей, развитом в работах [3, 4]. Сущность подхода состоит в разбиении исследуемой области на ряд характерных зон, анализе процессов переноса в пределах каждой из них и сопряжении полученных решений на границах зон при допущении о диффузионном характере горения на фронте факела и квазиравновесности состояния на открытой поверхности жидкости.

### Постановка задачи

Процедура исследования существенно упрощается, если предположить, что головная часть обтекаемого тела имеет правильную (например, осесимметричную) форму. Рассмотрим обтекание тела вращения со сферической головной частью при гиперзвуковом движении в воздушной атмосфере (см. рис. 1). Обтекание сопровождается плавлением и испарением конденсированного вещества, а также химическим взаимодействием паров с окислителем, содержащимся в набегающем потоке.

Учитывая сложность задачи, при описании горения пренебрегаем некоторыми второстепенными факторами: температурной зависимостью коэффициентов переноса и теплового эффекта реакции, различием удельных теплоемкостей фаз. Плотность газовой фазы принимаем постоянной. Предположим, что твердая фаза обладает достаточно низкой теплопроводностью, вследствие чего глубина прогрева тела и толщина  $\delta$  зоны его оплавления малы. Жидкая фаза при этом локализуется в тонкой пленке на поверхности головной части тела. Так как вязкость  $\mu$  расплава обыч-

но значительна, то скорость движения на его внешней границе, пропорциональная отношению  $\delta/\mu$ , пренебрежимо мала, т. е.  $u_0 \approx 0$ .

При сделанных допущениях процессы переноса описываются следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p}{\partial r} &= v \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} - \frac{u_1}{r^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial v_1}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p}{\partial z} &= v \left( \frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{u_1}{r} + \frac{\partial v_1}{\partial z} &= 0, \quad u_i = v_i = 0 \quad (i = 2, 3), \\ \frac{\partial H}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial H}{\partial r} + v_1 \frac{\partial H}{\partial z} &= D \left( \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial T_i}{\partial \tau} + u_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + v_i \frac{\partial T_i}{\partial z} &= u_i \left( \frac{\partial^2 T_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} \right) + e_i q W / c_{p_i} \rho_i, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u, v$  — радиальная и осевая составляющие скорости;  $T$  — температура;  $c$  — относительная массовая концентрация;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $v, a, D$  — коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и диффузии;  $c_p$  — удельная изобарная теплоемкость;  $r, z$  — радиальная и осевая координаты;  $q, W(c_j, T_1)$  — удельная теплота и объемная скорость реакции;  $H = \bar{c}$ ;  $c_j (j = \text{и, п})$ ;  $\bar{c} = \Omega c_b - c_a + c_{a^*}$  — переменная Шваба — Зельдовича;  $\Omega$  — стехиометрический коэффициент;  $c_{a^*}$  — концентрация окислителя в набегающем невозмущенном потоке; индексы:  $i = 1, 2, 3$  соответствует газовой, жидкой и твердой фазам,  $j = a, b, \text{п}$ , и — окислитель, парам жидкости, продукту и инертной смеси в окислителе;  $e_i$  — единичная функция вида:  $e_1 = 1$ ;  $e_2 = e_3 = 0$ .

Задача существенно упрощается, если зону горения выделить особо в виде фронта диффузионного пламени, вне которого процессы теплопереноса описываются уравнением теплопроводности без химического источника. Допуская также, что размеры тела достаточно велики в сравнении с масштабами зон его оплавления и прогрева, решение задачи будем искать в квазистационарном приближении. Для этого воспользуемся обычной процедурой перехода к подвижной системе координат  $(\xi, r', \tau')$ , связанной с лабораторной  $(z, r, \tau)$  соотношениями  $\xi = z + \int_0^\tau v d\tau, r' = r, \tau' = \tau$  ( $v$  — скорость выгорания жидкой пленки). Приводя уравнения (1) к новым переменным, получим

$$u_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} + \tilde{v}_1 \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p}{\partial r} = v \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} - \frac{u_1}{r^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi^2} \right), \quad (2)$$

$$u_1 \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial r} + \tilde{v}_1 \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p}{\partial z} = v \left( \frac{\partial^2 \tilde{v}_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \tilde{v}_1}{\partial \xi^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{u_1}{r} + \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \xi} = 0, \quad (4)$$

$$u_1 \frac{\partial H}{\partial r} + \tilde{v}_1 \frac{\partial H}{\partial \xi} = D \left( \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} \right), \quad (5)$$

$$u_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + \tilde{v}_i \frac{\partial T_i}{\partial \xi} = u_i \left( \frac{\partial^2 T_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial \xi^2} \right), \quad (6)$$

где  $\tilde{v}_i = v_i + v$  — осевая скорость в подвижной системе отсчета.

