

УДК 532.59:629.73

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА ПРИ ВЗЛЕТЕ И ПОСАДКЕ НА НЕГО САМОЛЕТА

А. В. Погорелова, В. М. Козин*, А. А. Матюшина**

Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН,
681005 Комсомольск-на-Амуре, Россия

* Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,
681013 Комсомольск-на-Амуре, Россия

** Амурский гуманитарно-педагогический государственный университет,
681000 Комсомольск-на-Амуре, Россия

E-mails: milova@yandex.ru, kozinvictor@rambler.ru, amatiushina@gmail.com

Рассматривается прямолинейное нестационарное движение самолета Ил-76ТД по ледяному покрову. При этом вода полагается идеальной несжимаемой жидкостью, движение жидкости — потенциальным. Ледяной покров моделируется изначально ненапряженной, однородной, изотропной упругой пластиной, нагрузка от самолета на ледяной покров с учетом подъемной силы крыла — областями распределенного давления переменной интенсивности, расположенными под шасси самолета. Исследуется влияние толщины и модуля упругости ледяной пластины, режимов взлета и посадки самолета на напряженно-деформированное состояние ледяного покрова, используемого в качестве взлетно-посадочной полосы.

Ключевые слова: несжимаемая жидкость, упругая пластина, нестационарное движение, самолет.

DOI: 10.15372/PMTF20150520

Введение. В ряде стран освоение полярных регионов является важной задачей, поэтому возникает потребность в создании воздушной навигации в этих труднодоступных районах. Строительство аэродромов в данных условиях требует значительных экономических затрат. Использование ледяного покрова в качестве взлетно-посадочных полос позволит сократить их объем. При этом возникает проблема определения толщины и физико-механических свойств ледяного покрова, гарантирующих сохранение его сплошности, т. е. безопасность взлета и посадки на него самолетов. Следует отметить, что данная проблема близка к проблеме использования больших плавучих конструкций, в частности VLFS, в качестве взлетно-посадочных полос. Среди большого количества теоретических исследований в этой области можно отметить работу [1], в которой изучалась упругая деформация VLFS, вызванная взлетом и посадкой самолета (Boeing 747-700 jumbo).

В работе [2] представлены результаты исследований движения нагрузок по ледяному покрову, а также экспериментальные данные о деформациях ледяного покрова в результате пролета над ним самолета LC-130H на высоте 15,24 м. В [3] приведены результаты

численного моделирования колебаний плавающего ледяного покрова при посадке самолетов LC-130Н и Ил-76ТД.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование нормальных напряжений, возникающих в ледяном покрове при взлете и посадке самолета Ил-76ТД, так как значения этих напряжений определяют начальную стадию разрушения льда.

1. Постановка задачи и решение. Нагрузка от самолета представлена тремя прямоугольными областями распределенного давления $q(t)$, расположенными под шасси самолета и движущимися по ледяному покрову со скоростью $u(t)$. Ледяной покров моделируется плавающей на поверхности жидкости однородной, упругой, изначально ненапряженной бесконечной ледяной пластиной. Жидкость полагается идеальной и несжимаемой, а ее движение — потенциальным. Система координат, совмещенная с движущейся нагрузкой, расположена следующим образом: плоскость xOy совпадает с невозмущенной поверхностью лед — вода, ось x совпадает с направлением движения нагрузки, ось z направлена вертикально вверх.

Функция потенциала скоростей движения жидкости $\Phi(x, y, z, t)$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta\Phi = 0$ и линеаризованным граничным и начальным условиям

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{z=0} &= \frac{\partial w}{\partial t} - u \frac{\partial w}{\partial x}, \\ D\nabla^4 w + \rho_1 h \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - u \frac{\partial w}{\partial x} - 2u \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + u^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) &= \\ &= -\rho_2 g w - \rho_2 \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} - u \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) - q, \quad z = 0, \\ \frac{\partial\Phi}{\partial z} &= 0, \quad z = -H, \\ \frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{z=0, t=0} &= 0, \quad \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{\rho_1 h}{\rho_2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial z \partial t} \right)\Big|_{z=0, t=0} = 0 \end{aligned}$$

при взлете,

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{z=0, t=0} = 0, \quad w\Big|_{t=0} = 0$$

при посадке. Здесь $w(x, y, t)$ — прогиб (вертикальное отклонение) ледяной пластины; $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$; $D = Eh^3/[12(1 - \nu^2)]$ — цилиндрическая жесткость ледяной пластины; E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона; h — толщина ледяной пластины; ρ_1, ρ_2 — плотность пластины и жидкости; H — глубина водоема.

