

УДК 536.21

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ АРМИРОВАНИЯ НА ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ С СИСТЕМОЙ ТРУБОК, ЗАПОЛНЕННЫХ ЖИДКИМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

Ю. В. Немировский, А. П. Янковский

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Рассмотрена начально-краевая задача теплопроводности оболочек, армированных трубками, заполненными движущимся жидким теплоносителем. Показана зависимость коэффициентов уравнений теплопроводности от теплофизических характеристик фаз композиции, параметров армирования и геометрии оболочки. Проведено сравнение стационарных температурных полей в тонких оболочках вращения различной гауссовой кривизны при различных структурах армирования и режимах теплообмена. Показано, что структура армирования и геометрия оболочки существенно влияют на распределение температуры в конструкции, что открывает широкие возможности при создании оптимальных проектов.

В современных энергетических установках, транспортных системах, реактивных двигателях аэрокосмической техники, лазерных и МГД-установках широко используются конструктивные элементы для эффективной аккумуляции или передачи тепла. Применение однородных материалов в таких установках практически исчерпало возможности их совершенствования. Дальнейший прогресс возможен при использовании композитных конструкций, обеспечивающих дискретное, непрерывное или дискретно-непрерывное распределение теплофизических характеристик и источников тепла. Армирование таких конструкций может осуществляться криволинейными трубками, заполненными движущимся жидким теплоносителем. Теплопроводность таких конструкций с системой "тепловых трубок" до настоящего времени не рассматривалась.

1. Постановка задачи. Система уравнений, описывающая линейную теплопроводность оболочки, армированной N семействами трубок постоянного поперечного сечения, заполненных несжимаемой жидкостью, при отсутствии внутренних источников тепла в ортогональной криволинейной системе координат x_i ($i = 1, 2, 3$) имеет вид [1]

$$CT_{,t} = (A_1 A_2 A_3)^{-1} \sum_{i=1}^3 \left(A_1 A_2 A_3 A_i^{-1} \sum_{j=1}^3 a A_j^{-1} \Lambda_{ij} T_{,j} \right)_{,i} + \sum_k \left[\lambda_k (A_1 A_2 A_3)^{-1} \sum_{i=1}^3 (A_1 A_2 A_3 A_i^{-2} \omega_k T_{k,i})_{,i} - \lambda_k \omega_k \partial_k^2 (T_k) - 2h_k r_k^{-1} \omega_k (T - T_k) \right]; \quad (1.1)$$

$$c_k \rho_k T_{k,t} + c_k \rho_k v_k \partial_k (T_k) = \lambda_k \partial_k^2 (T_k) + 2h_k r_k^{-1} (T - T_k), \quad k = 1, 2, \dots, N; \quad (1.2)$$

Работа выполнена при финансовой поддержке президиума Сибирского отделения Российской академии наук (Приложение 1 к постановлению президиума СО РАН № 473 от 18.12.97) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-0549).

$$\Lambda_{ij} = \sum_k \Omega_k \Omega^{-1} \{ l_{ki} l_{kj} a^{-1} [(\lambda_{1k} - \lambda_c) \Omega + a \lambda_c] + (-1)^{i+j} l_{kp} l_{kr} a [\Omega \lambda_{2k}^{-1} + (a - \Omega) \lambda_c^{-1}]^{-1} \},$$

$$p = 3 - i, \quad r = 3 - j, \quad i, j = 1, 2, \quad (1.3)$$

$$\Lambda_{33} = a \left[\sum_k \Omega_k \lambda_{2k}^{-1} + (a - \Omega) \lambda_c^{-1} \right]^{-1}, \quad C = c_c \rho_c A + \sum_k \Omega_k C_k R_k;$$

$$\Omega = \sum_k \Omega_k, \quad a = 1 - \sum_k \omega_k, \quad A = a - \Omega; \quad (1.4)$$

$$\partial_k = l_{k1} A_1^{-1} \frac{\partial}{\partial x_1} + l_{k2} A_2^{-1} \frac{\partial}{\partial x_2}, \quad l_{k1} = \cos \alpha_k, \quad l_{k2} = \sin \alpha_k, \quad (1.5)$$

где T — температура композитной оболочки; C , Λ_{ij} — приведенная теплоемкость и эффективные коэффициенты теплопроводности оболочки; λ_k , c_k , ρ_k , T_k — коэффициент линейной теплопроводности, удельная теплоемкость, объемная плотность и температура жидкости, заполняющей трубки k -го семейства; ρ_c , R_k — объемные плотности материалов связующего и трубок k -го семейства; c_c , C_k — удельные теплоемкости материалов связующего и трубок k -го семейства; λ_c , λ_{1k} , λ_{2k} — коэффициенты линейной теплопроводности изотропного связующего и трансверсально изотропной трубки k -го семейства в продольном и поперечном направлениях соответственно; $r_k = \text{const}$ — радиус внутреннего сечения трубок k -го семейства; $h_k > 0$ — коэффициент теплообмена между материалом трубок k -го семейства и жидкостью, их заполняющей; v_k — продольная составляющая скорости движения жидкости в трубках k -го семейства (так как жидкость предполагается несжимаемой ($\rho_k = \text{const}$) и поперечные сечения трубок постоянны, то $v_k = \text{const}$ вдоль траектории трубки); Ω_k , ω_k — интенсивность армирования трубками k -го семейства и интенсивность жидкости, заполняющей эти трубки (объемное содержание жидкости k -го семейства в элементе объема теплообменника); α_k — угол армирования трубками k -го семейства, отсчитываемый от направления x_1 ; A_i — параметры Ламе; при фиксированном значении параметра x_3 выделяется элементарный армированный слой; суммирование проводится от 1 до N , если не указаны пределы. Величины ω_k , Ω_k , A должны удовлетворять неравенствам

$$\omega_k \geq 0, \quad \Omega_k \geq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, N), \quad A = 1 - \sum_k (\omega_k + \Omega_k) > 0. \quad (1.6)$$

