

ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. Отрывные течения.— М.: Мир, 1973.— Т. 2.
2. Чжен П. Управление отрывом потока.— М.: Мир, 1979.
3. Wood C. J. Hypersonic flow over spiked cones // J. Fluid Mech.— 1962.— V. 12, pt 4.
4. Холден. Экспериментальные исследования отрывных течений при гиперзвуковых скоростях. Ч. 1. Отрывные течения на осесимметричных телах с иглой // РТК.— 1966.— Т. 4, № 4.
5. Demetriades A., Hopkins A. T. Asymmetric shock-wave oscillations on spiked bodies of revolution // J. Spacecraft and Rockets.— 1976.— V. 13, N 11.
6. Антонов А. Н., Грецов В. К. Исследование нестационарного отрывного обтекания тел сверхзвуковым потоком // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1974.— № 4.
7. Антонов А. Н., Грецов В. К., Шалаев С. П. Нестационарное сверхзвуковое обтекание тел с установленной впереди иглой // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1976.— № 5.
8. Панарас А. Г. Пульсирующие течения около осесимметричных выпуклых тел // РТК.— 1981.— Т. 19, № 8.
9. Карловский В. Н., Сахаров В. И. Численное исследование сверхзвукового обтекания затупленных тел с выдвинутой вперед иглой // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 3.
10. Shang J. S., Hankey W. L., Smith R. E. Flow oscillations of spike-tipped bodies.— Pasadena, California, 1980.— (Pap./AIAA; N 80—0062).
11. Hankey W. L., Shang J. S. Analysis of self-excited oscillations in fluid flows.— Snowmass, Colorado, 1980.— (Pap./AIAA; N 80—1346).
12. Calarese W., Hankey W. L. Modes of shock-wave oscillations on spike-tipped bodies // AIAA J.— 1985.— V. 23, N 2.
13. Mauld D. J. Hypersonic flow over axially symmetric spiked bodies // J. Fluid Mech.— 1960.— V. 8, pt 4.
14. Даньков Б. Н., Новиков Л. В. Нестационарное обтекание сверхзвуковым потоком копуса с дисковым щитком // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1968.— № 4.
15. Авдеевский В. С., Грецов В. К., Медведев К. И. Устойчивость течений с передними отрывными зонами // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1972.— № 1.
16. Волонихин И. И., Григорьев В. Д., Демьяненко В. С. и др. Сверхзвуковая аэродинамическая труба Т-313 // Аэродинамические исследования.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1972.
17. Запрягаев В. И., Миронов С. Г. Методика привязки фотографий поля течения к измеряемому локальному параметру // Методы аэрофизических исследований: Материалы IV Всесоюз. шк. по методам аэрофизических исследований.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1987.
18. Запрягаев В. И. Исследование пульсаций в отрывной зоне свободной каверны при сверхзвуковой скорости потока // ПМТФ.— 1985.— № 6.
19. Rockwell D. Oscillations of impinging shear layers // AIAA J.— 1983.— V. 21, N 5.
20. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов.— М.: Мир, 1974.
21. Дулов В. Г., Лукьянов Г. А. Газодинамика процессов истечения.— Новосибирск: Наука, 1984.
22. Ибрагим М. А., Серов А. О. и др. Отражение плоской ударной волны от тела с выемкой // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 5.
23. Кибардин Ю. А., Кузнецов С. И., Любимов А. Н., Шумяцкий Б. Я. Атлас газодинамических функций при больших скоростях и высоких температурах воздушного потока.— М.; Л.: ГЭИ, 1961.

