

УДК 532.528; 536.423

Низкочастотные колебания интенсивности лазерного луча, прошедшего через систему кавитационных кластеров воды*

В.Н. Скоков, В.П. Коверда, А.В. Виноградов, А.В. Решетников

Институт теплофизики Уральского отделения РАН, Екатеринбург

E-mail: vnskokov@itp.uran.ru

Проведены эксперименты по кавитации воды в ультразвуковом поле. Исследованы низкочастотные колебания интенсивности прошедшего через кавитационную область лазерного луча. Эксперименты показали присутствие низкочастотных случайных колебаний с частотной зависимостью спектров мощности $S \sim 1/f^\alpha$, где показатель степени α принимал значения в диапазоне $0,8 \leq \alpha \leq 1,2$. Из экспериментальных реализаций выделены крупномасштабные низкочастотные пульсации, обладающие свойством масштабной инвариантности, длительность которых распределена по степенному закону. Результаты объяснены на основе математической модели возникновения масштабно инвариантных флуктуаций с $1/f^\alpha$ спектром мощности в системе двух нелинейных стохастических дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие разнородных фазовых переходов. Распределение экстремальных низкочастотных выбросов, выделенных из численных решений стохастических уравнений, имеет степенной вид. Установлены соотношения динамического скейлинга между критическими показателями, определяющими частотную зависимость спектров мощности пульсаций α и функции распределения амплитуд экстремальных низкочастотных пульсаций β . Показано, что как в случае экспериментов по акустической кавитации воды, так и в случае теоретической модели взаимодействия фазовых переходов критические показатели связаны соотношением $\alpha + \beta = 2$. Спектры мощности флуктуаций определяются в экспериментах проще и точнее, чем функция распределения экстремальных амплитуд. В тех случаях, когда известна только частотная зависимость спектров мощности флуктуаций, соотношения между показателями позволяют получать информацию о распределениях крупномасштабных выбросов и оценивать опасные амплитуды.

Ключевые слова: акустическая кавитация, низкочастотные пульсации, спектр мощности, $1/f$ шум, неравновесные фазовые переходы, критические показатели.

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные исследования динамики флуктуаций в кризисных и переходных режимах теплообмена показали наличие нерегулярных высокоэнергетических пульсаций с низкочастотной расходимостью спектров мощности, обратно пропорциональной частоте [1–3]. Случайные процессы с таким спектром

* Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ (№ МК-3269.2009.8), РФФИ (грант № 09_08-00244-а) и Программы фундаментальных исследований, выполняемой в учреждениях УрО РАН совместно с организациями СО РАН и ДВО РАН.

характеризуются пониженной устойчивостью, в них существует возможность крупномасштабных катастрофических выбросов. Флуктуационные процессы со спектром мощности, обратно пропорциональным частоте, наблюдаются в системах самой различной природы в физике, астрофизике, геофизике, биологии и информатике и получили название $1/f$ шум (или фликкер-шум) [4, 5]. Часто под термином $1/f$ шум подразумевают не только строгую обратную пропорциональность спектра мощности флуктуаций частоте, но и случайные процессы, где эта зависимость имеет приближенный характер, например $S(f) \sim 1/f^\alpha$, где величина α лежит в диапазоне $0,8 < \alpha < 2$. Случаю $\alpha = 1$ соответствуют флуктуации в критических и переходных режимах тепломассообмена [1–3], а также флуктуации напряжения при прохождении электрического тока через резистор [4, 5]. Примеров стационарных случайных процессов с показателем α , не равным единице, гораздо больше. Стационарные случайные процессы с $1/f^\alpha$ спектром характеризуются масштабно инвариантным распределением флуктуаций. Хорошо известными примерами масштабно инвариантного распределения флуктуаций является колмогоровская турбулентность и скейлинг в термодинамической критической точке. Но большинство примеров $1/f^\alpha$ спектров относятся к неравновесным явлениям.