Условия постоянства поперечных сечений и внутренних сечений трубок k -го семейства имеют вид [2]

$$(A_2 A_3 \omega_k l_{k1})_{,1} + (A_1 A_3 \omega_k l_{k2})_{,2} = 0, \quad (A_2 A_3 \Omega_k l_{k1})_{,1} + (A_1 A_3 \Omega_k l_{k2})_{,2} = 0, \quad 1 \leq k \leq N. \quad (1.7)$$

Следовательно, полная система уравнений, описывающая линейную задачу теплопроводности оболочки, армированной тепловыми трубками постоянного поперечного сечения, определяется уравнениями и соотношениями (1.1)–(1.7), к которым необходимо добавить начальные и граничные условия для температур T , T_k . На кромке S_k^ω , где трубки k -го семейства входят в оболочку, необходимо задать значения функций ω_k , Ω_k [2].

Отметим, что коэффициенты теплопроводности, теплоемкость и интенсивность внутренних источников тепла композитного материала обычно полагаются известными из экспериментов. Однако, как показывают соотношения (1.1), (1.3), (1.4), в оболочках, армированных тепловыми трубками, приведенные коэффициенты теплопроводности, теплоемкость и эффективность теплообмена существенно зависят не только от теплофизических характеристик фаз композиции, но и от параметров армирования: направления α_k , интенсивности армирования Ω_k , ω_k и величины внутреннего сечения трубок r_k .

2. Теплопроводность осесимметрично армированных тепловыми трубками тонких оболочек вращения. Для тонкостенных конструкций типа оболочек трехмерную задачу теплопроводности, соответствующую системе (1.1), (1.2), целесообразно свести к двумерной. Это можно сделать, например, применив метод Бубнова — Галёркина по переменной x_3 , полагая, что коэффициенты соответствующих разложений функций T , T_k зависят от переменных t , x_1 , x_2 , причем в силу предположения о тонкости оболочки можно ограничиться тремя слагаемыми в этих разложениях [3], например

$$T = \sum_{n=0}^2 T^{(n)}(t, x_1, x_2)(x_3)^n, \quad T_k = \sum_{n=0}^2 T_k^{(n)}(t, x_1, x_2)(x_3)^n, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (2.1)$$

Параметры Ламе A_i ($A_3 = 1$), параметры армирования Ω_k , ω_k , α_k и функции C , Λ_{ij} можно приближенно считать не зависящими от x_3 [2].

Если теплообмен с окружающей средой осуществляется через лицевые поверхности тонкой оболочки толщиной $H = 2h = \text{const}$ по закону Ньютона, то замкнутая система уравнений, описывающая задачу теплопроводности такой конструкции при сделанных выше предположениях, имеет вид