Ограничимся рассмотрением малой окрестности оси симметрии тела, где горение и процессы тепло- и массопереноса протекают с наивысшей интенсивностью. Граничные условия, отвечающие данной задаче, имеют

следующий вид:

$$\begin{aligned}
 r = 0: u_1 &= 0; \\
 \xi = L: \tilde{v}_1 &= \tilde{v}_{1*}, \quad p = p_*, \quad T_1 = T_{1*}, \quad c_a = c_{a*}, \quad c_n = c_{n*}, \quad c_b = 0; \\
 \xi = \xi_\Phi: T_1 &= T_\Phi, \quad c_a = c_b = 0; \\
 \xi = 0: \tilde{v}_1 &= \tilde{v}_{10}, \quad \tilde{v}_2 = v, \quad T_1 = T_2 = T_0, \quad c_b = c_{b0}, \quad c_a = 0, \quad c_n = c_{n0}; \\
 \xi = -\delta: T_2 &= T_3 = T_{пл}; \\
 \xi \rightarrow -\infty: T_3 &\rightarrow T_{3*}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

В (7) величина  $L$  означает расстояние от поверхности пленки до головного скачка;  $T_{пл}$  — температура плавления твердой фазы; индексы 0 и  $\Phi$  соответствуют поверхности жидкой пленки и фронту факела, \* — невозмущенному состоянию газообразной и твердой фаз (Состояние 1\* можно считать однородным лишь в случае значительного удаления головного скачка от фронта горения, т. е. когда  $L \gg \xi_\Phi$ .)

Граничные условия содержат заранее неизвестные масштабные величины  $T_\Phi$ ,  $T_0$ ,  $v_{10}$ ,  $v$ ,  $c_{n*}$ ,  $c_{a*}$ ,  $c_{n0}$ ,  $c_{b0}$ ,  $\xi_\Phi$ ,  $\delta$ , для определения которых следует воспользоваться дополнительными соотношениями. К ним относятся условия материального и теплового баланса на фронте факела

$$\left(\frac{\partial c_a}{\partial \xi}\right)_\Phi = -\Omega \left(\frac{\partial c_b}{\partial \xi}\right)_\Phi, \tag{8}$$

$$\lambda_1 \left[ \left(\frac{\partial T_1}{\partial \xi}\right)_{\Phi,a} - \left(\frac{\partial T_1}{\partial \xi}\right)_{\Phi,b} \right] = q_{\rho_1} D \left(\frac{\partial c_b}{\partial \xi}\right)_\Phi, \tag{9}$$

на внешней поверхности жидкой пленки

$$\tilde{v}_{10} c_{b0} - D \left(\frac{\partial c_b}{\partial \xi}\right)_0 = \tilde{v}_{10} = \rho_2 v / \rho_1, \tag{10}$$

$$\tilde{v}_{10} c_{n0} - D \left(\frac{\partial c_n}{\partial \xi}\right)_0 = 0, \tag{11}$$

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial \xi}\right)_0 - \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial \xi}\right)_0 = q_n \rho_2 v, \tag{12}$$

на границе раздела жидкой и твердой фаз

$$\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial \xi}\right)_{-\delta} - \lambda_3 \left(\frac{\partial T_3}{\partial \xi}\right)_{-\delta} = q_{пл} \rho_2 v = q_{пл} \rho_3 v, \tag{13}$$

условие Клапейрона — Клаузиуса, отражающее связь между температурой и концентрацией паров  $c_{b0}$  на линии насыщения,

$$\beta = \bar{\Omega} \kappa \exp(-q_n / R_b T_0), \tag{14}$$

а также соотношение для суммы концентраций компонентов газовой фазы

$$\Sigma c_j = 1. \tag{15}$$

Здесь  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $\bar{\Omega} = \Omega / c_{a*}$ ;  $q_n$  и  $q_{пл}$  — удельные теплоты парообразования и плавления;  $\beta = \Omega c_{b0}$ ;  $\kappa$  — кинетический коэффициент;  $\bar{h}_b$  — газовая постоянная паров.