Давление переменной интенсивности $q(t)$ на пластину, создаваемое самолетом с учетом подъемной силы крыла, в выбранной системе координат задается формулой

$$q(x, y, t) = \begin{cases} (P - F_L(t))/S_c, & (x, y) \in \Omega, \\ 0, & (x, y) \notin \Omega, \end{cases}$$

где Ω — область распределения нагрузки $q(x, y, t)$ (согласно работе [3] Ω представляет собой три прямоугольные области под шасси самолета (рис. 1)); S_c — площадь области Ω ; F_L — подъемная сила крыла [1]; P — вес самолета. Подъемная сила крыла для взлета и посадки вычисляется по формуле [1]

$$F_L(t) = \rho_3 u^2(t) A_w C_L(t) / 2, \quad C_L(t) = a_L e^{b_L t},$$

где $C_L(t)$ — коэффициент подъемной силы; a_L, b_L — константы, имеющие различные значения для случаев взлета и посадки; ρ_3 — плотность воздуха; A_w — площадь крыла самолета.

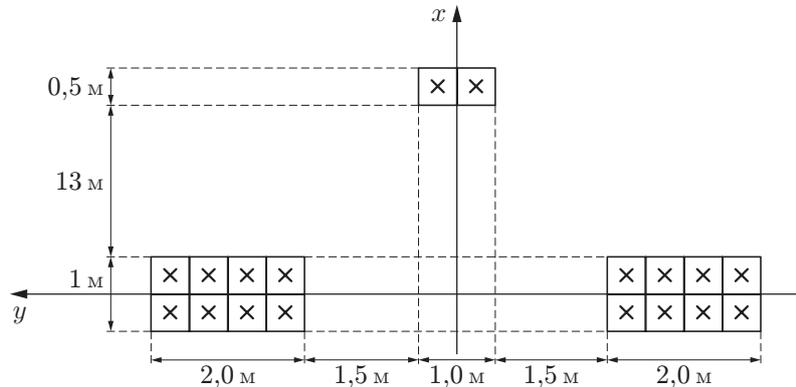


Рис. 1. Схема распределения нагрузки от шасси самолета Ил-76ТД: прямоугольные области — стойки шасси самолета, × — колесо

Значения прогибов ледяного покрова определяются аналогично тому, как это сделано в работах [4, 5]: аналитически, с использованием интегральных преобразований Фурье и Лапласа. Формула для расчета прогибов ледяного покрова при нестационарном движении нагрузки переменной интенсивности имеет вид

$$w(x, y, t) = -\frac{H}{4\pi^2} \int_0^{\infty} k dk \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I_1 + I_2}{1 + \varkappa k^4} \exp \{ik[(x' - x_1) \cos \theta + (y' - y_1) \sin \theta]\} dx_1 dy_1, \quad (1)$$

где

$$I_1 = \alpha \int_0^{t'} u'(\tau) q'(x_1, y_1, \tau) \exp \{ \alpha [s'(t') - s'(\tau)] \} \cos [\sqrt{\beta} (t' - \tau)] d\tau, \quad I_2 = q'(x_1, y_1, t'),$$

$$\alpha = ik \cos \theta, \quad \beta = \frac{k \operatorname{th}(k)(1 + \varkappa k^4)}{1 + \varepsilon k \operatorname{th}(k)}, \quad s(t) = \int_0^t u(\tau_1) d\tau_1,$$

$$\varkappa = \frac{D}{\rho_2 g H^4}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_1 h}{\rho_2 H}, \quad s' = \frac{s}{H}, \quad t' = t \sqrt{\frac{g}{H}},$$

$$x' = \frac{x}{H}, \quad y' = \frac{y}{H}, \quad u' = \frac{u}{\sqrt{gH}}.$$

Нормальные напряжения в ледяном покрове находятся по формуле

$$\sigma_{xx} = -\frac{6}{h^2} \left(D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right). \quad (2)$$