$$\begin{aligned} C\Theta_{,t} &= (A_1 A_2)^{-1} \sum_{i=1,2} \left(A_1 A_2 A_i^{-1} \sum_{j=1,2} a A_j^{-1} \Lambda_{ij} \Theta_{,j} \right)_{,i} + \\ &+ \sum_k \left[\lambda_k (A_1 A_2)^{-1} \sum_{i=1,2} (A_1 A_2 A_i^{-2} \omega_k \Theta_{k,i})_{,i} - \lambda_k \omega_k \partial_k^2 (\Theta_k) - \right. \\ &\left. - 2h_k r_k^{-1} \omega_k (\Theta - \Theta_k) + 15 \lambda_k \omega_k (\theta_k - \Theta_k / H) / h \right] + B\Theta + D_- T_{-\infty} + D_+ T_{+\infty}, \\ c_k \rho_k \Theta_{k,t} + c_k \rho_k v_k \partial_k (\Theta_k) &= \lambda_k \partial_k^2 (\Theta_k) + 2h_k r_k^{-1} (\Theta - \Theta_k), \\ c_k \rho_k T_{k,t}^{(1)} + c_k \rho_k v_k \partial_k (T_k^{(1)}) &= \\ &= \lambda_k \partial_k^2 (T_k^{(1)}) + 2h_k r_k^{-1} \{ [(a_{22} - a_{12})\Theta / H - a_{22} T_{+\infty} + a_{12} T_{-\infty}] / \Delta - T_k^{(1)} \}, \\ c_k \rho_k \theta_{k,t} + c_k \rho_k v_k \partial_k (\theta_k) &= \lambda_k \partial_k^2 (\theta_k) + 2h_k r_k^{-1} \{ \Theta / H + 4h^2 [(a_{11} - a_{21})\Theta / H + \\ &+ a_{21} T_{+\infty} - a_{11} T_{-\infty}] / (15\Delta) - \theta_k \}, \\ T^{(0)} &= \Theta / H - h^2 T^{(1)} / 3, \quad T^{(1)} = [(a_{22} - a_{12})\Theta / H - a_{22} T_{+\infty} + a_{12} T_{-\infty}] / \Delta, \\ T^{(2)} &= [(a_{11} - a_{21})\Theta / H + a_{21} T_{+\infty} - a_{11} T_{-\infty}] / \Delta, \quad T_k^{(0)} = (9\Theta_k / H - 5\theta_k) / 4, \\ T_k^{(2)} &= 15(\theta_k - \Theta_k / H) / H^2, \quad k = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где $B = a\{-(\mu_+ + \mu_-)[H^{-1} + h(a_{11} - a_{21})] / (3\Delta) + (\mu_- - \mu_+)(a_{22} - a_{12}) / (2\Delta)\}$; $D_+ = a[\mu_+ + (\mu_+ - \mu_-)ha_{22} / \Delta - (\mu_+ + \mu_-)Hha_{21} / (3\Delta)]$; $D_- = a[\mu_- + (\mu_- - \mu_+)ha_{12} / \Delta + (\mu_+ + \mu_-)Hha_{11} / (3\Delta)]$; $\Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$; $a_{11} = -(m_+ + h)$; $a_{12} = -H(m_+ + h/3)$; $a_{21} = m_- + h$; $a_{22} = -H(m_- + h/3)$; $m_{\pm} = \Lambda_{33} / \mu_{\pm}$; $T_{\pm\infty}$, μ_{\pm} — температура окружающей среды и коэффициенты теплообмена между оболочкой и окружающей средой со стороны “внешней” лицевой поверхности (знак “+”) и “внутренней” (знак “-”). Аналогичные уравнения могут быть получены, если на лицевых поверхностях заданы другие граничные условия: по температуре, тепловому потоку или смешанные [1].

Следовательно, для тонких оболочек трехмерные уравнения теплопроводности (1.1), (1.2) с достаточной степенью точности сводятся к двумерным уравнениям типа (2.2) относительно неизвестных функций Θ , Θ_k , $T_k^{(1)}$, θ_k , зависящих только от времени t и двух пространственных переменных x_1 , x_2 .

Для постановки начально-краевой задачи, соответствующей системе уравнений типа (2.2), необходимо проинтегрировать по высоте оболочки начальные и граничные условия, в результате получим начальные и граничные условия для функций Θ , Θ_k , $T_k^{(1)}$, θ_k .

Влияние структуры армирования на температурное поле продемонстрируем на конструкциях простой формы. Далее будем рассматривать лишь тонкие оболочки вращения, осесимметрично армированные по эквидистантным поверхностям.

В силу линейности начально-краевой задачи, соответствующей системе уравнений (2.2), и периодичности ее решения по окружной координате x_2 функции Θ , Θ_k , $T_k^{(1)}$, θ_k и известные функции $T_{\pm\infty}$ можно разложить в ряды Фурье по x_2 [4] и свести задачу к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

При осесимметричном тепловом воздействии эти уравнения редуцируются к виду

$$\begin{aligned} CT_{,t} = (A_1 R)^{-1} (R A_1^{-1} a \Lambda_{11} T_{,1})_{,1} + \sum_k [\lambda_k (A_1 R)^{-1} (R A_1^{-1} \omega_k T_{k,1})_{,1} - \\ - \lambda_k \omega_k l_{k1} A_1^{-1} (l_{k1} A_1^{-1} T_{k,1})_{,1} - 2h_k r_k^{-1} \omega_k (T - T_k)], \\ c_k \rho_k T_{k,t} + c_k \rho_k v_k l_{k1} A_1^{-1} T_{k,1} = \lambda_k l_{k1} A_1^{-1} (l_{k1} A_1^{-1} T_{k,1})_{,1} + 2h_k r_k^{-1} (T - T_k), \\ k = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $T = T^{(0)} = \Theta/H$; $T_k = T_k^{(0)} = \Theta_k/H$.

3. Решение задачи и обсуждение результатов. Исследуем теплопроводность трех наиболее характерных типов оболочек вращения:

1) с нулевой гауссовой кривизной ($K = 0$) (коническая оболочка):

$$R(x_1) = [(x_1 - x_1^0)R^1 - (x_1 - x_1^1)R^0]/(x_1^1 - x_1^0); \quad (3.1)$$

2) с положительной гауссовой кривизной ($K > 0$) (оболочка типа эллиптического параболоида вращения (ОТЭП)):

$$R(x_1) = a\sqrt{x_1 - c} + b, \quad (3.2)$$

где

$$a = (R^1 - R^0) \left(\sqrt{x_1^1 - c} - \sqrt{x_1^0 - c} \right)^{-1}, \quad b = R^0 - a\sqrt{x_1^0 - c}, \quad c < x_1^0; \quad (3.3)$$