г. Новосибирск

*Поступила 29/X 1987 г.,
в окончательном варианте —
1/III 1988 г.*

УДК 536.2

Б. Э. Кашевский

ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОС ВНУТРЕННИМ ВРАЩЕНИЕМ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЧИСЛАХ ПЕКЛЕ

1. Введение. Согласно представлению, сформулированному в [1, 2], упорядоченное вращение частиц суспензии под действием внешнего поля приводит к интенсификации процессов переноса в ней. Поскольку макроскопическое движение суспензии при этом может отсутствовать, это представляется наблюдателю интенсификацией диффузионного переноса. В действительности, макроскопический результат дают вихревые потоки вокруг вращающихся частиц, которые действуют подобно огромному числу микроскопических «мешалок». При этом относительно диффузионных явлений суспензия приобретает анизотропию, определяемую аксиальным вектором скорости

внутреннего вращения $\omega = \omega \mathbf{v}$. Так, эффективная теплопроводность [1]

$$(1.4) \quad \lambda'_{ik} = \lambda_{ik}/\lambda_2^0 = \lambda_0' \delta_{ik} + \lambda_1' \varepsilon_{ikl} v_l + \lambda_2' (\delta_{ik} - v_i v_k).$$

Коэффициенты эффективной теплопроводности λ'_i в (1.4), измеряемые в единицах теплопроводности несущей жидкости λ_2^0 , как легко заключить из анализа размерностей, есть функции безразмерных параметров

$$\varphi, \quad S = \kappa_1/\kappa_2, \quad \Lambda = \lambda_1^0/\lambda_2^0, \quad \text{Re}_2 = \omega a^2/\kappa_2,$$

где a , φ , λ_1^0 , κ_1 — размер, концентрация, теплопроводность и температуропроводность частиц; κ_2 — температуропроводность несущей жидкости; Re_2 — тепловое число Пекле, характеризующее соотношение скоростей конвективного и кондуктивного теплопереноса в жидкости на масштабе частицы, причем $\lambda_0' = \lambda_0'(\varphi, \Lambda)$, $\lambda_{1,2}' = \lambda_{1,2}'(\varphi, \Lambda, S, \text{Re}_2)$.

Рассматривая теплопроводность, имеем в виду, что из-за аналогии уравнений теплопереноса и диффузии нейтральной примеси результат для последней получается как частный случай при $\lambda_1^0 = 0$; относительные значения $\lambda'_{1,2}$ численно равны относительным коэффициентам диффузии $D'_{1,2}$. Расчет коэффициентов диффузии ячеечным методом в пределе $\varphi, \text{Re}_2 \ll 1$ выполнен в [2], где получено $(\text{Re} = \omega a^2/D) \quad D'_1 = (1/2) \cdot \varphi^{1/3} \text{Re}, \quad D'_2 = (3/4) \varphi^{2/3} \text{Re}^2$.

Аналогичный расчет для теплопроводности проделан в [3], однако там в первом приближении по Re_2 и $\varphi^{1/3}$ отличие от диффузии, связанное с проницаемостью частицы, не проявляется. Малыми значениями Re_2 ограничен также расчет теплопроводности в [4]. В данной работе получены коэффициенты эффективной теплопроводности, покоящейся как целое суспензии с внутренним вращением для больших концентраций, произвольных параметров Λ и S в диапазоне изменения числа Пекле от нуля до 10^3 . Результаты сравниваются с экспериментом [5].

2. Тензор эффективной теплопроводности. Сформулируем положения используемого варианта ячейечного метода и докажем справедливость выражения (1.4), связав тепловую симметрию среды с симметрией переноса в окрестности частицы. При построении ячейечных моделей сред с хаотически распределенными вкраплениями часто хаотическое распределение заменяют упорядоченным [6], что позволяет использовать условия периодичности на внешней поверхности ячейки. Мы применим другой подход. Учитывая, что макроскопический результат дает лишь регулярная составляющая гидродинамического и температурного поля в окрестности частицы и что в силу хаотического распределения частиц эту составляющую можно определить регулярными характеристиками процесса (скоростью упорядоченного вращения ω и макроскопическим градиентом температуры $\mathbf{G} = G\mathbf{g}$), зададим профиль температуры в частице и окружающей жидкости соотношением ($i = 1, 2$)

$$(2.1) \quad t_i = [U_i(r) + \Phi_i(r)](\mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) + \Phi_i(r) \mathbf{r} \cdot (\mathbf{g} \times \mathbf{v}) - F_i(r)(\mathbf{g} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}).$$

Индексы 1 и 2 относятся к частице и к жидкости; U, F, Φ — неизвестные функции расстояния r от центра частицы. Учтено, что в случае, когда градиент температуры и угловая скорость коллинеарны, вращение не возмущает температуру, которая задается выражением $t_i = U_i(r)(\mathbf{g} \cdot \mathbf{r})$ ($i = 1, 2$). Суспензия, таким образом, по отношению к выделенной частице считается однородной изотропной средой. В соответствии с этим элементарная ячейка рассматривается сферой, имеющей радиус $R = \varphi^{-1/3}a$, объем V_0 которой равен объему суспензии, приходящемуся на одну частицу.

