УДК 532.59

## ОНДУЛЯРНЫЙ ПРЫЖОК ПРИ ОБТЕКАНИИ ОТКРЫТЫМ ПОТОКОМ ПОРОГА В КАНАЛЕ

## В. И. Букреев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Приведены результаты опытов, в которых стационарный поток со свободной поверхностью в прямоугольном канале обтекал порог прямоугольной формы, расположенный на дне. Основное внимание уделено диапазону параметров, в котором имеют место качественные изменения картины течения, сопровождающиеся образованием ондулярного прыжка. Показано, что переход от придонного к поверхностному режиму сопряжения бьефов происходит, когда над задней кромкой порога устанавливается вторая критическая глубина. Рассмотрены условия смены подтопленного и неподтопленного режимов обтекания порога, а также условия применимости допущения о том, что над порогом устанавливается первая критическая глубина.

Термины "ондуляции", "ондулярный бор", "ондулярный прыжок" используют в гидравлике для описания такого перехода уровня свободной поверхности (в стратифицированной жидкости линий равной плотности) с одного постоянного значения на другое, который осуществляется не монотонно или скачкообразно, а с постепенно затухающими колебаниями. Рассматриваемые процессы по своей сути нелинейны.

Ондулярный прыжок или ондулярный бор образуется при истечении воды из-под щита или переливе через плотину [1], при разрушении плотины [2, 3], движении корабля на мелководье [4], оползне берега водохранилица [5], внезапном подъеме дна [6], падении тела на воду [7], нестационарном движении контейнера, частично заполненного жидкостью, например наклонного судоподъемника [8], и в других процессах. Интерес к этим волнам возрос после опубликования работы [2], хотя их частный случай гидравлический прыжок — волна описан еще в работе [9] и изучался многими исследователями [1, 10, 11]. Примеры волн типа внутреннего ондулярного бора в стратифицированной жидкости приведены в [12, 13]. Из-за нелинейности и нестационарности теоретический анализ таких волн связан с большими трудностями. В последнее время их численные расчеты достаточно точно выполняются на основе уравнений Навье — Стокса [14, 15], но только когда решения сохраняют гладкость. Достаточно полный обзор ранее полученной экспериментальной информации содержится в [16].

В данной работе приводятся результаты экспериментального изучения ондулярного поверхностного прыжка, образующегося в определенных условиях при обтекании порога на дне прямоугольного канала стационарным открытым потоком. Обтекание порога открытым потоком изучалось во многих работах. Полученные ранее результаты содержатся в [1, 11]. В большинстве исследований основное внимание уделялось определению коэффициента расхода. Изучению ондулярного прыжка посвящены работы [11, 16, 17].

Схема эксперимента приведена на рис. 1. В прямоугольном канале шириной B с нулевым уклоном дна на достаточно большом удалении от входа располагался порог длиной lи высотой b. Результаты предыдущих опытов показывают, что существенное влияние

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-00750) и Интеграционного проекта № 1 СО РАН.



Рис. 1. Схема эксперимента и обозначения

на картину течения оказывают очертания кромок порога, особенно передней. В данных экспериментах кромки были острыми. Порог обтекался стационарным потоком воды с объемным расходом Q.

Важным геометрическим параметром задачи является глубина нижнего бьефа  $h_+$  достаточно далеко за порогом (рис. 1). При вариации  $h_+$  наблюдается ряд критических режимов, когда происходит резкое изменение картины течения. Различают, в частности, подтопленный и неподтопленный режимы течения [1]. В подтопленном режиме величина  $h_+$  влияет на коэффициент сопротивления порога, а в неподтопленном режиме коэффициент сопротивления и картина течения перед порогом не зависят от  $h_+$ . При определенном значении  $h_+$  и фиксированных значениях других параметров происходит резкая смена придонного и поверхностного режимов сопряжения бьефов за порогом. Рассматриваемый здесь ондулярный прыжок существует лишь в ограниченном интервале значений  $h_+$ , причем этот интервал можно разделить на диапазоны существования гладких и обрушивающихся волн. Получение новой экспериментальной информации о критических режимах является одной из задач данной работы.