Для апробации полученных результатов сравним результаты, полученные с использованием формулы (1), с результатами [6], полученными для стационарного движения самолета С-130Н Hercules. Для этого будем полагать, что в формуле (1) скорость нагрузки меняется по закону $u = u_1 \operatorname{th}(t)$, который соответствует равномерному движению нагрузки

после начального ускорения. Также предположим, что в движущейся системе координат давление не зависит от времени (подъемная сила крыла не учитывается):

$$q(x, y, t) = \begin{cases} q_0, & (x, y) \in \Omega_1, \\ 0, & (x, y) \notin \Omega_1. \end{cases}$$

Здесь Ω_1 — область, состоящая из двух прямоугольных областей, моделирующих задние шасси ($x \in [-2; 2]$, $y \in [-3,75; -3,25] \cup [3,25; 3,75]$), и одной прямоугольной области, соответствующей переднему шасси ($x \in [12,0; 12,5]$, $y \in [-0,25; 0,25]$) [3] (все размеры указаны в метрах).

На рис. 2 приведены профили прогибов ледяного покрова, полученные в настоящей работе по формуле (1) при следующих значениях параметров: $y = 0$, $q_0 = 218$ КПа, $H = 350$ м, $\rho_2 = 1000$ кг/м³, $h = 2,5$ м, $\rho_1 = 900$ кг/м³, $E = 5 \cdot 10^9$ Н/м², $\nu = 1/3$, $t = 40$ с, а также в работе [6]. Заметим, что в [6] область давления от самолета С-130Н Hercules моделировалась одной прямоугольной областью длиной 1,5 м и шириной 2,5 м при постоянной скорости движения. На рис. 2 видно, что результаты, полученные с использованием формулы (1) для расчета прогибов пластины при равномерном движении нагрузки после начального ускорения, хорошо согласуются с теоретическими результатами [6] для стационарного движения самолета.

2. Численный анализ результатов. Численные расчеты с использованием формул (1), (2) проводились при $\rho_1 = 900$ кг/м³, $\rho_2 = 1000$ кг/м³, $\rho_3 = 1,2054$ кг/м³, $H = 100$ м, $\nu = 1/3$. В качестве нагрузки рассматривался самолет Ил-76ТД со следующими характеристиками: вес самолета $P = 1,48$ МН, площадь крыла $A_w = 300$ м², начальная скорость взлета $u_0 = 0$, посадки — $u_0 = 58$ м/с, скорость отрыва шасси самолета $u_2 = 72$ м/с, ускорение при взлете $\mu = 1,543$ м/с², при посадке — $\mu = -1,911$ м/с², параметры в формуле для коэффициента подъемной силы при посадке $a_L = 1,22$, $b_L = -0,212$, при взлете $a_L = 1,5 \cdot 10^{-3}$, $b_L = 0,135$, длина разбега — 1680 м, длина пробега — 880 м.

В предположении, что самолет движется равноускоренно (равнозамедленно), скорость движения нагрузки находится по формуле

$$u(t) = u_0 + \mu t.$$

На рис. 3 представлены профили прогибов ледяного покрова при взлете и посадке самолета Ил-76ТД при $h = 3$ м, $y = 0$, $E = 5 \cdot 10^9$ Н/м². Время отрыва самолета от пластины при взлете составило 46,6 с, время полной остановки при посадке — 30,3 с. На рис. 3 видно, что величина прогиба ледяного покрова существенно зависит от времени. При взлете самолета в начальный момент времени $t = 0$ величина прогиба отлична от нуля. При посадке после полной остановки самолета также наблюдается статический прогиб пластины под ним.

Из результатов численного анализа нормальных напряжений с использованием формулы (2) следует, что максимальное абсолютное значение нормальных напряжений $\sigma_{xx}^* = \max_{x \in (-\infty; +\infty)} |\sigma_{xx}|$ при $y = 0$ находится под задней стойкой шасси (в точке $x = 0$).