Задача в постановке (2) — (15) является замкнутой и при известных интенсивности головного скачка и расстоянии его отхода определяет поля локальных величин в малой окрестности оси симметрии ( $r = 0$ ), а также скорость выгорания конденсированного вещества и другие характеристики процесса.

#### Решение гидродинамической задачи

При описании поля гидродинамических величин  $u_1$ ,  $\tilde{v}_1$  и  $p$  воспользуемся известными частными решениями задачи об обтекании осесимметричного тела потоком вязкой жидкости [6]:

$$u_1 = r f'(\xi), \quad \tilde{v}_1 = -2f(\xi), \quad p_0 - p = 0,5 \rho_1 \varepsilon^2 [r^2 + F(\xi)], \tag{16}$$

где  $p_0$  — давление в лобовой точке тела ( $\xi = r = 0$ );  $\varepsilon$  — постоянная.

На значительном удалении от поверхности тела, где эффекты вязкости не играют определяющей роли, течение переходит в потенциальное. Решения (16) при этом упрощаются [5]:

$$u_1 = \varepsilon r, \quad \tilde{v}_1 = -2\varepsilon \xi, \quad p_0 - p = 0,5\rho_1 \varepsilon^2 (r^2 + 4\xi^2). \quad (17)$$

Остановимся подробнее на решениях (16). Их подстановкой в (2) — (4) уравнение неразрывности удовлетворяется тождественно, а уравнения движения выполняются лишь при соблюдении определенных условий. Они формулируются в виде обыкновенных дифференциальных уравнений для функций  $f(\xi)$  и  $F(\xi)$

$$v f''' + 2ff'' - (f')^2 + \varepsilon^2 = 0, \quad (18)$$

$$\varepsilon^2 F' - 4vf'' - 8ff' = 0. \quad (19)$$

Граничные условия к уравнениям (18), (19) при  $\xi = 0$  следуют из (7), а при  $\xi = L$  определяются с учетом вырождения решений (16) в потенциальные

$$\xi = 0: f' = 0, \quad f = -0,5\tilde{v}_{10}, \quad F = 0, \quad (20)$$

$$\xi = L: f' = \varepsilon = -\tilde{v}_{1*}/2L. \quad (21)$$

Преобразованием

$$f(\xi) = \sqrt{\varepsilon v} \varphi(\gamma), \quad \gamma = \sqrt{\varepsilon/v} \xi \quad (22)$$

уравнение (18) приводится к каноническому виду

$$\varphi''' + 2\varphi\varphi'' - (\varphi')^2 + 1 = 0 \quad (23)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \gamma = 0: \quad \varphi' &= 0, \quad \varphi = -\tilde{v}_{10}/2\sqrt{\varepsilon v}, \\ \gamma = \sqrt{\varepsilon/v} L: \quad \varphi' &= 1. \end{aligned} \quad (24)$$

Решение (23) определяет функцию  $f(\xi)$ , после чего становится возможным интегрирование уравнения (19). Найденные функции  $f(\xi)$  и  $F(\xi)$  определяют гидродинамику течения в области, прилегающей к оси симметрии потока. Однако выражение (23) может быть решено лишь после определения скорости оттока паров  $\tilde{v}_{10}$  от поверхности жидкой пленки. Согласно (10), ее вычисление требует предварительного решения диффузионной задачи.

### Диффузионная и тепловая задачи

При определении полей концентрации и температуры также ограничимся поиском решений в малой окрестности оси симметрии ( $r = 0$ ). Выделяя в решениях доминирующую зависимость от  $\xi$ , будем искать их в виде функций  $H(\xi)$  и  $T_1(\xi)$ , удовлетворяющих уравнениям

$$\tilde{v}_1 H' = D H'', \quad (25)$$

$$\tilde{v}_1 T_1' = a_1 T_1'', \quad (26)$$

где штрих означает дифференцирование по переменной  $\xi$ . Примем, что в газовой фазе  $a_1 = D$ . Это допущение в сочетании с граничными условиями (7) для температуры и обобщенной концентрации  $\bar{c}$  обеспечивает подобие температурных полей. Легко показать, что при  $0 \leq \xi \leq \xi_\Phi$