С помощью мерной иглы, фото- и видеосъемки измерялся профиль свободной поверхности  $z^*(x)$ . Особое внимание уделялось определению характерных значений этой функции:  $h_1 = z^*(0) - b$ ,  $h_{\min} = z^*(x_{\min}) - b$  и  $h_2 = z^*(l) - b$  (рис. 1). Коэффициент вариации погрешности измерения этих величин не превышал 2%. Другие значения  $z^*$  измерялись с такой же погрешностью, если свободная поверхность сохраняла гладкость. В тех случаях, когда волны обрушивались и имели место случайные флуктуации  $z^*$ , осуществлялось осреднение по времени, при этом погрешность достигала 5%. Фото- и видеосъемка использовались также для получения информации качественного характера о внутренней структуре течения путем анализа траекторий введенных в поток частиц алюминиевой пудры размером менее 10 мкм.

Поскольку далее рассматриваются только кинематические характеристики течения, при переходе к безразмерным величинам достаточно выбрать какие-либо два из заданных параметров, содержащих размерности времени и длины независимым образом. В гидравлике для этой цели традиционно используются ускорение свободного падения g и напор на гребне порога H (рис. 1), в частности, при решении задачи о пропускной способности порога как водослива, когда расход Q считается искомой функцией. Он выражается через Hс помощью коэффициента расхода m, который определяется формулой [1]

$$Q = mB\sqrt{2g} H^{3/2}.$$
 (1)

Для целей данной работы более подходит выбор g и Q в качестве масштабных величин. При этом напор H — одна из искомых функций. Оптимальность данного выбора подтверждена получением более универсальных зависимостей и более четким проявлением некоторых закономерностей. В этом случае характерными масштабами длины и скорости



Рис. 2. Примеры конфигураций волн, генерируемых порогом  $(h_* = 5,55 \text{ см}; l/h_* = 5,41; b/h_* = 0,87)$ :

 $\begin{array}{l} 1-h_{+}/h_{*}=2,\!46;\,h_{\min}/h_{*}=1,\!43;\,H/h_{*}=2,\!59;\,2-h_{+}/h_{*}=2,\!25;\,h_{\min}/h_{*}=1,\!04;\,H/h_{*}=2,\!45;\,3-h_{+}/h_{*}=2,\!11;\,h_{\min}/h_{*}=0,\!95;\,H/h_{*}=2,\!40;\,4-h_{+}/h_{*}=2,\!00;\,h_{\min}/h_{*}=0,\!82;\,H/h_{*}=2,\!40;\,5-h_{+}/h_{*}=1,\!91;\,h_{\min}/h_{*}=0,\!80;\,H/h_{*}=2,\!40\end{array}$ 

являются критическая глубина  $h_*$  и критическая скорость  $V_*$ , определяемые формулами [1]

$$h_* = (q^2/g)^{1/3}, \qquad V_* = (gh_*)^{1/2},$$
(2)

где q = Q/B — удельный расход. Из (1) и (2) получается следующая связь между  $h_*$  и H:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{h_*}{H}\right)^{3/2} = m.$$

На рис. 2 приведены характерные профили свободной поверхности. Для нормировки продольной координаты использована длина порога, так что передней кромке порога соответствует x/l = 0, задней — x/l = 1. Кривые на рис. 2 различаются лишь значением глубины нижнего бьефа  $h_+$ . Для анализа влияния  $h_+$  на коэффициент расхода и течение перед порогом используется параметр  $\delta = (h_+ - b)/h_*$  — "степень подтопления" [1]. Определим критическое значение этого параметра  $\delta_*$ , ниже которого величина  $h_+$  не влияет на картину течения перед порогом, в частности на коэффициент расхода. Для примеров 1 и 2 на рис. 2  $\delta > \delta_*$ , для примеров 3–5  $\delta < \delta_*$ .