3) с отрицательной гауссовой кривизной ($K < 0$) (оболочка типа однополостного гиперболоида вращения (ОТОГ)):

$$R(x_1) = \sqrt{a^2 + b^2(x_1 - c)^2}, \quad (3.4)$$

где

$$\begin{aligned} a^2 &= [(R^0)^2(x_1^1 - c)^2 - (R^1)^2(x_1^0 - c)^2]/[(x_1^1 - c)^2 - (x_1^0 - c)^2], \\ b^2 &= [(R^1)^2 - (R^0)^2]/[(x_1^1 - c)^2 - (x_1^0 - c)^2], \quad c^0 \leq c \leq c^1, \\ c^0 &= (R^1 x_1^0 - R^0 x_1^1)/(R^1 - R^0), \quad c^1 = (R^0 x_1^1 + R^1 x_1^0)/(R^1 + R^0). \end{aligned} \quad (3.5)$$

В соотношениях (3.1), (3.3), (3.5) предполагается, что $x_1^1 > x_1^0$, $R^1 > R^0$, $R^i = R(x_1^i)$, $i = 0, 1$, параметр c позволяет задавать семейства оболочек (3.2), (3.4), причем ОТЭП (при $c \rightarrow -\infty$) и ОТОГ (при $c \rightarrow c^0, c^1$) вырождаются в конические.

Условия постоянства площадей поперечных сечений трубок (1.7) в осесимметричном случае имеют вид [2]

$$R\Omega_k \cos \alpha_k = \Omega_{*k} = \text{const}, \quad R\omega_k \cos \alpha_k = \omega_{*k} = \text{const}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (3.6)$$

где Ω_{*k} , ω_{*k} с точностью до постоянного множителя определяют суммарные площади поперечных сечений и внутренних сечений трубок k -го семейства соответственно. Эти параметры могут быть входными данными задачи.

Исследуем влияние структуры армирования на температурное поле в оболочках с одинаковыми характерными размерами (длинами вдоль осей вращения и радиусами кромок) при одних и тех же граничных условиях. В качестве критерия сопоставимости различных проектов армирования выберем одинаковые суммарные площади поперечных сечений Ω_{*k} и внутренних сечений ω_{*k} трубок k -го семейства, что при одной и той же скорости движения жидкости v_k обеспечивает одинаковый ее расход в единицу времени при любых вариантах армирования.

Рассмотрим оболочки вращения, ограниченные кромками радиусов R^0 , R^1 ($R^1 = 3R^0$) при $x_1^0 = 0$, $x_1^1 = 3R^0$, изготовленные из меди ($\lambda_c = 400$ Вт/(м·град), $c_c = 419$ Дж/(кг·град), $\rho_c = 8940$ кг/м³ [5]) и армированные двумя семействами ($N = 2$) стальных трубок ($\lambda_{ik} = 45$ Вт/(м·град), $C_k = 568$ Дж/(кг·град), $R_k = 7780$ кг/м³, $i, k = 1, 2$), уложенных меридионально симметрично ($\alpha_2 = -\alpha_1$) с интенсивностями $\omega_1 = \omega_2$, $\Omega_1 = \Omega_2$, $\omega_{*1} = \omega_{*2}$, $\Omega_{*1} = \Omega_{*2}$, $\Omega_{*k} = 0,25\omega_{*k}$. Величины ω_{*k} в (3.6) будем определять из дополнительного условия $A \geq 0,2$. Трубки заполнены трансформаторным маслом ($\lambda_k = 0,107$ Вт/(м·град), $c_k = 1905$ Дж/(кг·град), $\rho_k = 856$ кг/м³ [6]), движущимся с одной и той же скоростью ($v_1 = v_2$).

Уравнения, описывающие стационарную осесимметричную задачу теплопроводности рассматриваемых оболочек при задании термоизоляции на их лицевых поверхностях, получаются из (2.3) отбрасыванием слагаемых, содержащих частные производные по t . Эти уравнения в безразмерных переменных можно записать в виде

$$(A_1 r)^{-1} (r A_1^{-1} a \bar{\Lambda}_{11} T')' + 2\varepsilon [(A_1 r)^{-1} (r A_1^{-1} \omega_1 T_1')' - \omega_1 A_1^{-1} \cos \alpha_1 (A_1^{-1} \cos \alpha_1 T_1')'] - 2\omega_1 H_1 (T - T_1) = 0; \quad (3.7)$$

$$\varepsilon A_1^{-1} \cos \alpha_1 (A_1^{-1} \cos \alpha_1 T_1')' - V_1 A_1^{-1} \cos \alpha_1 T_1' + H_1 (T - T_1) = 0, \quad T_2 = T_1, \quad (3.8)$$

где

$$\varepsilon = \lambda_1 \lambda_c^{-1}, \quad V_1 = c_1 \rho_1 v_1 R^0 \lambda_c^{-1}, \quad (3.9)$$

$$H_1 = 2h_1 (R^0)^2 / (r_1 \lambda_c), \quad \bar{\Lambda}_{11} = \Lambda_{11} \lambda_c^{-1}, \quad r = R/R^0,$$

штрих означает дифференцирование по безразмерной переменной $x = x_1/R^0$.