$$\frac{T - T_\Phi}{T_0 - T_\Phi} = \frac{c_b}{c_{b0}}, \quad (27)$$

а при  $\xi_\Phi \leq \xi \leq L$

$$\frac{T - T_\Phi}{T_{1*} - T_\Phi} = \frac{c_a}{c_{a*}}. \quad (28)$$

Таким образом, для определения полей  $c_i(\xi)$  и  $T_i(\xi)$  достаточно решения одной лишь диффузионной задачи для  $\bar{c}$ . Она определяется вторым интегралом уравнения (25):

$$\bar{c} = A_1 \Phi(\xi) + B_1, \quad (29)$$

где

$$\Phi(\xi) = \int_0^{\xi} \exp\left[-(2/D) \int f(t) dt\right] dt.$$

Температурные профили в конденсированных фазах находятся интегрированием уравнения (26) при  $\bar{v}_i = v$ :

$$T_i = A_i \exp(v\xi/a_i) + B_i, \quad i = 2, 3. \quad (30)$$

Потребовав, чтобы полученные решения удовлетворяли граничным условиям (7), определим постоянные интегрирования

$$\begin{aligned} A_1 &= -c_{a*}(1 + \beta)/\Phi(L), & B_1 &= c_{a*}(1 + \beta), \\ A_2 &= (T_0 - T_{пл})/[1 - \exp(-v\delta/a_2)], & B_2 &= T_0 - (T_0 - T_{пл})/[1 - \exp(-v\delta/a_2)], \\ A_3 &= (T_{пл} - T_{3*})/\exp(-v\delta/a_3), & B_3 &= T_{3*} \end{aligned}$$

и соответственно температурные поля в жидкой пленке

$$T_2 = T_0 - (T_0 - T_{пл}) \frac{1 - \exp(v\xi/a_2)}{1 - \exp(-v\delta/a_2)} \quad (31)$$

и твердой фазе

$$T_3 = T_{3*} + (T_{пл} - T_{3*}) \exp(v\xi/a_3)/\exp(-v\delta/a_3). \quad (32)$$

Учтя, что при  $0 \leq \xi \leq \xi_\Phi$  концентрации  $c_a = 0$  и  $\bar{c} = c_b\Omega + c_{a*}$ , а при  $\xi_\Phi \leq \xi \leq L$   $c_b = 0$  и  $c = c_{a*} - c_a$ , получим соответственно

$$\bar{\Omega}c_b = (1 + \beta)[1 - \Phi(\xi)/\Phi(L)] - 1, \quad (33)$$

$$c_a/c_{a*} = 1 - (1 + \beta)[1 - \Phi(\xi)/\Phi(L)]. \quad (34)$$

На фронте факела, где  $c_a = c_b = 0$ , оба решения вырождаются в соотношение

$$\Phi(\xi_\Phi) = \Phi(L)\beta/(1 + \beta), \quad (35)$$

эквивалентное условию материального баланса (8). Используя (35), решению (33) можно придать более компактный вид:

$$c_b/c_{b0} = 1 - \Phi(\xi)/\Phi(\xi_\Phi). \quad (36)$$

Температурные профили в газовой фазе при  $0 \leq \xi \leq \xi_\Phi$ :

$$T_1 = T_\Phi - (T_\Phi - T_0)[1 - \Phi(\xi)/\Phi(\xi_\Phi)], \quad (37)$$

при  $\xi_\Phi < \xi < L$ :

$$T_1 = T_{1*} + (T_\Phi - T_{1*}) \frac{1 - \Phi(\xi)/\Phi(L)}{1 - \Phi(\xi_\Phi)/\Phi(L)}. \quad (38)$$

### Интегральные соотношения

Решения (31), (32), (34), (36) — (38) позволяют осуществить дальнейшие преобразования балансных соотношений (8) — (13). Раскрывая содержащиеся в них производные, получим

$$v = \rho_{12}D \frac{1 + \beta}{\Omega - \beta} \Phi'(0)/\Phi(L), \quad (39)$$

$$\bar{T}_\Phi = \frac{1}{1 + \beta} [\bar{T}_0 + \beta(1 + \theta/\bar{\Omega})], \quad (40)$$

$$\bar{T}_0 = \frac{1 + \theta/\bar{\Omega} + \frac{1 + \beta}{\Omega - \beta} \left[ \frac{\bar{T}_{пл}}{1 - \exp(-v\delta/a_2)} - \theta_{пл} \right]}{1 + \frac{1 + \beta}{\Omega - \beta} [1 - \exp(-v\delta/a_2)]}, \quad (41)$$

$$(\bar{T}_0 - \bar{T}_{пл}) \frac{\exp(-v\delta/a_2)}{1 - \exp(-v\delta/a_2)} - (\bar{T}_{пл} - \omega) \rho_{32} = \vartheta_{пл}. \quad (42)$$