Для примера  $1 \delta \gg \delta_*$ , волны генерируются и передней и задней кромками порога, причем амплитуда и длина волн от передней кромки заметно больше. При приближении  $\delta$ к  $\delta_*$  усиливается влияние волн от задней кромки и нелинейных эффектов (ср. примеры 2 и 1 на рис. 2). Примеры 3 и 4 интересны тем, что для них  $h_{\min}/h_* < 1$ , а  $\delta > 1$ . Поэтому на некотором участке над порогом течение является сверхкритическим, а за порогом — докритическим. В соответствии с первым приближением теории мелкой воды переход от сверхкритического течения к докритическому должен осуществляться скачкообразно (классическим гидравлическим прыжком с вальцом в его головной части). Однако этот переход произошел через гладкий ондулярный прыжок.

При дальнейшем уменьшении  $\delta$  ондулярный прыжок сохранял гладкость до некоторого значения  $\delta_{**} < \delta_*$ . При  $\delta \simeq \delta_{**}$  его передний фронт обрушивался, а при меньших значениях  $\delta$  формировался классический гидравлический прыжок с вальцом в головной части (пример 5 на рис. 2). В данных опытах получены значения  $\delta_* \simeq 1,33$  и  $\delta_{**} \simeq 1,10$ .



Рис. 3. Внутренняя структура течения в поверхностном (*a*), придонном (*б*) и переходном (*b*) режимах сопряжения бьефов за порогом ( $h_* = 5,55$  см;  $H/h_* = 2,41; l/h_* = 5,41; b/h_* = 0,87$ ): *a* —  $\delta = 1,14; \delta$  —  $\delta = 0,81; \epsilon$  —  $\delta = 1,00$ 

При вариации параметров задачи наблюдались и другие картины волн. Например, при переходе от ондулярного прыжка к классическому гидравлическому прыжку имел место неустойчивый режим, в котором за вальцом существовали хаотичные в пространстве и времени возмущения свободной поверхности. Их можно рассматривать как аналог так называемых турбулентных пятен, наблюдающихся при переходе от ламинарного режима течения к турбулентному в пограничном слое.

Изменения картины волн обусловлены изменениями внутренней структуры течения. На рис. 3 приведены фотоснимки, полученные в узкой окрестности  $\delta = 1$ . На фотоснимках имеются две вертикальные белые реперные линии. В канале расстояние между ними равно 10 см. Значение  $\delta = 1$  также оказалось критическим, поскольку именно при такой степени подтопления происходила смена поверхностного и придонного режимов сопряжения бьефов за порогом. В случае поверхностного режима сопряжения (рис. 3,*a*) жидкость движется в основном в поверхностной струе. Вблизи дна канала образуется отрывная зона толщиной порядка высоты порога. Ее протяженность может достигать нескольких десятков  $h_+$ . Здесь формируются разнообразные картины вихрей, называемых в теории турбулентности когерентными структурами. Среднее значение продольной компоненты скорости в отрывной зоне мало, а попавшие в нее частицы примеси (например, алюминиевой пудры) выносятся в струю очень слабо.

В случае придонного режима сопряжения (рис.  $3, \delta$ ) струя отклоняется ко дну и формируется пара мощных вихрей: валец классического гидравлического прыжка у свободной поверхности и придонный валец за уступом. Внутри каждого из них имеется иерархия уменьшающихся по размеру вихрей. Наблюдения в течение нескольких часов показали, что примесь, попавшая в придонный валец, практически не выносится из него.

Внутренняя структура течения при переходе от поверхностного режима к придонному показана на рис. 3, 6.

Представляет интерес глубина потока над задней кромкой порога  $h_2$  в переходном режиме. Если критическое значение  $h_2$ , при котором происходит смена картины течения, обозначить через  $h_{**}$ , а для соответствующей скорости ввести обозначение  $V_{**}$ , то по результатам экспериментов  $h_{**} = 0.79h_*$ ,  $V_{**} = 1.27V_*$ . В работах [18, 19] при исследовании волн типа ондулярного бора при других способах их генерации введено понятие второй критической скорости их распространения  $c_{**}$  в дополнение к хорошо известной (первой) критической скорости распространения  $c_{**}$  в дополнение к хорошо известной (первой) критической скорости распространения  $c_{**} = \sqrt{gh}$ , где h — глубина покоящейся жидкости перед свободным ондулярным бором. Необходимость введения понятия второй критической скорости мотивировалась тем, что именно в окрестности значений  $c_{**}$  (а не  $c_*$ , как это считалось ранее) имел место переход от гладких волн к обрушивающимся. Значение  $c_{**}$  оказалось равным теоретической предельной скорости распространенными расчетами на основе полной модели потенциального движения жидкости [20].