На рис. 4 представлена зависимость максимального абсолютного значения нормальных напряжений σ_{xx}^* от времени при $E = 5 \cdot 10^9$ Н/м². Видно, что и при взлете, и при посадке величина σ_{xx}^* с течением времени сначала увеличивается, достигая максимального значения в момент времени t_* , а затем уменьшается. Обозначим максимальное значение величины σ_{xx}^* через A . Очевидно, что критическое время t_* и максимальные значения нормальных напряжений $A = \max_{t \in (0; +\infty)} \sigma_{xx}^*$ зависят от толщины пластины. Увеличение тол-

щины пластины приводит к уменьшению величины A . Максимальные напряжения при взлете больше аналогичных значений при посадке. При увеличении толщины пластины при взлете критическое время t_* увеличивается, при посадке — уменьшается.

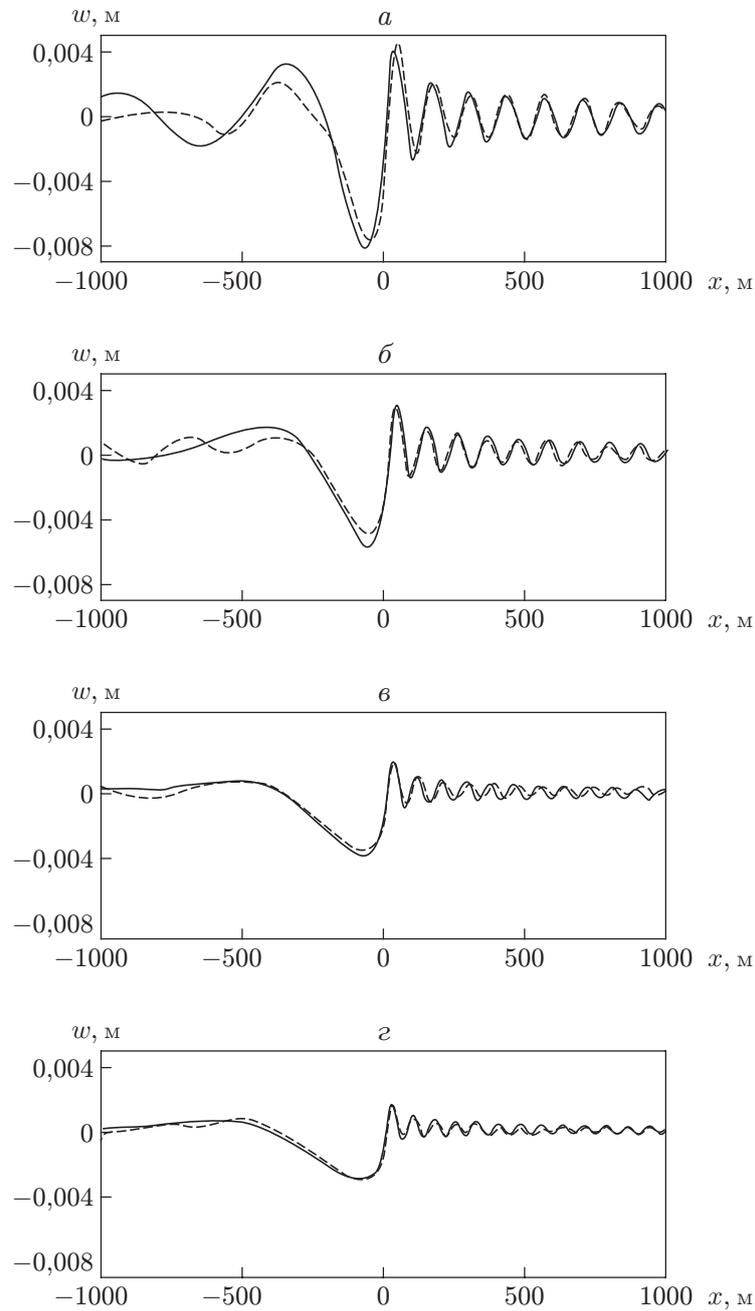


Рис. 2. Профили прогибов ледяного покрова при различных значениях скорости движения нагрузки:

a — $u_1 = 30,0$ м/с, *б* — $u_1 = 37,5$ м/с, *в* — $u_1 = 50,0$ м/с, *г* — $u_1 = 60,0$ м/с; сплошные линии — данные работы [6], штриховые — расчет по формуле (1) при равномерном движении нагрузки после начального ускорения ($u = u_1 \text{th}(t)$, $t = 40$ с)