Здесь  $\Phi'(0) = \lim_{\xi \rightarrow 0} (d\Phi/d\xi)$ ;  $\rho_{32} = \rho_3/\rho_2$ ;  $\bar{T} = T/T_{1*}$ ;  $\omega = T_{3*}/T_{1*}$ ;  $\vartheta = q/c_{p1}T_{1*}$ ;  $\vartheta_{пл} = q_{пл}/c_{p1}T_{1*}$ ;  $\vartheta_{пл} = q_{пл}/c_{p1}T_{1*}$ .

Вместе с условием (14) квазиравновесности состояния на свободной поверхности жидкой пленки

$$\bar{T}_0 = \vartheta_{пл}/\alpha \ln(\bar{\Omega}\kappa/\beta) \quad (43)$$

( $\alpha = R_b/c_{p1}$ ) и соотношением (35) полученные уравнения определяют масштабные величины процесса:  $\xi_\phi$ ,  $\delta$ ,  $\beta$ ,  $T_\phi$ ,  $T_0$ ,  $v$ . Для их вычисления, однако, необходимо знать функции поля гидродинамических величин  $\Phi'(0)$ ,  $\Phi(\xi_\phi)$  и  $\Phi(L)$ . Таким образом, для определения всех характерных параметров процесса следует совместно рассматривать гидродинамическую, диффузионную и тепловую задачи. Практически это означает необходимость совместного решения дифференциального уравнения (23) с граничными условиями (24) и системы алгебраических уравнений (35), (39) — (43). Последняя в целом неявна и решается методом последовательных приближений.

### Порядок вычислений

Не останавливаясь на подробностях, опишем кратко процедуры расчетов. Комбинируя (41) — (43), получим соотношение, содержащее только один неизвестный параметр:

$$\ln \beta = \frac{c_1\beta + c_2}{c_3\beta + c_4},$$

где  $c_1 = (x + y) \ln(\bar{\Omega}\kappa)$ ;  $c_2 = (y - \bar{\Omega}x) \ln(\bar{\Omega}\kappa) + \bar{\Omega}\vartheta_{пл}/\alpha$ ;  $c_3 = x + y$ ;  $c_4 = y - \bar{\Omega}x$ ;  $x = 1 + \vartheta/\bar{\Omega}$ ;  $y = \vartheta_{пл} + \vartheta_{пл}$ . Его решение определяет  $T_0$  по (43),  $T_\phi$  по (40) и  $\delta v$  по (42). Остальная часть системы решается методом последовательных приближений. В качестве первого приближения принимается численное решение (23) с однородным граничным условием  $\gamma = 0$ ,  $\varphi = 0$ , что соответствует отсутствию парообразования на поверхности пленки ( $\tilde{v}_{10}^{(1)} = 0$ ). Массив решений  $\varphi_k^{(1)}(\gamma_k)$  аппроксимируется степенной зависимостью  $m\gamma^n + a$ . Затем определяются функция  $f'_k(\xi)$  и массив  $\Phi_k^{(1)}(\xi_k)$ , находятся величины  $[\Phi'(0)]^{(1)}$  и  $\Phi^{(1)}(L)$ . По этим параметрам при известном  $\beta$  находим скорость выгорания жидкой пленки  $v^{(1)}$  и координату фронта пламени  $\xi_k^{(1)}$  по (39) и (35). Так как  $v\delta$  уже определено, то становится известной и толщина жидкой пленки  $\delta^{(1)} = v\delta/v^{(1)}$ . Скорость горения определяет, согласно (10), ненулевое значение скорости оттока паров от свободной поверхности расплава

$$\tilde{v}_{10}^{(2)} = \rho_{21}^{(1)} v^{(1)}.$$

Затем вычисления повторяются с новым граничным условием для уравнения (23)  $\gamma = 0$ ,  $\varphi = -\tilde{v}_{10}^{(2)}/2\sqrt{\epsilon v}$ . Находится величина  $\tilde{v}_{10}^{(2)}$  и т. д. Итерации продолжаются до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность вычислений, определяемая условием

$$|\tilde{v}_{10}^{(i+1)} - \tilde{v}_{10}^{(i)}| < \epsilon,$$

где  $\epsilon$  — требуемая точность (в проведенных расчетах  $10^{-7}$ ).