В гидравлике аналогом  $c_*$  является  $V_*$ . Так как числовые коэффициенты в соотношениях между  $V_{**}$  и  $V_*$  и между  $c_{**}$  и  $c_*$  незначительно отличаются друг от друга, то можно ожидать, что и в гидравлических задачах может проявить себя еще одна (вторая) критическая скорость  $V_{**}$  как аналог  $c_{**}$ . Результаты данных опытов показали, в частности, что существует диапазон параметров рассматриваемой задачи, в котором переход от поверхностного режима сопряжения бьефов к придонному режиму происходит, когда среднерасходная скорость потока над задней кромкой порога становится равной второму критическому значению  $V_{**} \approx 1, 3V_*$  и устанавливается вторая критическая глубина  $h_{**} = q/V_{**}$ .

Прикладные задачи с обтеканием порога в канале объединяются в две группы в зависимости от цели исследований. В первой группе задач определяется пропускная способность порога как водослива, т. е. зависимость между H и Q, в другой группе — перепад уровней на водосливе, т. е. зависимость между H + b и  $h_+$ . Результаты исследования задач первой группы достаточно полно представлены в [1, 11] в виде эмпирических формул, в то время как для решения задач второй группы информации намного меньше и приходится использовать дополнительные допущения, диапазон применимости которых не изучен. Примером является предположение о том, что над широким порогом устанавливается первая критическая глубина [1]. Результаты данной работы для задач второй группы представлены на рис. 4, 5.

На рис. 4 приведена зависимость  $H/h_*$  от  $\delta$ . Из физических соображений следует, что  $H/h_* \to \delta$  при  $\delta \to \infty$ . Соответствующая асимптота (линия 6 на рис. 4) одна и та же при различных сочетаниях параметров задачи. В изученном диапазоне параметров при  $\delta > 3$  отклонения от асимптоты не превышали 2%, причем с ростом Q скорость выхода на асимптоту увеличивалась.



Рис. 4. Зависимость напора над гребнем порога от расхода и степени подтопления:  $1 - h_* = 2,61$  см;  $l/h_* = 11,50$ ;  $b/h_* = 1,86$ ;  $2 - h_* = 3,09$  см;  $l/h_* = 9,71$ ;  $b/h_* = 1,57$ ;  $3 - h_* = 4,47$  см;  $l/h_* = 6,71$ ;  $b/h_* = 1,09$ ;  $4 - h_* = 5,55$  см;  $l/h_* = 5,41$ ;  $b/h_* = 0,87$ ;  $5 - h_* = 7,24$  см;  $l/h_* = 4,14$ ;  $b/h_* = 0,67$ ;  $6 - H/h_* = \delta$ 

При  $\delta = \delta_* \approx 1,33$  наблюдался резкий переход на асимптоты  $H/h_* = \text{const}$ , связанный со сменой подтопленного режима обтекания на неподтопленный. Значения констант для этих асимптот зависят от других параметров задачи (см. рис. 4). Однако в изученном диапазоне параметров переход от подтопленного режима к неподтопленному и обратно имел место при одном и том же значении  $\delta \approx 1,33$ . В этом проявляется преимущество выбора величины  $h_*$  в качестве характерного масштаба длины.

Из данных, представленных на рис. 5, следует, что существует диапазон параметров задачи, в котором использование  $h_*$  в качестве характерного масштаба длины позволяет получить универсальную зависимость минимальной глубины над порогом от степени его подтопления. При использовании H в качестве характерного масштаба такая универсальная зависимость отсутствует. При  $\delta < 1,2$  функция  $h_{\min}/h_*$  также принимает постоянное асимптотическое значение, универсальное по параметрам задачи и равное 0,9.