В качестве общего механизма динамики возникновения $1/f^\alpha$ шума в далеких от равновесия процессах предложена концепция самоорганизованной критичности [6], которая описывает случайные процессы в системах с фрактальными пространственными и временными свойствами и где для моделирования случайных процессов используются алгоритмы с клеточными автоматами. Неравновесные процессы в такой системе характеризуются самоподобными распределениями флуктуаций. Но в отличие от термодинамической критической точки в таких системах не требуется тонкой подстройки параметров состояния. Флуктуации в моделях самоорганизованной критичности не перекрываются, а следуют одна за другой. Модель, предложенная для демонстрации концепции самоорганизованной критичности, показала масштабно инвариантное распределение лавин, но спектр шума был пропорционален $1/f^2$ [7]. Другие варианты моделей самоорганизованной критичности могут давать иные зависимости спектральных характеристик от частоты. Следует отметить, что спектры флуктуаций в моделях самоорганизованной критичности чаще всего непосредственно не измеряются, а вычисляются из распределений лавин, поэтому в большинстве работ наибольшее внимание уделено статистике лавин.

В работе [1] установлено, что самоорганизация критического поведения, которое характеризуется масштабно инвариантными флуктуациями с $1/f$ спектром мощности, может возникать в системе двух нелинейных стохастических дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие гетерогенных фазовых переходов. Критическое поведение в данной системе обусловлено индуцированным шумом переходом [8, 9]. Исследование релаксационных процессов при установлении масштабно-инвариантного распределения флуктуаций позволило выделить низкочастотные высокоэнергетические пульсации, ответственные за возрастающую часть спектра мощности, и получить сведения о статистических закономерностях этих пульсаций. Показано, что распределение длительности и максимальных значений низкочастотных экстремальных выбросов имеет степенной вид [10]. Выделенные низкочастотные пульсации аналогичны лавинам в теории самоорганизованной критичности, но описываются не клеточными автоматами, а системой стохастических уравнений, которая позволяет непосредственно определять спектры.

Важной составляющей частью теории самоорганизованной критичности являются соотношения динамического скейлинга, связывающие различные критические показатели, в частности, характеризующие частотную зависимость спектров и функций распределения лавин по размерам и длительностям. Получение и исследование динамических скейлинговых соотношений в модели взаимодействующих разнородных фазовых переходов, а также в экспериментах по исследованию критических и переходных режимов тепломассообмена с фазовыми переходами является важной задачей. С экспериментальной точки зрения диагностика спектральных характеристик осуществляется точнее и легче чем диагностика амплитудных распределений пульсаций. В тех случаях, когда известна только частотная зависимость спектров мощности флуктуаций, соотношения динамического скейлинга позволяют получать информацию о распределениях крупномасштабных выбросов.

$1/f^\alpha$ ФЛУКТУАЦИИ И СТАТИСТИКА НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВЫБРОСОВ ПРИ АКУСТИЧЕСКОЙ КАВИТАЦИИ ВОДЫ

Образование кавитационных облаков при ультразвуковом воздействии можно рассматривать как неравновесный фазовый переход в сложной системе взаимодействующих кавитационных полостей и акустических волн. Характер взаимодействия образующихся парогазовых пузырей между собой и с акустическим полем может приводить к формированию различных пространственных структур [11–13]. В акустическом поле формируется стационарный случайный процесс с неравновесными фазовыми переходами, спектр мощности которых может иметь $1/f$ вид [14–16].

В настоящей работе исследована динамика флуктуаций при акустической кавитации в воде. Эксперименты проводили с использованием источника ультразвуковых колебаний частотой 22 кГц. Излучатель диаметром рабочего торца 15 мм помещался вертикально в оптическую кювету с плоскопараллельными стенками, заполненную дистиллированной водой. С увеличением мощности излучателя возникала кавитация. Система настраивалась в резонанс вблизи частоты 22 кГц. Возникающее поле стоячих волн приводило к усилению кавитации. При этом вблизи поверхности излучателя формировались структуры, создаваемые взаимодействующими кавитационными пузырьками и имеющие вид фрактальных кластеров [15]. Типичная картина кавитационного кластера приведена на рис. 1.