Расчет поля давлений  $p(r, \xi)$  по (16) требует предварительного вычисления функции  $F(\xi)$  и давления  $p_0$  в лобовой точке тела. Функция  $F(\xi)$  определяется интегралом уравнения (19) через уже найденную функцию  $f(\xi)$ :

$$F(\xi) = 4 [f^2(\xi) - f^2(0) - v f'(\xi)]/\epsilon^2,$$



а давление следует из решения (16) в точке  $r=0$ ,  $\xi=L$ :

$$p_0 = p_* + 0,5\rho_1 \varepsilon^2 F(L).$$

Распределение концентрации инертного компонента газовой фазы определяется вторым интегралом уравнения (25) и граничными условиями (7)

$$c_{и} = c_{и*} - (c_{и*} - c_{и0}) \frac{1 - \Phi(\xi)/\Phi(L)}{1 - \Phi(0)/\Phi(L)}.$$

Масштабная величина может быть найдена из балансного соотношения (11)

$$c_{и0} = c_{и*} \frac{D\Phi'(0)/\Phi(L)}{\{[1 - \Phi(0)/\Phi(L)] \tilde{v}_0 + D\Phi'(0)/\Phi(L)\}}.$$

Последний из подлежащих определению параметров — концентрация продукта — вычисляется по (15):  $c_{п} = 1 - c_a - c_b - c_{и}$ .

### Анализ решения

Для иллюстрации изложенной методики рассмотрим процесс выгорания тела, движущегося в воздушной среде со сверхзвуковой скоростью. Примем, что головная часть тела имеет сферическую форму радиуса  $R=1$  м. При этом расстояние отхода головного скачка  $L$  однозначно определяется числом Маха  $M$  полета тела [6]. В диапазоне  $M=5 \div 9$  зависимость  $L$  от  $M$  удовлетворительно аппроксимируется формулой

$$L = 0,163 - 0,006(M - 5,5)^{0,85}.$$

Параметры набегающего потока однозначно определяются состоянием за головным скачком и вычисляются по следующим выражениям:

$$v_{1*} = -330 \frac{(k-1)M^2 + 2}{(k+1)M} \text{ (м/с)},$$

$$p_* = \frac{k-1}{k+1} \left( \frac{2k}{k-1} M^2 - 1 \right) \cdot 10^5 \text{ (Па)},$$

$$T_{1*} = 300 \frac{(2kM^2 - k + 1)[(k-1)M^2 + 2]}{(k-1)^2 M^2} \text{ (К)},$$

где  $k$  — показатель адиабаты (для воздуха  $k=1,4$ ).

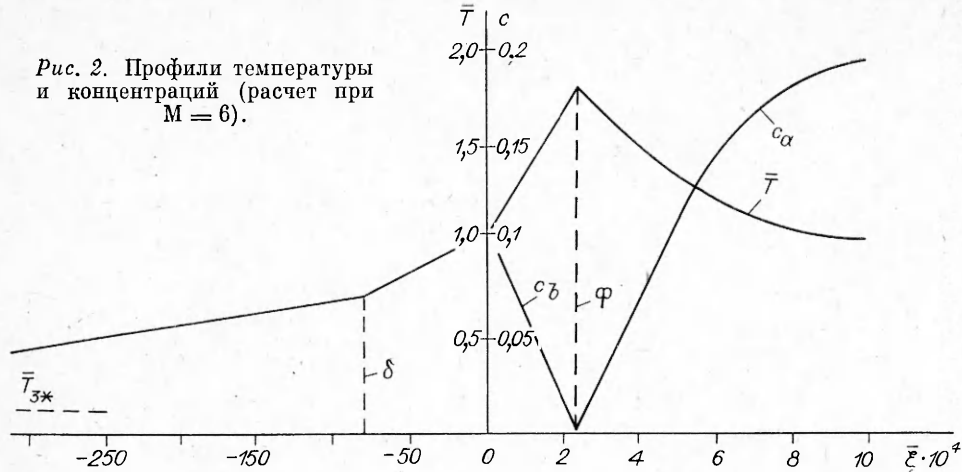
Принятые в расчетах физико-химические константы  $\Omega=1,07$ ,  $c_{a*}=0,2$ ,  $\kappa=3,31 \cdot 10^6$ ,  $\alpha=0,313$ ,  $\nu=a_1=5,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\rho_{21}=2600/\rho_{1*}$ ,  $a_{21}=0,11$ ,  $a_{23}=\rho_{23}=1$ ,  $T_{пл}=1700 \text{ К}$ ,  $\omega=300/T_{1*}$ ,  $\vartheta=31860/T_{1*}$ ,  $\vartheta_{п}=13560/T_{1*}$ ,  $\nu_{пл}=1680/T_{1*}$  соответствуют процессу выгорания кремния по брутто-реакции  $\text{Si} + \text{O}_2 = \text{SiO}_2$  в воздушной среде.