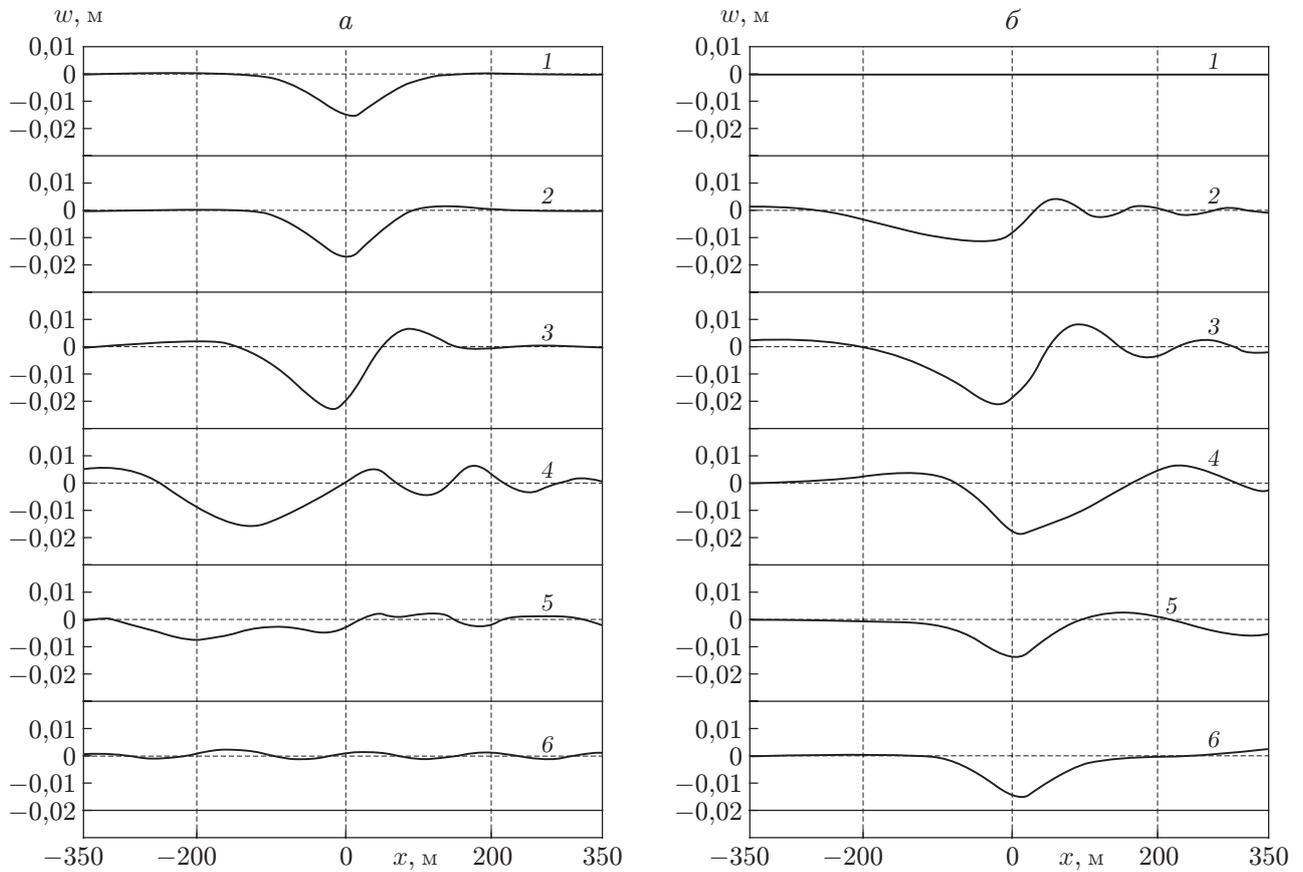


Рис. 3. Профили прогибов ледяного покрова при взлете (а) и посадке (б) самолета Ил-76ТД в различные моменты времени:

1 — $t = 0$, 2 — $t = 10$ с, 3 — $t = 20$ с, 4 — $t = 30$ с, 5 — $t = 40$ с, 6 — $t = 50$ с

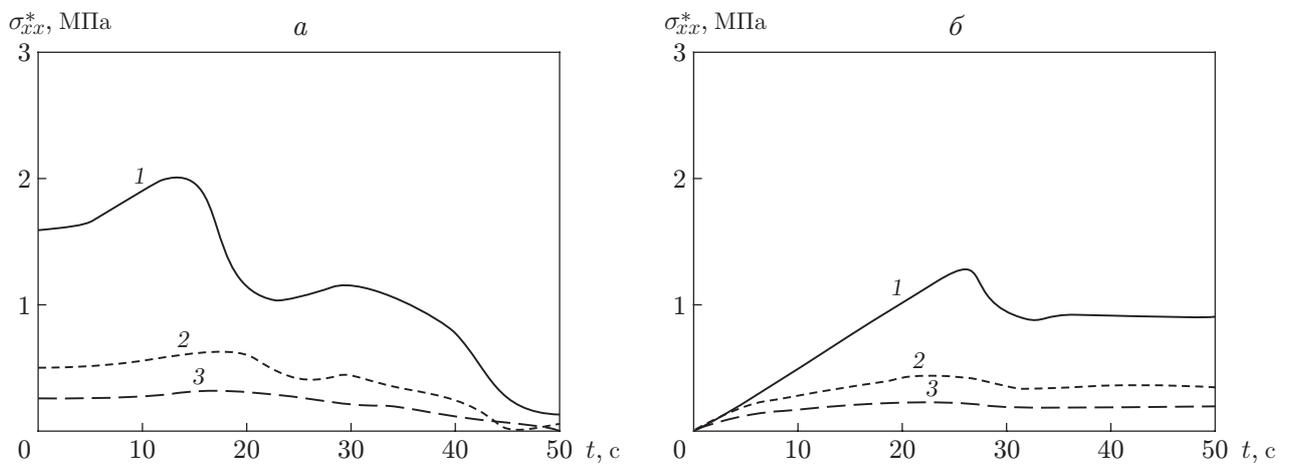


Рис. 4. Зависимость максимального абсолютного значения нормальных напряжений σ_{xx}^* от времени при различной толщине ледяной пластины:

а — взлет самолета Ил-76ТД, б — его посадка; 1 — $h = 1$ м, 2 — $h = 2$ м, 3 — $h = 3$ м

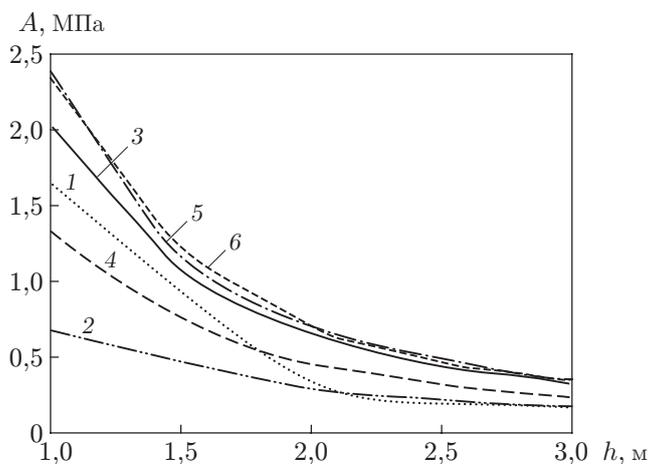


Рис. 5. Зависимость максимального абсолютного значения нормальных напряжений A от толщины ледяной пластины при взлете (1, 3, 5) и посадке (2, 4, 6) самолета Ил-76ТД при различных значениях модуля упругости: 1, 2 — $E = 10^7$ Н/м², 3, 4 — $E = 5 \cdot 10^9$ Н/м², 5, 6 — $E = 10^{10}$ Н/м²

Проанализируем зависимость величины A от толщины пластины.