В работе измерены низкочастотные колебания интенсивности прошедшего через кавитационную область лазерного луча. Использовался как точечный источник лазерного излучения диаметром пучка 1 мм для зондирования локального источника флуктуаций, так и пучок с линейной разверткой (генератор линии), при котором ширина зондируемой области составляла 5 см для интегрального измерения флуктуаций с захватом нескольких источников флуктуаций. Интенсивность прошедшего лазерного излучения регистрировалась фотодиодом ФД265 чувствительностью 0,5 А/Вт и записывалась в память компьютера при

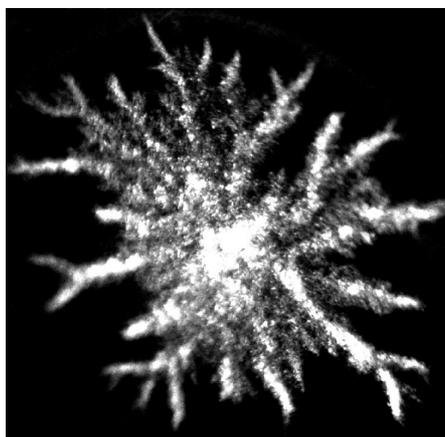


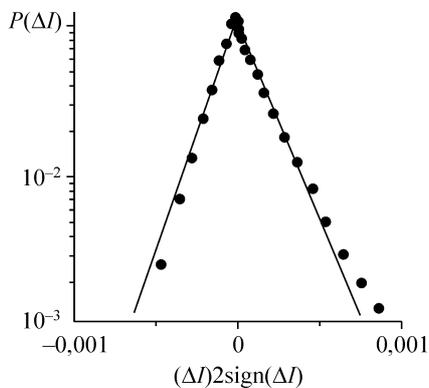
Рис. 1. Типичная картина кавитационного кластера при кавитации воды в ультразвуковом поле.

помощи 16-канального 16-битного аналого-цифрового преобразователя “National Instruments–USB–6210”. Используемые длины выборки составляли до 130000 точек с интервалами между точками 0,1–10 мс.

Исходные экспериментальные реализации слишком зашумлены высокочастотными флуктуациями, поэтому их трудно использовать для достоверного определения функций распределения и выделения крупномасштабных низкочастотных пульсаций. Для этих целей подходят огрубленные реализации. При экспериментальном определении функций распределения флуктуаций проводилось масштабное преобразование в соответствии со следующей процедурой. Из экспериментально измеренных реализаций создавались огрубленные реализации с помощью усреднения по некоторому масштабу времени T (параметр T называют еще коэффициентом масштабного преобразования) в соответствии с выражением

$$y_j^{(T)} = \frac{1}{T} \sum_{i=Tj}^{T(j+1)-1} x_i, \quad 0 \leq j \leq N/T, \quad (1)$$

где x_i — измеряемая флуктуирующая переменная (в нашем случае интенсивность лазерного излучения, прошедшего через кавитационные области). Для первого масштаба реализация $\{y^{(1)}\}$ является просто исходной реализацией. Исходные функции распределения имели вид, близкий к гауссовским. Длина огрубленной реализации уменьшается в T раз, т. е. содержит N/T точек. Выявлено различие в поведении функций распределения при локальном зондировании кавитационных областей и при зондировании линейно распределенным лазерным лучом. В случае локального зондирования кавитационных облаков в результате огрубления реализаций проявлялся бимодальный характер функций распределения [14, 15]. При использовании для зондирования кавитационных облаков линейно распределенного лазерного луча, бимодальный характер функций распределения сглаживался и функции распределения оставались близкими к гауссовским. Но в обоих случаях функции распределения экспериментально измеренных реализаций становились масштабно инвариантными. Масштабная инвариантность означает неизменность функций распределения при проведении масштабных преобразований. На рис. 2 приведена функция распределения флуктуаций интенсивности прошедшего через кавитационную область линейно распределенного лазерного луча после проведения масштабных преобразований реализаций. Функция распределения приведена в координатах, позволяющих наглядно продемонстрировать гауссовский характер функции распределения (нормальному гауссовскому распределению соответствуют отрезки прямых линий). В области больших значений флуктуаций можно найти некоторое отличие функции распределения от нормального. Близость распределения к нормальному при использовании



распределенного луча связано с тем, что в этом случае в зондируемую область попадают несколько элементарных источников флуктуаций, и их суперпозиция приводит к нормальному распределению в соответствии с центральной предельной теоремой.