Перейдем к безразмерным величинам, для чего введем масштаб расстояния a (радиус частицы) и температуры $\Delta t = Ga$. Полагаем, что наблюдаемый тепловой поток равен усредненному по ячейке локальному значению \mathbf{q} . С учетом $\nabla \cdot \mathbf{q} = 0$

$$(2.2) \quad \langle q_k \rangle = V^{-1} \int_V q_k dV = V^{-1} \int_V \partial(x_k q_i) / \partial x_i dV.$$

Единицей измерения теплового потока является $\lambda_2^0 G$. В частице и в жидкости

$$(2.3) \quad \mathbf{q}_1 = (c_1 \rho_1 \omega a^2 / \lambda_2^0) \mathbf{v}_1 t_1 - \Lambda \nabla t_1, \quad \mathbf{q}_2 = (c_2 \rho_2 \omega a^2 / \lambda_2^0) \mathbf{v}_2 t_2 - \nabla t_2$$

(c , ρ — теплоемкость и плотность, \mathbf{v} — скорость). Переходя в (2.2) к интегрированию по поверхности и учитывая, что как через поверхность частицы, так и через поверхность Σ объема V нет потока жидкости, а нормальная компонента теплового потока непрерывна, имеем

$$(2.4) \quad \langle q_k \rangle = -V^{-1} \int_{\Sigma} x_k (\partial t_2 / \partial x_i) n_i d\Sigma.$$

Подставляя в (2.4) распределение температуры (2.1) и учитывая $\langle n_i n_k \rangle = \delta_{ik}/3$, находим средний по ячейке тепловой поток в виде $\langle q_i \rangle = -\lambda'_{ik} g_k$, где тензор λ'_{ik} определяется по формуле (1.1),

$$(2.5) \quad \lambda'_0 = U'_2(R) R + U_2(R), \quad \lambda'_1 = \Phi'_2(R) R + \Phi_2(R), \quad \lambda'_2 = F'_2(R) R + F_2(R) \quad (U' = dU/dr \dots).$$

Коэффициенты эффективной теплопроводности выражаются через значения функций F , U , Φ и их производных на Σ .

3. Вычисление коэффициентов эффективной теплопроводности. Формула (2.3) получена в предположении, что наблюдаемый градиент температуры задан. Это налагает на профиль (2.1) условие $V^{-1} \int_{\Sigma} t_2 n d\Sigma = \mathbf{g}$.

В силу хаотического распределения частиц в объеме удовлетворяющая этому условию регулярная часть температуры на Σ

$$(3.1) \quad t_2(R) = \mathbf{g} \cdot \mathbf{R}.$$

Уравнение переноса тепла в ячейке имеет вид

$$(3.2) \quad \mathbf{v}_i \cdot \nabla t_i = \text{Re}_i^{-1} \nabla^2 t_i \quad (i = 1, 2).$$

Здесь скорость измеряется в единицах ωa ; $\text{Re}_i = \omega a^2 / \nu_i$. Поскольку тепловая конвекция в столь малом объеме не играет какой-либо роли, скорость \mathbf{v}_2 считаем заданной. Для нее возьмем профиль Стокса между вращающейся и неподвижной сферами, поскольку на расстоянии $\sim R$ скорость жидкости гасится окружающими частицами:

$$(3.3) \quad \mathbf{v}_i = f_i(r) \mathbf{v} \times \mathbf{r}, \quad f_1 = 1, \quad f_2 = (r^{-2} - \varphi)/(1 - \varphi).$$

Как известно [7], формула (3.3) для \mathbf{v}_2 справедлива лишь для малых чисел Рейнольдса ($\text{Re} = \omega a^2 / \nu_2$, ν_2 — кинематическая вязкость жидкости). Вводя число Прандтля $\text{Pr} = \nu_2 / \kappa_2$, запишем $\text{Re}_2 = \text{Re} \text{Pr}$. Отсюда вытекает, что ограничение на число Рейнольдса ($\text{Re} < 1$) приводит к ограничению на число Пекле ($\text{Pe}_2 < \text{Pr}$). Для типичных жидкостей ($\nu_2 = 10^{-5} - 10^{-6}$ м²/с, $\kappa_2 = 10^{-7}$ м²/с) оно не должно превышать $10 - 10^2$.