Для выбранных выше материалов связующего и трубок коэффициент $\bar{\Lambda}_{11}$ в (3.7), (3.9) будет порядка единицы, $\varepsilon = 2,675 \cdot 10^{-4}$. Если принять $R^0 = 1$ м, а скорость движения жидкости $v_1 = 0,01$ м/с, то $V_1 = 40,77$. Постоянная величина H_1 в (3.7)–(3.9) может быть порядка единицы при достаточно малом внутреннем диаметре трубок $2r_1$. Следовательно, ε является малым параметром. В [1] показано, что для получения приемлемых результатов в силу чрезвычайно малого значения ε достаточно использовать асимптотическое решение системы (3.8), (3.9), пренебрегая в ней слагаемыми, содержащими ε , что приводит к упрощению соответствующей граничной задачи. В этом случае для функции T_1 требуется задание лишь одного граничного условия на кромке S_1^ω , где жидкость втекает в оболочку: $T_1(S_1^\omega) = T_{1S}$.

Проанализируем следующие варианты армирования: 1) меридиональное: оба семейства трубок уложены по меридиональным направлениям ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$); 2) спиральное: трубки уложены под углом $\alpha_k = (-1)^k \pi/4$ ($k = 1, 2$); 3) спиральное: трубки уложены под углом $\alpha_k = (-1)^k \pi/3$ ($k = 1, 2$); 4) армирование по асимптотическим направлениям [7], характерное для ОТОГ:

$$\operatorname{tg} \alpha_k = (-1)^k \sqrt{RR''/(1 + (R')^2)}, \quad k = 1, 2 \quad (3.10)$$

(траектории армирования при этом будут прямолинейными).

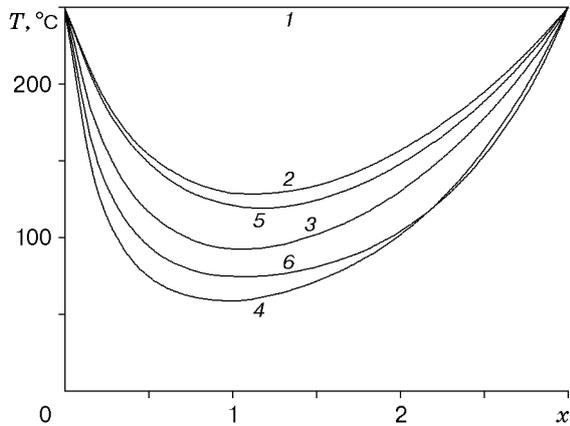


Рис. 1

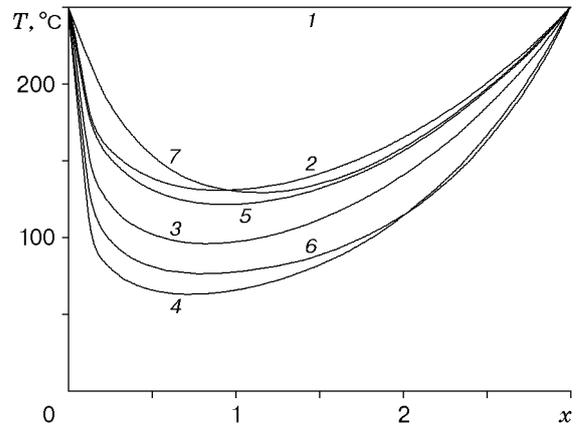


Рис. 2

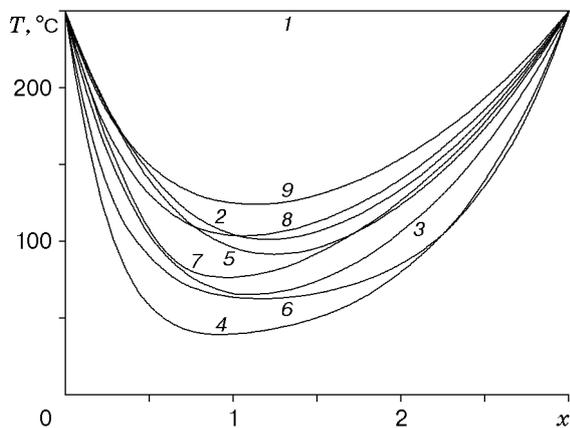


Рис. 3

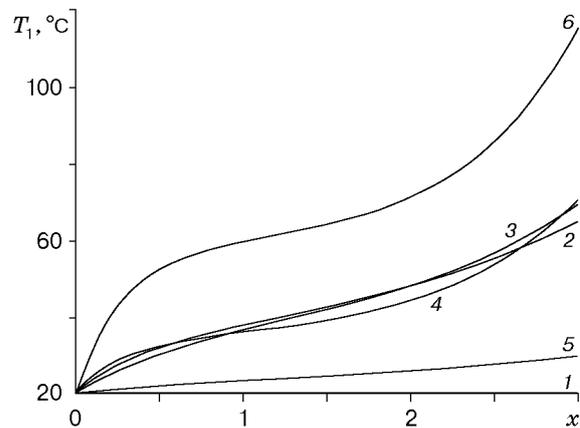


Рис. 4

На рис. 1–3 показано распределение температуры T в конической оболочке, ОТЭП ($c = -0,01R^0$) и ОТОГ ($c = 0,5R^0$) соответственно при различных структурах армирования и режимах теплообмена (по оси абсцисс откладывается безразмерная переменная x). На кромках оболочки заданы значения температуры

$$T(x_1^0) = T(x_1^1) = 250 \text{ }^\circ\text{C}, \tag{3.11}$$

температура жидкости на кромке x_1^0 , где масло втекает в оболочку, $T_1(x_1^0) = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. На рис. 4 показано распределение температуры T_1 в жидкости, протекающей по трубкам в конической оболочке (кривые с одинаковыми номерами на рис. 1–4 соответствуют одному и тому же типу армирования оболочки или режиму теплообмена). Аналогичное распределение температуры T_1 имеет место в жидкости, заполняющей трубки в ОТЭП и ОТОГ.