Рис. 5. Минимальная глубина над порогом и расстояние до нее от передней кромки (обозначения те же, что на рис. 4)

Примор 1				Примор 3		Примор 4		Inmon 5	
$(h_+ = 13,7 \text{ cm})$		$(h_{+} = 12,5 \text{ cm})$		$(h_+ = 11,7 \text{ cm})$		$(h_+ = 11,1 \text{ cm})$		$(h_+ = 10,6 \text{ cm})$	
$x, \operatorname{cm}$	$z^* - b$ , см	<i>х</i> , см	$z^{*} - b$ , см	<i>х</i> , см	$z^* - b$ , см	х, см	$z^{*} - b$ , см	х, см	$z^{*} - b$ , см
-20	14,45	-20	$13,\!65$	-20	13,45	-20	$13,\!45$	-20	$13,\!45$
-12	14,35	-12	$13,\!60$	-12	$13,\!35$	-12	$13,\!40$	-12	$13,\!40$
-6	14,25	-6	$13,\!50$	-6	13,20	-6	$13,\!25$	-6	13,20
0	13,90	0	$13,\!05$	0	12,80	0	12,85	0	12,80
6	13,05	6	12,00	6	11,60	6	$11,\!65$	6	$11,\!55$
11	12,75	12	10,80	12	10,35	12	$10,\!35$	12	$10,\!35$
15	13,25	15	10,60	18	10,50	18	$9,\!80$	15	10,05
20	13,80	22	$11,\!60$	25	10,25	24	$9,\!65$	19	9,85
24	13,30	27	$12,\!60$	30	$10,\!65$	28	$9,\!60$	24	$9,\!65$
28	12,10	30	$11,\!90$	37	11,25	30	9,55	30	9,35
30	13,00	37	11,30	44	10,80	40	$^{8,85}$	34	8,90
37	13,60	43	11,85	50	10,40	45	$^{8,50}$	38	8,15
42	13,30	48	12,10	56	11,00	50	$^{8,90}$	42	7,40
46	13,00	54	$11,\!85$	61	11,90	53	$10,\!20$	45	7,20
50	13,45	60	12,20	66	11,40	57	10,85	49	8,80
54	13,65	64	$12,\!60$	71	11,10	62	$10,\!30$	51	9,50
60	13,25	70	12,00	76	12,00	66	10,00	53	10,00
66	$13,\!65$	77	$12,\!65$	79	12,20	70	$10,\!35$	55	$10,\!50$
71	13,45	81	12,10	82	11,70	77	11,00	60	10,60
75	13,50	86	12,80	86	11,45	84	10,70	65	10,60
79	13,75	92	$12,\!20$	92	12,05	88	$10,\!90$	70	$10,\!60$
84	13,59	100	12,70	97	11,75	93	$11,\!10$	80	10,60
88	13,75	110	$12,\!45$	100	11,70	100	10,75	90	$10,\!65$
95	13,70	120	$12,\!60$	110	11,70	110	$11,\!15$	100	$10,\!65$
110	13,70	130	12,55	120	11,70	115	$11,\!00$	110	10,60
120	13,70	140	12,50	140	11,75	120	11,10	120	10,60

Зависимость  $z^* - b$  от x

Примечание. Номер примера соответствует номеру кривой на рис. 2.

Для функции  $x_{\min}(\delta)$  универсальность не выявлена ни при каком выборе характерных масштабов длины. Нормировка на  $h_*$  по сравнению с нормировкой на H привела лишь к тому, что кривые  $x_{\min}/h_*$  при разных расходах пересеклись примерно в одной точке с координатами  $\delta \approx 1.35$ ,  $x_{\min}/h_* \approx 2.4$ . В области малых подтоплений рассматриваемая функция также принимает постоянные асимптотические значения, зависящие от расхода.