Уравнения для неизвестных функций получаем после подстановки (2.1), (3.3) в (3.2):

$$(3.4) \quad U''_i + (4/r) U'_i = 0, \quad F''_i + (4/r) F'_i = -\text{Re}_i f_i(r) \Phi_i, \quad \Phi''_i + (4/r) \Phi'_i = \text{Re}_i f_i(r) (F_i + U_i).$$

Наряду с условием (3.1) на Σ , в центре и на поверхности частицы имеет место $t_1(0) \neq \infty$, $t_1(1) = t_2(1)$, $t'_1(1) = \Lambda^{-1} t'_2(1)$. Это приводит к следующему ($\zeta = F, \Phi, U$):

$$(3.5) \quad \zeta_1 r|_{r=0} \neq \infty, \quad U_2(R) = 1, \quad F_2(R) = \Phi_2(R) = 0, \quad \zeta_1(1) = \zeta_2(1), \\ (\zeta_1 + r \zeta'_1)_{r=1} = \Lambda^{-1} (\zeta_2 + r \zeta'_2)_{r=1}.$$

Первое уравнение (3.4) решается отдельно:

$$(3.6) \quad U_i = C_{i1} + C_{i2} r^3 \quad (i = 1, 2).$$

Здесь $C_{11} = 3/(\Lambda + 2 + \varphi(1 - \Lambda))$; $C_{22} = (1 - \Lambda)/(\Lambda + 2 + \varphi(1 - \Lambda))$; $C_{21} = 0$; $C_{12} = (\Lambda + 2)/(\Lambda + 2 + \varphi(1 - \Lambda))$. Функции F , Φ отыскиваем в виде степенных рядов. Внутри частицы, удовлетворяя условию в

нуле, получим разложения, определенные с точностью до двух произвольных постоянных α_0, α_2 :

$$(3.7) \quad \Phi_1 = \alpha_0 \Phi_{10} + \alpha_2 \Phi_{12}, \quad F_1 = -C_{11} + \alpha_2 F_{10} - \alpha_0 F_{12},$$

$$\text{где } \Phi_{10} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k r^{4(k-1)}, \quad \Phi_{12} = \sum_{k=1}^{\infty} b_k r^{4k-2},$$

$$F_{10} = 10/Pe_1 - \sum_{k=1}^{\infty} [Pe_1 b_k / \mathcal{P}_2(4k-2)] r^{4k}, \quad F_{12} = \sum_{k=1}^{\infty} [Pe_1 a_k / \mathcal{P}_2(4k-4)] r^{4k-2},$$

причем имеют место рекуррентные формулы

$$a_1 = b_1 = 1, \quad a_{k+1} = -Pe_1^2 a_k / \mathcal{P}_4(4k-4), \quad b_{k+1} = -Pe_1^2 b_k / \mathcal{P}_4(4k-2), \\ \mathcal{P}_2(m) = (m+2)(m+5), \quad \mathcal{P}_4(m) = \mathcal{P}_2(m) \mathcal{P}_2(m+2).$$

Вне частицы введем переменную $x = R/r - 1$, что позволяет избавиться от отрицательных степеней r и удовлетворить условию на Σ . Запишем

$$(3.8) \quad \Phi_2 = \sum_{k=1}^{\infty} A_k x^k, \quad F_2 = \sum_{k=1}^{\infty} B_k x^k.$$