На рис. 5 показана зависимость величины $A = \max_{t \in (0; +\infty)} \sigma_{xx}^*$ от толщины ледяной пла-

стины при различных значениях модуля упругости E . Заметим, что согласно [2] в реальных условиях модуль упругости ледяной пластины принимает значения $E = 10^7 \div 10^{10}$ Н/м². Из рис. 5 следует, что при большом значении модуля упругости $E = 10^{10}$ Н/м² в ледяном покрове наблюдаются максимальные напряжения. При этом значения максимальных напряжений для взлета и посадки практически совпадают. Уменьшение модуля упругости ледяного покрова приводит к уменьшению напряжения в пластине. С уменьшением толщины пластины увеличивается влияние модуля упругости на напряжения в ледяном покрове при взлете и посадке самолета. При малом значении модуля упругости $E = 10^7$ Н/м² и малой толщине ледяного покрова $h = 1 \div 2$ м наблюдается наибольшее различие значений напряжения для взлета и посадки. При толщине льда $h = 2 \div 3$ м влияние модуля упругости на напряжение в ледяном покрове незначительно.

В соответствии с результатами, полученными в работе [7], можно предположить, что несущая способность плавающей ледяной пластины определяется множеством факторов: механическими характеристиками льда, температурой и соленостью льда и воды, толщиной ледяной пластины. Критическое напряжение σ_f , при котором возникает первая трещина [7], также зависит от данных факторов и определяется в ходе испытаний. При $A > \sigma_f$ возникает опасность появления трещин и разрушения ледяной пластины.

Из рис. 5 следует, что взлет и посадка самолета Ил-76ТД будут безопасными при толщине ледяного покрова $h > 1$ м, если в качестве критического напряжения принять значение $\sigma_f = 2,35$ МПа [7].

3. Выводы. В работе приведены результаты исследований прогибов и нормальных напряжений плавающей ледяной пластины при взлете и посадке самолета. Для оценки безопасности взлета и посадки самолета использовалось критическое напряжение $\sigma_f = 2,35$ МПа. На основе проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

Величина нормальных напряжений зависит от толщины и модуля упругости ледяной пластины; уменьшение толщины пластины и увеличение ее модуля упругости приводят к росту напряжений в пластине.

Максимальные напряжения, возникающие в ледяной пластине, наблюдаются при взлете самолета, т. е. этот режим движения нагрузки является наиболее опасным.

Для самолета Ил-76ТД взлет и посадка на ледяной покров будут безопасными при толщине льда более 1 м.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kashiwagi M.** Transient responses of a VLFS during landing and take-off an airplane // J. Mar. Sci. Technol. 2004. N 9. P. 14–23.
2. **Squire V. A.** Moving loads on ice plates / V. A. Squire, R. J. Hosking, A. D. Kerr, P. J. Langhorne. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1996.
3. **Кулешов А. А., Мырзин В. В.** Моделирование колебаний плавающего льда при посадке самолетов на ледовые аэродромы // Вычисл. методы и программирование. 2010. Т. 11. С. 7–13.
4. **Погорелова А. В.** Особенности волнового сопротивления СВПА при нестационарном движении по ледяному покрову // ПМТФ. 2008. Т. 49, № 1. С. 89–99.
5. **Погорелова А. В., Козин В. М.** Движение нагрузки по плавающей пластине при переменной глубине водоема // ПМТФ. 2014. Т. 55, № 2. С. 168–179.
6. **Milinzazzo F., Shinbrot M., Evans N. W.** A mathematical analysis of the steady response of floating ice to the uniform motion of a rectangular load // J. Fluid Mech. 1995. V. 287. P. 173–197.
7. **Kerr A. D.** The bearing capacity of floating ice plates subjected to static or quasi-static loads // J. Glaciology. 1976. V. 17, N 76. P. 229–268.

Поступила в редакцию 22/VIII 2014 г.