В целом полученные экспериментальные данные демонстрируют ограниченность диапазона, в котором применимо предположение о том, что над порогом устанавливается первая критическая глубина  $h_*$ . Прежде всего это предположение справедливо лишь для неподтопленного режима обтекания, т. е. при  $\delta < 1,33$ . Существование ондулярных прыжков требует еще более жесткого ограничения (см. рис. 2). Если потребовать дополнительно, чтобы координата x/l над порогом, в которой достигается первая критическая глубина, не зависела от параметров задачи, то, по полученным данным, обсуждаемое предположение применимо лишь при  $\delta < 1,2$ .

Для удобства при тестировании математических моделей в таблице приведены значения  $z^{\ast}-b$  в зависимости от x.

Автор выражает благодарность А. В. Гусеву и Т. В. Краснощековой за помощь в получении экспериментальных данных.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Киселев П. Г. Справочник по гидравлическим расчетам. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1957.
- 2. Favre H. Ondes de translation dans les canaux decoverts. Paris: Dunod, 1935.
- Dreisler R. E. Comparison of theories and experiments for the hydraulic dam-break wave // Intern. Assoc. Sci. Hydrology. 1954. N 38. P. 319–328.
- Ertekin R. C., Webster W. C., Wehausen J. V. Waves generated by a moving disturbance in a shallow channel of finite width // J. Fluid Mech. 1986. V. 169. P. 275–292.
- Wiegel R. L., Noda E. K., Kuba E. M., et al. Water waves generated by landslides in reservoires // J. Waterways Harbors Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Engrs. 1970. V. 96, N 2. P. 307–333.
- Hammack J. W., Segur H. The Korteveg de Vries equation and water waves. Pt 2. Comparison with experiments // J. Fluid Mech. 1974. V. 65, pt 2. P. 289–314.
- Букреев В. И., Гусев А. В. Гравитационные волны при падении тела на мелкую воду // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 2. С. 90–98.
- Атавин А. А., Васильев О. Ф., Сапцин В. П. Исследование гидродинамических процессов, возникающих при работе судоподъемника Красноярского гидроузла // Тр. Гидропроекта. 1978. № 62. С. 100–132.
- Bidone G. Experienses sur le remous et la propagation des ondes // Memorie Reale Accad. Sci. Torin. 1820. V. 25. P. 21–112.
- 10. Ven Te Chow. Open-channel hydraulics. N. Y. etc.: McGraw Hill Book Co, 1959.
- 11. Смыслов В. В. Теория водослива с широким порогом. Киев: Изд-во АН УССР, 1956.
- 12. **Иванов В. А., Коняев К. В.** Бор на термоклине // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1976. № 4. С. 416–423.
- Baines P. G. Upstream blocking and airflow over mountains // Annu. Rev. Fluid Mech. 1987. V. 19. P. 75–97.
- Marche C., Beauchemin P., El Kaylobi A. Etude numerique et experimentale des ondes secondaires de Favre consecutives à la rupture d'un barrage // Can. J. Civ. Engng. 1995. V. 22, N 4. P. 793–801.
- Lemos C. M. Higher-order schemes for free surface flows with arbitrary configurations // Intern. J. Numer. Methods Fluids. 1996. V. 23, N 6. P. 545–566.
- Montes J. S., Chanson H. Characteristics of undular hydraulic jumps: experiments and analysis // J. Hydraul. Engng. 1998. V. 124, N 2. P. 192–206.
- Wu S., Rajaratnam N. Impigning jet and surface flow regimes at drop // J. Hydraul. Res. 1998. V. 36, N 1. P. 69–74.
- Букреев В. И., Гусев А. В. Волны в канале впереди вертикальной пластины // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1999. № 1. С. 82–90.
- 19. Букреев В. И., Романов Е. М., Туранов Н. П. Обрушение гравитационных волн в окрестности второй критической скорости их распространения // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 2. С. 52–58.
- Longuet-Higgins M. S., Fenton J. D. On the mass, momentum, energy and circulation of a solitary wave. 2 // Proc. Roy. Soc. London. 1974. V. A340. P. 471–493.

Поступила в редакцию 14/XII 2000 г.