Расчет поля осевой температуры (рис. 2) показал, что этот параметр резко и нелинейно меняется в газе и относительно плавно — в жидкой и твердой фазах. Максимум температуры достигается на фронте факела, локализованного в непосредственной близости от поверхности жидкой пленки.

Концентрации паров кремния и окислителя, наоборот, убывают в направлении фронта горения. Вблизи фронта профили  $c_j(\xi)$  линейны, что свидетельствует о постоянстве плотности диффузионных потоков. Линейный масштаб диффузии имеет порядок  $\xi_D \sim 10^{-3}$ . Это означает, что практически на всем протяжении заскачковой зоны, за исключением малой окрестности фронта горения, молекулярный перенос вещества практически отсутствует. Вне этой области определяющая роль принадлежит процессу молярного (гидродинамического) переноса. Для него характерно практически линейное изменение скорости потока в пределах заскачковой зоны (рис. 3). При этом интенсивность торможения потока на теле возрастает с увеличением скорости его полета. Испаре-



Рис. 2. Профили температуры и концентраций (расчет при  $M = 6$ ).



ние с поверхности жидкой пленки навстречу набегающему потоку приводит к тому, что полное торможение осевого движения ( $\bar{v}_1 = 0$ ) происходит не на поверхности тела ( $\bar{\xi} = 0$ ), а в некоторой критической точке газовой фазы с координатой  $\bar{\xi}_k > 0$  (см. рис. 3). Таким образом, при  $0 < \bar{\xi} < \bar{\xi}_k$  скорость положительна, а при  $\bar{\xi} > \bar{\xi}_k$  — отрицательна. Широкое варьирование условий обтекания тела на положение критической точки влияет незначительно (рис. 4). Давление, как показывают расчеты, в осевой части заскачков зоны, несмотря на ее сложную структуру (наличие фронта горения, встречных потоков вещества и др.), сохраняется практически постоянным и равным давлению в лобовой точке тела ( $p(\bar{\xi}) = p_0$ ).

Среди масштабных величин, характеризующих процесс горения, наибольший интерес представляют скорость выгорания жидкой пленки  $v$ , температура  $T_\phi$  и координата  $\bar{\xi}_\phi$  фронта горения, координата  $\bar{\xi}_k$  критической точки, температура  $T_0$  и концентрация паров  $c_{b0}$  на поверхности жидкости, толщина пленки расплава  $\delta$  и давление  $p_0$  в лобовой точке обтекаемого тела. Судя по рис. 4 и 5, изменение этих параметров в зависимости от интенсивности обдува тела носит практически линейный характер. С возрастанием интенсивности обдува все они, за исключением  $\delta$  и  $\bar{\xi}_k$ , возрастают. Наиболее сильно изменяются  $v$ ,  $T_\phi$  и  $p_0$ .

Расчеты показывают, что фронт факела более удален от свободной поверхности жидкой фазы, чем критическая точка ( $\bar{\xi}_\phi > \bar{\xi}_k$ ). Этот результат, согласующийся с данными [2], означает, что горение локализу-

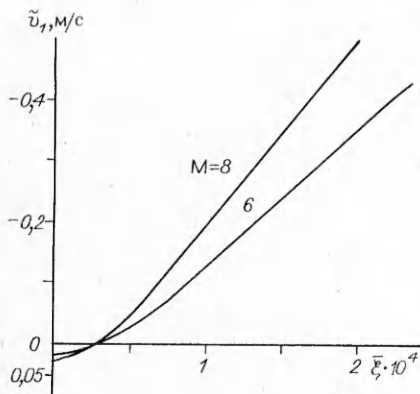


Рис. 3. Поле осевых скоростей.