Рис. 2. Функция распределения флуктуаций интенсивности прошедшего через кавитационную область лазерного луча.

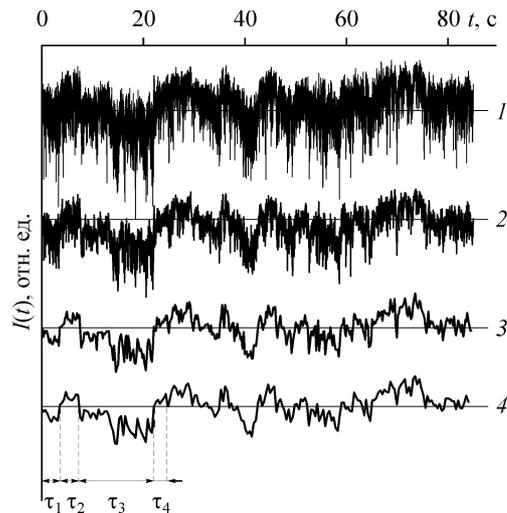
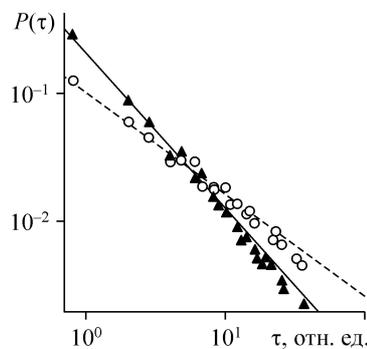
Рис. 3. Исходная (1) и огрубленные (2–4) экспериментальные реализации флуктуаций интенсивности прошедшего через кавитационную область лазерного луча с коэффициентами масштабных преобразований.

$$T = 20 \text{ (2), } 100 \text{ (3), } 400 \text{ (4)}.$$

На рис. 3 приведена исходная реализация измерений интенсивности лазерного пучка, прошедшего через кавитационные области (130000 точек) и три огрубленных в соответствии с формулой (1) реализации с коэффициентами масштабных преобразований соответственно $T = 20$ (6500 точек в реализации), $T = 100$ (1300 точек), $T = 400$ (325 точек).

Функции распределения двух последних реализаций практически не отличаются друг от друга, что свидетельствует о масштабной инвариантности флуктуаций. Реализации на рис. 3 приведены в относительных единицах и для наглядности сдвинуты вертикально относительно друг друга. Горизонтальные прямые линии на рис. 3 соответствуют средней интенсивности лазерного луча, прошедшего через кавитационную область. Пересечения реализации с этой горизонтальной линией дают нулевые значения флуктуаций для каждой реализации. Из рисунка видно, что исходная экспериментальная реализация часто пересекает соответствующую горизонтальную линию, что затрудняет выделение низкочастотных выбросов. Для огрубленных масштабно инвариантных реализаций интервалы между соседними моментами пересечения с горизонтальной линией определяют длительности крупномасштабных низкочастотных выбросов. Были найдены функции распределения таких временных интервалов. Для масштабно инвариантных реализаций распределение временных интервалов имело степенной вид $P(\tau) \sim 1/\tau^\beta$. При зондировании начальной стадии образования кавитационных кластеров показатель β изменялся в диапазоне $0,8 < \beta < 1,2$ в зависимости от интенсивности ультразвукового поля. На рис. 4 приведены степенные распределения длительностей низкочастотных выбросов с показателями $\beta = 0,8$ (кружки) и $\beta = 1,2$ (треугольники).