После подстановки (3.8) в (3.6)

$$A_2 = A_1, \quad A_3 = A_1/3 + D(C_{12} + C_{22}\varphi)/2, \quad A_4 = \frac{1}{4} D(B_1 + C_{22}\varphi - 2C_{12}), \\ A_5 = D(3C_{12} - B_1)/5, \quad A_6 = (7/30)(B_1 - 3C_{12})D, \quad A_7 = (D/20)(C_{12} - B_1/3), \\ A_8 = (217D/560)(3C_{12} - B_1) - 3D^2 A_1 / 1120, \quad B_2 = B_1, \\ B_3 = B_1/3, \quad B_4 = -DA_1/4, \quad B_5 = DA_1/5, \quad D = Pe_2 \varphi^{1/3} / (1 - \varphi), \\ B_{k+2} = -[(k+1)(k+2)]^{-1} [M_k(B) + DL_k(A)] \quad (k \geq 4), \\ A_{k+2} = -[(k+1)(k+2)]^{-1} [M_k(A) - DL_k(B)] \quad (k \geq 7), \\ M_k(B) = (k-2)(k-5)B_{k-2} + 2(k-1)(2k-5)B_{k-1} + \\ + 6k(k-2)B_k + 2(k+1)(2k-1)B_{k+1}, \\ L_k(A) = 3A_{k-1} + 5A_{k-2} + A_{k-3}.$$

Все A_k, B_k определяются через A_1 и B_1 . Поэтому, вводя обозначения $F_2 = F_2(A_1, B_1)$, $\Phi_2 = \Phi_2(A_1, B_1)$, находим $\Phi_2 = \Phi_{20} + A_1 \Phi_{21} + B_1 \Phi_{22}$, $F_2 = F_{20} + A_1 F_{21} + B_1 F_{22}$. Здесь (также для F) $\Phi_{20} = \Phi_2(0, 0)$, $\Phi_{21} = \Phi_2(1, 0) - \Phi_2(0, 0)$, $\Phi_{22} = \Phi_2(0, 1) - \Phi_2(0, 0)$.

Таким образом, искомые функции определены с точностью до четырех неизвестных: $\alpha_0, \alpha_2, A_1, B_1$, для которых после подстановки (3.7) и (3.4) в граничные условия на поверхности частицы (3.6) получим алгебраическую систему

$$(3.9) \quad A_{ik} y_k = D_i,$$

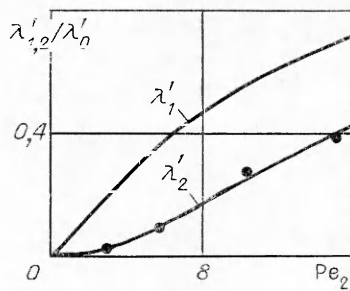
где $y = (\alpha_0, \alpha_2, A_1, B_1)$;

$$D = (\Phi_{20}, F_{20} + C_{11}, (\Phi_{20} - R\Phi'_{20})/\Lambda, C_{11} + (F_{20} - RF'_{20})/\Lambda); \\ A = \begin{vmatrix} \Phi_{10} & \Phi_{12} & -\Phi_{21} & -\Phi_{22} \\ -F_{12} & F_{10} & -F_{21} & -F_{22} \\ \Phi_{10} - \Phi'_{10} & \Phi_{12} - \Phi'_{12} & -(\Phi_{21} - R\Phi'_{21})\Lambda^{-1} & (\Phi_{22} - R\Phi'_{22})\Lambda^{-1} \\ -F_{12} - F'_{12} & F_{10} + F'_{10} & -(F_{21} - RF'_{21})\Lambda^{-1} & (F_{22} - RF'_{22})\Lambda^{-1} \end{vmatrix}.$$

Первый индекс у A_{ik} — номер строки. Значения функций и их производных в A, D берутся на поверхности частицы.

Коэффициенты теплопроводности, согласно (2.6), (3.5), (3.6), (3.8), вычисляются по формулам

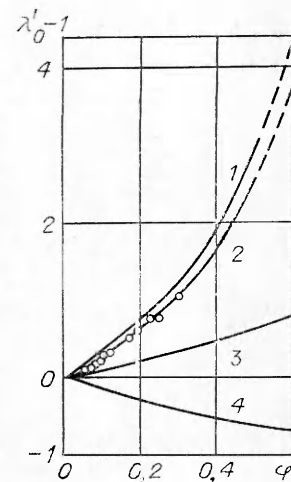
$$(3.10) \quad \lambda'_0 = 1 + 3\varphi(\Lambda - 1)/(\Lambda + 2 + \varphi(1 - \Lambda)), \quad \lambda'_2 = -F'_2|_{x=0} = -B_1, \\ \lambda'_2 = -\Phi'_2|_{x=0} = -A_1.$$



Р и с. 2

Первый из них определен в явном виде, другие находятся из решения системы (3.9). Результат для λ'_0 повторяет известную формулу Максвелла.