Кривые 1 соответствуют случаю, когда теплообмен между трубками и жидкостью, их заполняющей, не осуществляется (внутренние поверхности трубок термоизолированы или трубки не заполнены жидкостью). При этом температура T, T_1 в оболочке и жидкости остается постоянной. Кривые 2–4 характеризуют распределение температуры в масле и оболочках с различными углами армирования ($\alpha_k = 0, \alpha_k = \pm\pi/4, \alpha_k = \pm\pi/3$ ($k = 1, 2$) соответственно) при одинаковых режимах теплообмена ($\varepsilon = 2,7 \cdot 10^{-4}, V_1 = 40, H_1 = 4$). Увеличение угла армирования от 0 до $\pi/3$ при одинаковых параметрах теплообмена приводит к резкому понижению температуры в оболочках (кривые 2–4 на рис. 1–3) при почти

одинаковом изменении температуры жидкости (кривые 2–4 на рис. 4). Это вызвано следующими причинами. В качестве критерия сопоставимости всех рассматриваемых проектов армирования выбрано условие одинаковой суммарной площади поперечных сечений и суммарной площади внутренних сечений трубок, т. е. равенство величин ω_{*k} , Ω_{*k} (3.6) во всех проектах. Увеличение угла армирования от 0 до $\pi/3$ приводит к увеличению длины капиллярных трубок в оболочке, т. е. при одинаковой скорости движения жидкости к увеличению времени теплообмена между элементом жидкости, движущимся по трубке, и стенкой трубки. В то же время доля основного материала в оболочке уменьшается (уменьшается A за счет увеличения ω_k , Ω_k), что приводит к более интенсивному ее охлаждению (кривые 2–4 на рис. 1–4).

Кривые 5, 6 характеризуют распределение температуры в оболочках с меридиональной структурой армирования ($\alpha_k = 0$), но при других режимах теплообмена. Кривые 5 соответствуют случаю, когда скорость протекания масла по трубкам увеличена в 5 раз ($V_1 = 200$, $H_1 = 4$), что приводит к более медленному приросту температуры жидкости T_1 (из (3.8) при $V_1 \rightarrow \infty$, $\varepsilon = 0$ следует $T_1' \rightarrow 0$) и более интенсивному теплообмену между жидкостью и трубками по сравнению со случаем, которому соответствуют кривые 2 на рис. 1–4 ($\alpha_k = 0$, $V_1 = 40$, $H_1 = 4$). Кривые 6 соответствуют случаю, когда при первоначальной скорости движения жидкости внутренние диаметры трубок меньше в 5 раз ($V_1 = 40$, $H_1 = 20$), а количество трубок больше в 25 раз. При этом суммарная площадь внутренних сечений трубок осталась прежней (функции ω_k , Ω_k одинаковы во всех меридионально армированных структурах). Как и следовало ожидать, уменьшение сечений трубок и увеличение их количества приводят к более интенсивному теплообмену между оболочкой и жидкостью. При этом температура масла при выходе из конической оболочки увеличилась в 2,12 раза по сравнению со случаем, которому соответствует кривая 2 на рис. 4. Минимальная температура во всех рассматриваемых оболочках уменьшилась почти в 2 раза (кривые 2, 6 на рис. 1–3).

Кривая 7 на рис. 2 соответствует меридиональной структуре армирования ОТЭП с другой геометрией ($c = -10R^0$ в (3.2)) при том же режиме теплообмена ($V_1 = 40$, $H_1 = 4$); кривые 7–9 на рис. 3 характеризуют распределение температуры в ОТОГ различной геометрии ($c/R^0 = 0,5; 0; -1$ в (3.5) соответственно) со структурами армирования по асимптотическим направлениям (3.10) при $V_1 = 40$, $H_1 = 4$. Сравнение кривых 2–4, 7 на рис. 3 показывает, что при одинаковых режимах теплообмена армирование по прямолинейным асимптотическим направлениям, наиболее просто реализуемое на практике, обеспечивает не самый интенсивный отвод тепла из оболочки (в том смысле, что температура в ОТОГ при спиральном армировании с углами $\alpha_k = \pm\pi/4$, $\alpha_k = \pm\pi/3$ меньше, чем при армировании по асимптотическим направлениям (3.10) (кривые 3, 4 на рис. 3 лежат ниже кривой 7)).