Из экспериментальных реализаций методом быстрого Фурье преобразования определялись спектры мощности флуктуаций. При зондировании начальной стадии образования кавитационных кластеров частотная зависимость спектра мощности флуктуаций имела степенной вид $S \sim 1/f^\alpha$ [14, 15]. При небольших измене-



ниях интенсивности ультразвукового поля показатель α изменялся в диапазоне $0,8 < \alpha < 1,2$.

На рис. 5 приведены спектры мощности флуктуаций при акустической кавитации воды с показателями $\alpha = 1, 2$ и $0,8$. Спектры, приведенные на рис. 5, соответствуют тем же реализа-

Рис. 4. Распределения длительностей низкочастотных выбросов с показателями: $\beta = 0,8$ (кружки и штриховая линия), $1,2$ (треугольники и сплошная линия).

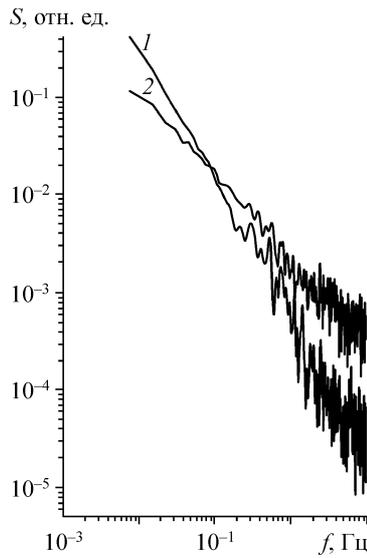


Рис. 5. Спектры мощности флуктуаций при акустической кавитации воды с показателями:

$$\alpha = 1,2 (1), 0,8 (2).$$

циям, что и функции распределения на рис. 4. Было отмечено, что всем исследованным реализациям, имеющим степенные зависимости спектров мощности $S \sim 1/f^\alpha$, соответствуют степенные зависимости распределений длительности низкочастотных выбросов $P(\tau) \sim 1/\tau^\beta$. Критические показатели α и β , полученные из экспериментальных реализаций, связаны между собой соотношением

$$\alpha + \beta = 2. \quad (2)$$

Скейлинговое соотношение, аналогичное (2), получено в (6) с использованием аналогии между распределением длительностей лавин и распределением времен экспоненциальной релаксации при суперпозиции случайных процессов. В моделях клеточных автоматов существуют также другие скейлинговые соотношения между критическими показателями [17]. Как правило, в этих моделях критические индексы не независимы один от другого. В отличие от моделей самоорганизованной критичности, показатели α и β можно независимо определить непосредственно из реализаций случайных процессов, полученных в модели взаимодействующих фазовых переходов, которая успешно описывает флуктуации в критических и переходных режимах тепломассопереноса с фазовыми переходами [1–3].

МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

Стационарные случайные процессы с $1/f$ спектром мощности дает система двух дифференциальных стохастических уравнений, которые описывают динамику флуктуаций в сосредоточенной системе [1]:

$$\frac{d\phi}{dt} = -\phi\psi^2 + \psi + \Gamma_1(t), \quad (3)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -\phi^2\psi + \lambda\phi + \Gamma_2(t).$$

Здесь Γ_1 , Γ_2 — гауссовы δ -коррелированные шумы, которые в системе уравнений (3) могут иметь разные реализации, но одинаковые дисперсии, ϕ и ψ — динамические переменные (параметры порядка). Уравнение (3) описывает броуновское движение в потенциале, рельеф которого представляет собой две гиперболические долины, разделенные барьером, низшая точка которого (перевал) находится в начале координат. По мере удаления от начала координат долины сужаются все более круто возрастающими стенками. Коэффициент $\lambda > 1$ во втором уравнении системы (3) нарушает потенциальность силового поля, и на броуновское движение в потенциальном поле накладывается движение, связанное с некоторым нескомпенсированным потоком. При значении $\lambda = 2$ система уравнений (3) подробно исследована численными методами [1, 8–10]. В системе имеется