4. Анализ результатов. Реальными средами, в которых происходит перенос внутренним вращением, являются магнитные суспензии и коллоиды (магнитные жидкости). Отметим прежде всего, что условие $Re_2 \approx 1$, которым можно оценить возможность наблюдать эффект вращения, с учетом типичного для жидкостей значения температуропроводности $\kappa_2 = 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ и обычных значений $\omega = 10^2 - 10^4 \text{ с}^{-1}$ требует довольно крупных частиц ($\sim 10 \text{ мкм}$). В суспензиях такой размер имеют отдельные частицы, а в магнитных жидкостях должны присутствовать соответствующего размера агрегаты. Подобные образования происходили неоднократно (см., например, [8]). Рассмотрим три конкретных объекта: суспензии в органической жидкости (керосин) частиц железа, магнетита, непроницаемых частиц (диффузия), а также коллоид магнетита в керосине. Используемые коэффициенты теплопроводности и температуропроводности для керосина, магнетита и железа соответственно равны: $\lambda = 0,13; 6,26; 126 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; $\kappa = 0,76 \cdot 10^{-7}; 0,21 \cdot 10^{-5}; 0,47 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. Для носителя и магнетита потребуются также $\rho = 0,82 \cdot 10^3; 5 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ и $c = 2,09; 0,57 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$. На представленных графиках линии 1—4 отвечают частицам железа, магнетита, магнетитовым агрегатам и непроницаемым частицам.



Р и с. 1

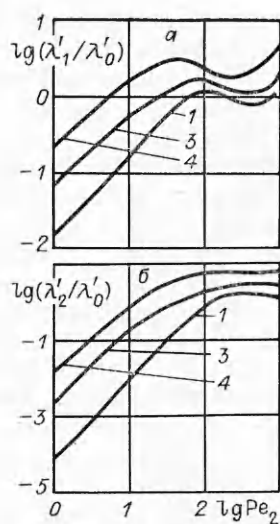
Остановимся сначала на поведении коэффициента λ'_0 , который при фиксированных свойствах компонентов зависит лишь от концентрации твердой фазы и измеряется в состоянии покоя в нулевом поле. Зависимость $\lambda'_0(\varphi)$ представлена на рис. 1. Напомним, что значения λ'_0 измеряются в единицах коэффициента теплопроводности носителя.

Обратимся к экспериментальным данным по концентрационной зависимости теплопроводности магнетитовых магнитных жидкостей [9], где для начального участка этой зависимости указана эмпирическая формула $\lambda'_0 = 1 + k\varphi_M$ при $k = 4,5$. По формуле (3.12) на линейном участке имеет место $\lambda'_0 = 1 + k'\varphi$, $k' = 3(\Lambda - 1)/(\Lambda + 2)$, причем для магнетита в керосине ($\Lambda = 48$) $k' = 2,82$. Расхождение между k' и k можно объяснить отличием концентрации твердой фазы φ от использованной в эмпирической зависимости [9] магнитной концентрации φ_M из-за наличия на частицах немагнитного поверхностного слоя [10] толщиной порядка постоянной кристаллической решетки $\delta = 8 \cdot 10^{-4} \text{ мкм}$, возникающего при химическом осаждении поверхностно-активного вещества (ПАВ). Принимая средний радиус магнитного ядра частицы R равным $5 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}$, найдем $\varphi = \varphi_M(1 + \delta/R)^3 = 1,56\varphi_M$, откуда $k = k'\varphi/\varphi_M = 4,4$, что с точностью до 2% совпадает с экспериментальными значениями. Данные [9] для магнетита в керосине, пересчитанные с использованием указанного соотношения между φ и φ_M , представлены на рис. 1 точками.