Однако не только структура армирования, но и форма оболочки влияет на распределение температурного поля в ней. Минимальные значения температуры для конической оболочки, ОТЭП и ОТОГ приведены в таблице и указывают на то, что из трех типов оболочек при одних и тех же структурах армирования и режимах теплообмена ОТОГ охлаждается наиболее интенсивно, а ОТЭП — наименее интенсивно. Это вызвано следующими обстоятельствами. Так как величины ω_{*k} , Ω_{*k} в (3.6) одинаковы во всех проектах, то функции ω_k , Ω_k существенно зависят от величины радиуса $R(x_1)$ оболочки при одинаковых углах армирования α_k : чем меньше радиус R , тем больше значения ω_k , Ω_k , а значит, тем меньше интенсивность распределения основного материала A оболочки (см. (1.4)) и тем интенсивнее она охлаждается при прочих равных условиях (структуре армирования и режиме теплообмена). Так, в ОТОГ при $c = 0,5R^0$ (кривые 2–7 на рис. 3) радиус $R(x_1)$ с увеличением x_1 сначала уменьшается от значения R^0 до значения $R(c)$ (значение парамет-

Номер кривой	Минимальное значение температуры в оболочке, °С		
	конической	ОТЭП	ОТОГ
1	250,0	250,0	250,0
2	128,6	130,4	100,9
3	92,6	96,1	65,2
4	59,0	62,6	38,6
5	119,6	121,3	91,3
6	74,4	76,5	62,3
7	—	129,2	76,2
8	—	—	103,3
9	—	—	123,8

ра c в (3.4) определяет положение точек горловой линии срединной поверхности ОТОГ [7]), а затем возрастает до значения R^1 , но при этом на интервале $x_1^0 \leq x_1 \leq 2c - x_1^0 = R^0$ значения радиуса $R(x_1)$ не превышают R^0 . ОТОГ охлаждается интенсивнее, чем коническая оболочка и ОТЭП, так как для этих оболочек $R(x_1) > R^0$ при $x_1 > x_1^0$. Кроме того, радиус R в конической оболочке меняется пропорционально x_1 ($R'(x_1) = \text{const}$), а в ОТЭП при $c = -0,01R^0$ радиус R в окрестности кромки x_1^0 резко увеличивается ($R'(x_1^0) \xrightarrow{c \rightarrow -0} +\infty$), и в точках, удаленных от этой кромки, R изменяется незначительно, оставаясь больше радиуса конической оболочки. Поэтому при прочих равных условиях ОТЭП охлаждается менее интенсивно, чем коническая оболочка.

Форма образующей влияет как на величину, так и на распределение температурного поля в оболочке. Так, в ОТЭП (см. рис. 2) точки минимума температуры смещены ближе к кромке x_1^0 , и в ее окрестности градиент температуры больше, чем в конической оболочке (см. рис. 1) и ОТОГ (см. рис. 3). Кроме того, минимальные значения температуры, соответствующие кривым 3, 6 на рис. 3, отличаются на 2,9 °С, а на рис. 1, 2 — на 18,2 и 19,6 °С соответственно. Следовательно, при некоторых значениях параметра c , близких к предельным ($c \rightarrow c^1 = 0,75R^0$), часть кривой 3 для ОТОГ будет лежать ниже кривой 6 (на рис. 1–3 кривая 6 лежит ниже кривой 3). Таким образом, если при одних геометрических характеристиках оболочки некоторая структура армирования обеспечивает наиболее интенсивный отвод тепла из конструкции, то при другой геометрии лучшим может оказаться другой проект армирования.

Выше отмечалось, что ОТЭП при $c \rightarrow -\infty$ и ОТОГ при $c \rightarrow c^0$ (см. (3.2)–(3.5)) вырождаются в конические оболочки. Так, кривая 7 на рис. 2 соответствует значению $c = -10R^0$ и меридиональной структуре армирования; сравнение ее с кривой 2 на рис. 1 (меридионально армированная коническая оболочка) показывает, что температуры в этих конструкциях отличаются незначительно и разность их минимальных значений составляет 0,6 °С. Кривые 8, 9 на рис. 3 соответствуют значениям $c/R^0 = 0; -1$ и армированию ОТОГ по асимптотическим направлениям (при $c \rightarrow c^0 = -1,5R^0$ ОТОГ вырождается в коническую, а асимптотические направления стремятся к меридиональным: $\alpha_k \rightarrow 0$). Разность минимальных значений температуры на кривых 8, 9 (см. рис. 3) и на кривой 2 (см. рис. 1) составляет $-25,3$ и $-4,8$ °С соответственно. Следовательно, при значениях c в (3.2)–(3.5), стремящихся к предельным, температура в ОТЭП при соответствующих структурах армирования стремится к температуре в конической оболочке сверху, а в ОТОГ — снизу.

Если в качестве теплофизического критерия эффективного армирования трубчатой оболочки фиксированной геометрии принять условие минимума наименьшего значения

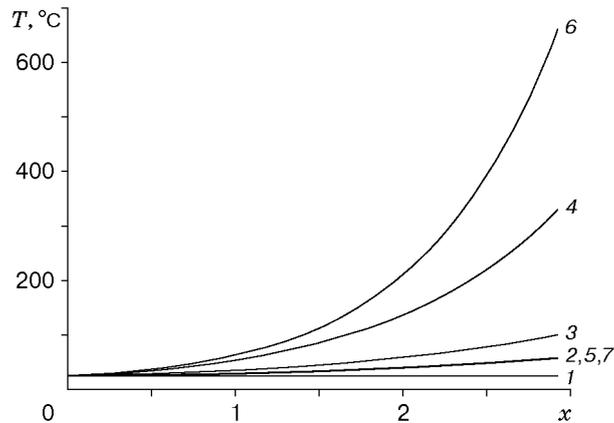


Рис. 5

температуры, то, как видно на рис. 1–3, наилучшей будет спиральная структура армирования с углом намотки $\alpha_k = \pm\pi/3$ (кривые 4); если же рассматривать оболочки различной геометрии, то наилучшим будет тот же проект спирального армирования ОТОГ, при котором минимальное значение температуры в оболочке близко к комнатной ($T_{\min} = 38,6$ °С).