индуцированный шумом переход [8, 9]. При оптимальном уровне белого шума, который определяется критическим состоянием индуцированного шумом перехода, решением системы (3) являются стационарные стохастические процессы $\phi(t)$ и $\chi(t)$ со спектрами мощности, обратно пропорциональными частоте и квадрату частоты соответственно. Индуцированный шумом переход в рассматриваемой системе достаточно сильно растянут. Поэтому в довольно широком диапазоне интенсивностей белого шума полученные численным интегрированием уравнений (3) спектры мощности флуктуаций динамических переменных $\phi(t)$ и $\chi(t)$ остаются строго обратно пропорциональными частоте и квадрату частоты соответственно, т. е. $S_\phi \sim 1/f$ и $S_\psi \sim 1/f^2$, при сохранении стационарности стохастического процесса.

Функция распределения переменной $\phi(t)$ похожа на гауссовскую, но имеет длинные “хвосты”. При огрублении времени, т. е. в низкочастотном пределе, она становится масштабно инвариантной. Если определить новую динамическую переменную как обратную величину от $\psi(t)$, например, выражением $\chi(t) = \psi(t) / [\varepsilon + (\psi(t))^2]$ (ε — малая величина, введенная в определение $\chi(t)$, чтобы избежать ее расходимости в моменты, когда $\phi(t)$ пересекает ноль), то спектр этой новой переменной обратно пропорционален частоте: $S_\chi \sim 1/f$ и совпадает со спектром переменной $\phi(t)$. Функция $\chi(t)$ является пределом функции $\phi(t)$ при больших масштабах огрубления и интересна тем, что является масштабно-инвариантной при любых масштабах огрубления времени, подобно лавинам в теории самоорганизованной критичности. Существование масштабно-инвариантной функции $\chi(t)$ указывает на критичность системы и на управляющую роль второго уравнения в системе (3).

При значении коэффициента $\lambda = 2$ точная обратная пропорциональность частоте для спектров $S_\phi \sim 1/f$ и $S_\chi \sim 1/f$ является для системы (3) устойчивой. Эту зависимость нельзя изменить даже большими возмущениями дисперсии белого шума, вводимого в уравнения. Зависимость $1/f$ сохраняется, если выполнены условия стационарности стохастического процесса [10]. В работе [18] показано, что изменить критический показатель α в зависимости $1/f^\alpha$ можно, варьируя коэффициент λ во втором уравнении системы (3), нарушающий потенциальность силового поля. Если изменять коэффициент λ в диапазоне $1,2 \leq \lambda \leq 4$, то критический показатель α , характеризующий низкочастотную расходимость спектра мощности флуктуаций, изменяется в диапазоне $0,8 \leq \alpha \leq 1,2$. Для получения сведений о статистических закономерностях отдельных крупномасштабных низкочастотных выбросов использовано положение, что эти закономерности совпадают с релаксационными характеристиками случайного процесса в ансамбле реализаций с различными начальными условиями [10]. Выбирая начальные условия, соответствующие различным долинам потенциала, получено распределение времен первого прохождения через потенциальный барьер. Показано, что при начальных условиях, близких к нулевым, основной вклад в распределение времен дает релаксация, и в этом случае распределение имеет степенной вид: $P(\tau) \sim 1/\tau^\beta$. Оно совпадает с распределением времен возврата к нулевому значению и определяет распределение низкочастотных экстремальных выбросов, которые имеют аналогию с лавинами, рассматриваемыми в моделях самоорганизованной критичности.

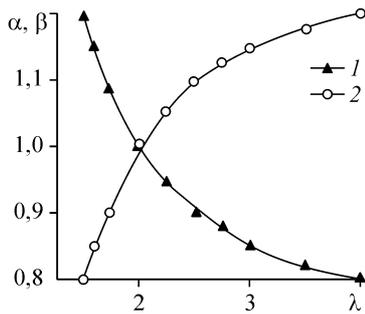


Рис. 6. Зависимости коэффициента α , определяющего наклон частотной характеристики спектра мощности 1, и коэффициента β , определяющего распределение длительностей низкочастотных флуктуаций 2, от величины коэффициента λ .