Исследование переноса внутренним вращением начнем с анализа эксперимента по интенсификации теплопереноса через вращающийся

вокруг оси цилиндрический слой магнитной жидкости при воздействии поперечного магнитного поля [5]. В этой геометрии $\mathbf{g} \cdot \mathbf{v} = 0$ и измеряемое приращение коэффициента эффективной теплопроводности численно равно λ'_2 . Поскольку, как отмечалось, заметное увеличение теплопереноса в магнитной жидкости за счет вращения возможно лишь при наличии агрегатов, необходимо оценить теплофизические свойства последних. Магнитная концентрация частиц в опытном образце составляла 0,06, концентрация твердой фазы, следовательно, 0,094. Доля объема, занимаемая агрегатами, равна гидродинамической концентрации, включающей объем, занятый оболочками ПАВ. Гидродинамическую концентрацию часто оценивают по приращению эффективной вязкости магнитной жидкости в поле. Такие оценки, однако, дают весьма противоречивые результаты, поскольку это приращение в большой степени зависит также от формы частиц (агрегатов), которая обычно неизвестна. Определим ее по формуле $\varphi_h = \varphi(1 + \delta_1/R_1)^3$, где δ_1 — длина молекулы ПАВ, равная для олеиновой кислоты $2 \cdot 10^{-3}$ мкм, а R_1 — радиус частицы. Принимая $R_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ мкм, $\varphi = 0,094$, получим $\varphi_h = 0,25$. В данном случае объемная доля частиц в агрегатах $\varphi' = \varphi/\varphi_h = 0,38$. Используя это значение, находим по формуле (3.10) для теплопроводности агрегата $\lambda_1^0 = 2,7\lambda_2^0$ (λ_2^0 — теплопроводность керосина), т. е. $\Lambda = 2,7$. Вычисляя теплоемкость единицы объема агрегата по формуле $c' = \rho_b \varphi' c_b + \rho_f (1 - \varphi') c_f$, получим также оценку его температуропроводности $\kappa_1 = \lambda_1^0/c' = 1,6 \cdot 10^{-7}$ м²/с. Тогда $S = \kappa_1/\kappa_2 = 2,1$. Рассчитанные при $\Lambda = 2,7$, $S = 2,1$, $\varphi = 0,25$ коэффициенты λ'_1 , λ'_2 , отнесенные к теплопроводности коллоида $\lambda'_0 = 1,29$, представлены на рис. 2. Для сравнения возьмем данные [5] в максимальном поле ($H = 1500$ Э), когда агрегаты меньше всего подвержены гидродинамическому разрушению и практически полностью заторможены полем, вращаясь внутри жидкости с измеряемой в эксперименте скоростью вращения слоя. Для согласования теории и эксперимента имеется единственный неопределенный параметр — размер агрегата a . Совпадение достигается при выборе $a = 110$ мкм. Пересчитанные соответственно этому данные [5] изображены на рис. 2 точками. Согласие теории и эксперимента весьма хорошее. Обратим внимание на качественную сторону зависимости: на начальном участке λ'_2 нарастает квадратично, затем рост замедляется, становится близким к линейному. Что касается количественного значения a , то оно может быть завышенным из-за несферической формы агрегатов, вытягиваемых полем. Нарастание λ'_1 с увеличением Re_2 , согласно рис. 2, линейное вначале, затем также замедляется.