Однако не только структура армирования и геометрия, но и граничные условия для температуры влияют на распределение температурного поля. Рассмотрим, например, ОТЭП с первоначальными геометрическими характеристиками ($c = -0,01R^0$), но на кромке x_1^0 зададим температуру и нулевой тепловой поток:

$$T(x_1^0) = 25$$
 °С, $q_1(x_1^0) = 0. \quad (3.12)$

На рис. 5 показано распределение температуры в такой оболочке при различных структурах армирования (нумерация кривых соответствует нумерации на рис. 2). Сопоставление графиков на рис. 2, 5 показывает, что изменение граничных условий приводит как к количественному, так и к качественному изменению температурного поля в оболочке. Например, наибольший отвод тепла из оболочки с заданными значениями температуры на кромках (3.11) (см. рис. 2) обеспечивается при спиральной структуре армирования с углами $\alpha_k = \pm\pi/3$ (кривая 4 на рис. 2), а при граничных условиях (3.12) — при меридиональном армировании ($\alpha_k = 0$) с большим значением параметра H_1 (кривая 6 на рис. 5). Следовательно, структура армирования, обеспечивающая наибольший отвод тепла при одних граничных условиях, может оказаться неоптимальной при других граничных условиях. Отличие температур при граничных условиях (3.12) и различных входных данных составляет уже сотни (см. рис. 5), а не десятки градусов, как при граничных условиях (3.11) (см. рис. 2). Кроме того, влияние формы оболочки при граничных условиях (3.12) более существенно, чем при граничных условиях (3.11). Например, при одних и тех же структурах армирования и режимах теплообмена значения температуры в ОТОГ и ОТЭП при граничных условиях (3.12) и различных входных данных (V_1, H_1) отличаются в несколько раз (на сотни и тысячи градусов), а не на десятки градусов, как при условиях (3.11) (см. рис. 2, 3).

Графики, приведенные на рис. 5, позволяют сделать вывод о том, что существуют широкие возможности по управлению температурным полем в трубчатых оболочках, а значит, на множестве решений задачи теплопроводности можно ставить различные задачи целевого управления. Так, если на кромке x_1^1 заданы некоторые значения температуры $T(x_1^1)$ и теплового потока $q_1(x_1^1)$, то за счет подбора соответствующей структуры армирования можно добиться того, что на кромке x_1^0 температура $T(x_1^0)$ и тепловой поток $q_1(x_1^0)$ будут иметь требуемые значения, например $T(x_1^0)$ — комнатная температура, $q_1(x_1^0) = 0$.

Возможность выполнения двух дополнительных граничных условий на кромке x_1^0 появляется в силу линейности задачи теплопроводности и наличия двух свободных параметров армирования: направления α_k и величины поперечных сечений трубок r_1 (или H_1). В классических задачах теплопроводности твердых тел добиться выполнения таких граничных условий на кромках оболочки невозможно.

Проведенный анализ показывает, что в трубчатых композитных конструкциях типа оболочек вращения температурное поле как качественно, так и количественно существенно зависит от структуры армирования $(\alpha_k, \omega_k, r_k)$, теплофизических характеристик фаз композиции $\lambda_c, \lambda_{ik}, c_k, \rho_k$ ($i, k = 1, 2$), скорости движения жидкости в трубках v_k , геометрии оболочки $R(x_1)$ и тепловых граничных условий, что открывает широкие возможности для поиска эффективных проектов армирования и конструкций, причем для оболочек различной геометрии или при различных тепловых воздействиях необходимо ставить самостоятельные задачи целевого управления структурами армирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Немировский Ю. В., Янковский А. П.** Математическое моделирование процессов теплопроводности в капиллярных конструкциях с теплоотводящей жидкостью // Сиб. журн. индустр. математики. 1999. Т. 2, № 1. С. 94–107.
2. **Немировский Ю. В., Янковский А. П.** О некоторых особенностях уравнений оболочек, армированных волокнами постоянного поперечного сечения // Механика композиц. материалов и конструкций. 1997. Т. 3, № 2. С. 20–40.
3. **Немировский Ю. В., Янковский А. П.** Теплопроводность волокнистых оболочек // Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5, № 2. С. 215–235.
4. **Качмаж С., Штейнгауз Г.** Теория ортогональных рядов. М.: Физматгиз, 1958.
5. **Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике:** Справ. М.; Л.: Энергия, 1967.
6. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Физматгиз, 1963.
7. **Рашевский П. К.** Курс дифференциальной геометрии. М.: Физматгиз, 1956.

*Поступила в редакцию 19/VIII 1998 г.,
в окончательном варианте — 5/V 1999 г.*