При увеличении коэффициента λ во втором уравнении системы (3) критический показатель β , характеризующий длительность низкочастотных экстремальных выбросов, так же как и показатель α , изменялся. Зависимость критических показателей α и β от управляющего параметра λ приведена на рис. 6. Показатели α и β связаны соотношением (2), т. е. $\alpha + \beta = 2$. В отличие от самоорганизованной критичности, моделируемой, как правило, клеточными автоматами, соотношение (2) получено в результате определения спектральных характеристик и функций распределения низкочастотных пульсаций непосредственно из реализаций случайных процессов в результате прямого численного интегрирования стохастических уравнений (3). При этом критические показатели α и β определены независимо друг от друга.

Предложенная система стохастических дифференциальных уравнений неплохо описывает динамику флуктуаций, наряду с акустической кавитацией, и в других критических и переходных режимах тепломассопереноса: кризисных режимах кипения на проволочном нагревателе [2], взрывном вскипании струй перегретой жидкости [19], колебательных режимах горения [20], дуговым электрическом разряде [21].

Вероятность экстремальных выбросов определяется “хвостами” функции распределения, которые, как правило, содержат небольшое число экспериментальных точек. Поэтому для надежного определения функций распределения требуется измерять очень длинные реализации или проводить усреднения по различным реализациям, полученным в идентичных экспериментальных условиях. Частотные зависимости спектров мощности флуктуаций определяются значительно проще и точнее. Поэтому скейлинговое соотношение (2) можно использовать для определения критического показателя в распределении экстремальных выбросов по частотной зависимости спектров мощности критических флуктуаций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные эксперименты по кавитации воды в ультразвуковом поле показали присутствие флуктуаций с частотной зависимостью спектров мощности $S \sim 1/f^\alpha$, где показатель α принимал значения близкие к единице в диапазоне $0,8 \leq \alpha \leq 1,2$. Проведением масштабных огрублений экспериментальных реализаций, были выделены крупномасштабные низкочастотные пульсации, обладающие свойством масштабной инвариантности, длительность которых распределена по степенному закону $P(\tau) \sim 1/\tau^\beta$.

Масштабно инвариантные флуктуации с $1/f^\alpha$ спектром мощности, возникающие в системе двух нелинейных стохастических дифференциальных уравнений при взаимодействии разнородных фазовых переходов, привлечены для объяс-

нения экспериментальных результатов. Статистические закономерности отдельных крупномасштабных низкочастотных выбросов в этой математической модели совпадают с релаксационными характеристиками случайного процесса в ансамбле реализаций с различными начальными условиями в системе стохастических уравнений. При начальных условиях близких к нулевым основной вклад в распределение времен дает релаксация. В этом случае распределение имеет степенной вид и определяет распределение низкочастотных экстремальных выбросов.

Показано, что как в случае экспериментов по акустической кавитации, так и в теоретической модели взаимодействующих разнородных фазовых переходов критические показатели, описывающие частотную зависимость спектров мощности флуктуаций и амплитудное распределение экстремальных выбросов, связаны соотношением $\alpha + \beta = 2$.