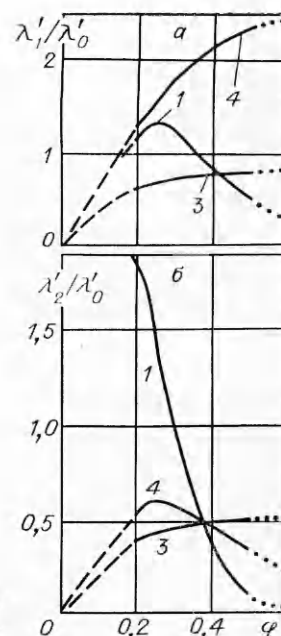
В более широком диапазоне изменения Re_2 эти зависимости представлены на рис. 3, a , b в логарифмическом масштабе для $\varphi = 0,25$. Расчеты выполнены до $Re_2 \approx 10^3$. При больших значениях Re_2 ряды для функций Φ_2 и F_2 расходятся. Напомним, что столь большие значения Re_2 превышают указанную ранее границу, связанную с использованием профиля Стокса для течения в микровихре. Коэффициенты λ'_1/λ'_0 и λ'_2/λ'_0 больше для частиц с меньшей теплопроводностью, причем имеет место примерное равенство (по порядку величины) $\lambda'_1 \approx \lambda'_2$. Интересно, что для больших значений Re_2 функции $\lambda'_1(Re_2)$ и $\lambda'_2(Re_2)$ теряют монотонность. Этому трудно найти объяснение, однако такой тип поведения устойчив по отношению к увеличению числа членов ряда и к удвоению точности всего вычислительного процесса. Проблема расходимости рядов для F_2 и Φ_2 возникает и для малых концентраций, из-за чего концентрационная зависимость коэффициентов λ'_1 , λ'_2 вычислена лишь для $\varphi \geq 0,2$. Результаты приведены на рис. 4, a , b (кривые 1, 3, 4 для $Re_2 = 100; 15; 10$). Расчеты выполнены до $\varphi = 1$, однако при приближении к плотной упаковке они теряют смысл (показано пунктирными линиями). Штриховые линии изображают экстраполяцию на область малых концентраций. Как



Р и с. 3

видим, характер рассматриваемых зависимостей в большой степени определяется соотношением теплофизических свойств жидкости и частиц. Так, монотонно нарастающая для непроницаемых

частиц с ростом φ зависимость $\lambda'_1/\lambda'_0 = f(\varphi)$ становится более пологой для суспензии с примерно одинаковыми теплофизическими характеристиками жидкости и частиц (агрегированная магнитная жидкость) и приобретает довольно резкий максимум в окрестности $\varphi \approx 0,25$, когда теплопроводность частиц значительно больше теплопроводности несущей жидкости. Зависимость $\lambda'_2/\lambda'_0 = f(\varphi)$ имеет монотонный характер при равенстве теплофизических характеристик частиц и жидкости; максимум возникает при отклонении теплопроводности частиц от теплопроводности жидкости как в меньшую, так и в большую сторону.



Р и с. 4

ЛИТЕРАТУРА

1. Баштовой В. Г., Вислович А. Н., Кашевский Б. Э. Явление микроконвективного теплопереноса в жидкостях с внутренним вращением // ПМТФ.— 1978.— № 3.
2. Цеберс А. О. Некоторые особенности явлений переноса в суспензиях с внутренним вращением // ПММ.— 1978.— Т. 43, № 4.
3. Martzenyk M. A., Thernatinskii V. I. Transverse heat transport in ferrofluid in rotating magnetic field // IEEE Trans. on Magnetics.— 1980.— V. MAG-16, N 2.
4. Иванова Н. И. Разработка методов исследования процессов переноса тепла и импульса в намагничивающихся жидкостях с внутренним вращением: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Минск: ИТМО АН БССР, 1986.
5. Кашевский Б. Э., Иванова Н. И. Теплоперенос внутренним вращением в магнитных жидкостях // Магнит. гидродинамика.— 1985.— № 3.
6. Дульнев Г. Н., Заричняк Ю. П. Теплопроводность смесей и композитных материалов.— Л.: Энергия, 1974.
7. Джозеф Д. Устойчивость движений жидкости.— М.: Мпр, 1981.
8. Барьяхтар Ф. Г., Горобец Ю. И. и др. Гексагональная решетка цилиндрических магнитных доменов в пленках феррожидкости // Магнит. гидродинамика.— 1981.— № 3.
9. Кронкалис Г. Е., Майоров М. М., Фертман В. Е. Температурная зависимость физических свойств магнитных жидкостей // Магнит. гидродинамика.— 1984.— № 2.
10. Kaiser R., Miskoley G. Magnetic properties of stable dispersion of subdomain magnetic particles // J. Appl. Phys.— 1970.— V. 41, N 3.

г. Минск

Поступила 16/XII 1987 г.,
в окончательном варианте —
15/II 1988 г.