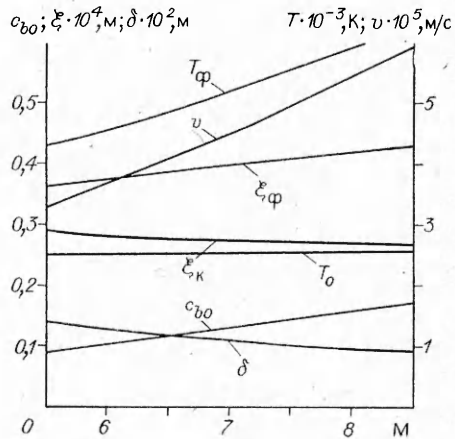


Рис. 4. Расчетные значения параметров горения.

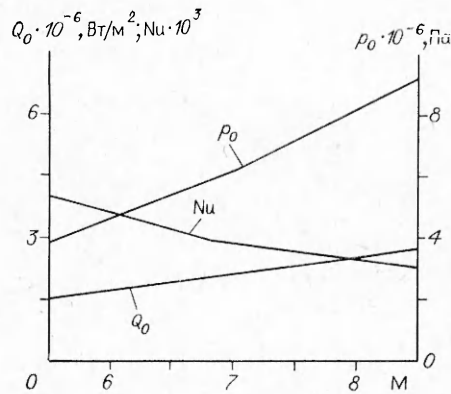


Рис. 5. Давление в лобовой точке и тепловые характеристики факела.

ется в набегающем потоке и поддерживается, с одной стороны, только диффузионным подводом паров к фронту факела, а с другой — смешанным (конвективным и диффузионным) подводом окислителя.

Глубина оплавления тела заметно убывает с ростом интенсивности горения. Этот результат понятен, если принять во внимание увеличение

с ростом числа  $M$  теплового потока  $Q_0$  к поверхности расплава в лобовой точке тела (см. рис. 5). Усиление теплоподвода сопровождается ростом утечки теплоты в расплав и соответственно увеличением в нем крутизны температурного профиля. Это обстоятельство при практически неизменных температурах на границах пленки означает сокращение ее толщины.

Теплонапряженность поверхности тела в окрестности лобовой точки определяет тепловое состояние тела и находится по интегральной формуле

$$Q_0 = \alpha(T_{\phi} - T_0).$$

Коэффициент теплоотдачи от факела к телу  $\alpha$  обычно определяется числом Нуссельта:  $Nu = \alpha l / \lambda_1$  ( $l = a_1 / v_{1*}$  — линейный масштаб). Тогда

$$Q_0 = Nu c_{p1} \rho_1 |v_{1*}| (T_{\phi} - T_0). \quad (44)$$

Формулу для вычисления  $Nu$  легко получить, определяя  $Q_0$  с помощью (37) и (39) и подставляя результат в (44) (см. рис. 5):

$$Nu = \frac{(\Omega - \beta) \rho_2 v}{\beta \rho_1 |v_{1*}|}.$$

Отметим в заключение, что полученная информация хотя и не дает полной картины распределения тепловых, диффузионных и гидродинамических величин вблизи тела, однако позволяет оценить их изменение в той области течения, где процессы тепло- и массопереноса наиболее интенсивны. Именно эти оценки, как правило, представляют наибольший практический интерес.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Маззи Р. Дж. РТК, 1963, 9, 182.
2. Fendell F. E. J. Fluid Mech., 1980, 21, 2, 281.
3. Сухов Г. С., Ярин Л. П. ФГВ, 1980, 16, 6, 87.
4. Сухов Г. С., Ярин Л. П. ФГВ, 1985, 21, 1, 3.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974.
6. Хейз У. Д., Пробетин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. — М.: ИЛ, 1962.

Поступила в редакцию 6/XI 1986

### К УЧЕТУ АНОМАЛЬНОСТИ В РЕАГИРОВАНИИ УГЛЕРОДА С ГАЗАМИ

В. Н. Кулёв

(Москва)

Экспериментальные данные по реагированию углерода с газами ( $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$ ) свидетельствуют о существовании в области высоких температур аномального изменения скорости реакции [1—7]. Аномальность