Спектры мощности флуктуаций определяются в экспериментах проще и точнее, чем функция распределения экстремальных амплитуд. В тех случаях, когда известна только частотная зависимость спектров мощности флуктуаций, соотношения между показателями α и β позволяют получать информацию о распределениях крупномасштабных выбросов и оценить опасные амплитуды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коверда В.П., Скоков В.Н., Скрипов В.П. $1/f$ -шум при неравновесном фазовом переходе. Эксперимент и математическая модель // ЖЭТФ. 1998. Т. 113, вып. 5. С. 1748–1757.
2. Скоков В.Н., Решетников А.В., Коверда В.П. Самоорганизация критических флуктуаций и $1/f$ -спектры в кризисных режимах кипения // Теплофизика высоких температур. 2000. Т. 38, № 5. С. 786–791.
3. Skokov V.N., Koverda V.P., Reshetnikov A.V., Skripov V.P., Mazheiko N.A., Vinogradov A.V. $1/f$ noise and self-organized criticality in crisis regimes of heat and mass transfer // Inter. J. Heat and Mass Transfer. 2003. Vol. 46. P. 1879–1883.
4. Коган Ш.М. Низкочастотный токовый шум со спектром типа $1/f$ в твердых телах // УФН. 1985. Т. 145, № 2. С. 285–328.
5. Weisman M.B. $1/f$ noise and other slow nonexponential kinetics in condensed matter // Rev. Mod. Phys. Vol. 60, No. 2. P. 537–571.
6. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 38. P. 364–374.
7. Jensen H.J., Fogedby H.C., Christensen K. $1/f$ Noise, Distribution of Lifetimes, and a Pile of Sand // Phys. Rev. B. 1989. Vol. 40. R7425–R7427.
8. Коверда В.П., Скоков В.Н. Индуцированный шумом переход и $1/f$ флуктуации при пересечении неравновесных фазовых переходов // Докл. АН. 2002 Т. 386, вып.2. С. 187–189.
9. Koverda V.P., Skokov V.N. The origin of $1/f$ fluctuations and scale transformations of time series at non-equilibrium phase transitions // Physica A. 2005. Vol. 346, No. 3-4. P. 203–216.
10. Коверда В.П., Скоков В.Н. Релаксация при установлении стационарного стохастического процесса с $1/f$ спектром и статистика низкочастотных выбросов // Журнал технической физики. 2007. Т. 77, № 11. С. 1–6.
11. Lauterborn W., Schmitz E., Judt A. Experimental Approach to a Complex Acoustic System // Inter. J. Bifurcation Chaos. 1993. Vol. 3, No. 3. P. 635–642.
12. Akhatov I., Parlitz U., Lauterborn W. Towards a theory of self-organization phenomena in bubble-liquid mixtures // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. P. 4990–5003.
13. Moussatov A., Granger C., Dubis B. Cone-like bubble formation in ultrasonic cavitation field // Ultrasonics Sonochemistry. 2003. Vol. 10. P. 191–195.

14. Коверда В.П., Скоков В.Н., Решетников А. В., Виноградов А.В. Пульсации с $1/f$ спектром мощности при акустической кавитации воды // Теплофизика высоких температур. 2005. Т. 43, № 4. С. 631–636.
15. Skokov V.N., Koverda V.P., Reshetnikov A.V., Vinogradov A.V. $1/f$ fluctuations under acoustic cavitation of liquids // Physica A. 2006. Vol. 364. P. 63–69.
16. Скоков В.Н., Коверда В.П., Решетников А.В., Виноградов А.В. Спектры мощности флуктуаций при кавитации глицерина в ультразвуковом поле // Теплофизика и аэромеханика. 2007. Т. 14, № 1. С. 51–56.
17. Paczusi M., Maslov S., Bak P. Avalanche dynamics in evolution, growth, and depinning models // Phys. Rev. E. Vol. 53. P. 414–443.
18. Коверда В.П., Скоков В.Н. Статистика низкочастотных флуктуаций в стохастических процессах $1/f^\alpha$ с спектром // Докл. АН. 2008. Т. 420, № 5. С. 610–613.
19. Решетников А.В., Мажейко Н.А., Скоков В.Н., Коверда В.П. Неравновесные фазовые переходы в струе сильно перегретой воды // Теплофизика высоких температур. 2007. Т. 45, № 6 С. 838–846.
20. Решетников А.В., Виноградов А.В., Коверда В.П., Скоков В.Н. $1/f$ -шум в колебательных режимах горения // Докл. АН. 2000. Т. 374, № 4. С. 481–483.
21. Скоков В.Н., Коверда В.П., Решетников А.В. Самоорганизованная критичность и $1/f$ -флуктуации при неравновесных фазовых переходах // ЖЭТФ. 2001. Т. 119, № 3. С. 613–620.

Статья поступила в редакцию 18 февраля 2009 г.