

УДК 691:620.17

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

В. М. Тихомиров, А. С. Самошкин

Сибирский государственный университет путей сообщения, 630049 Новосибирск, Россия

E-mails: twm@stu.ru, assamoshkin.stu@gmail.com

Проведено исследование процессов деформирования армированного бетона. Разработана математическая модель взаимодействия арматуры с бетоном, основанная на введении контактного слоя, механические характеристики которого определяются по данным эксперимента. Для описания предельного состояния бетона применены теория Друкера — Прагера и критерий разрушения по максимальным пластическим деформациям. Численно решен ряд задач теории железобетона: вытягивание арматуры из бетонной обоймы, растяжение бетонной центрально-армированной призмы, предварительное напряжение бетона. Показано, что результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: армированный бетон, упругопластический материал, контактный слой, численное моделирование, разрушение бетона.

DOI: 10.15372/PMTF20180121

Введение. Армированный бетон — композиционный материал, широко применяемый в строительных конструкциях. Методы расчета напряженно-деформированного состояния композиционного материала должны учитывать все особенности деформирования его составляющих, а также их взаимодействие. Исследованию этой проблемы уделяется особое внимание [1–6]. Необходимо учитывать, что в зоне контакта бетона и арматуры одновременно происходит несколько процессов: ползучесть, пластическое деформирование, накопление деструкций с образованием трещин и проскальзывание. Это обуславливает сложность определения напряженно-деформированного состояния композиционных материалов. При этом достоверность полученных результатов определяется математическими моделями и алгоритмами численной реализации, описывающими напряженно-деформированное состояние армированного бетона.

В настоящей работе проведено математическое моделирование процессов деформирования железобетона на основе решений уравнений механики деформируемого твердого тела методом конечных элементов (МКЭ). Численная реализация необходимых для решения физически нелинейной задачи процедур МКЭ, описанных, например, в работах [7–9], проводилась с использованием программного комплекса COSMOSM.

Деформирование арматуры и окружающего ее бетона описывается соотношениями классических теорий пластичности Хубера — Мизеса и Друкера — Прагера. Вследствие больших градиентов деформаций и нелинейных процессов, происходящих в зоне сцепления арматуры с бетоном, деформирование этой зоны не может быть описано теми же со-

отношениями, которыми описывается деформирование окружающего ее бетона. Поэтому предлагается выделить вокруг арматуры контактный слой (КС) [1, 4, 6], при соответствующем выборе параметров которого можно моделировать поведение бетона в зоне его взаимодействия с арматурой. При использовании такого подхода не учитывается реальное распределение деформаций в зоне взаимодействия (сцепления) арматуры с бетоном, железобетон моделируется как сплошная упругопластическая среда с идеальным контактом ее составляющих.

Для проверки предложенной математической модели рассмотрены задачи, в которых характеристики сцепления арматуры с бетоном оказывают существенное влияние на результат решения: вытягивание арматуры из бетона, растяжение железобетонной призмы, сжатие бетонного цилиндра предварительно напряженным канатом.

1. Модель деформирования бетона. При моделировании нелинейного деформирования материалов с различным сопротивлением растяжению и сжатию используются теории пластичности, учитывающие шаровой тензор напряжений [10–12]. Для моделирования поведения бетона под нагрузкой используем функцию текучести Друкера — Прагера

$$(3J_2)^{1/2} + \gamma I_1 = k(\varepsilon_i^p). \quad (1)$$

Здесь I_1 — первый инвариант тензора напряжений; J_2 — второй инвариант девиатора напряжений:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad J_2 = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]/6 = \sigma_i^2/3,$$

σ_i — интенсивность напряжений; σ_j ($j = 1, 2, 3$) — главные напряжения; γ — постоянная материала. Параметр k зависит от интенсивности пластической деформации ε_i^p . При идеальной пластичности $k = \text{const}$.

Параметры γ и k в соотношении (1) непосредственно связаны с пределами прочности бетона при одноосном растяжении σ_{ut} и сжатии σ_{uc} :

$$\gamma = \frac{\sigma_{uc} - \sigma_{ut}}{\sigma_{uc} + \sigma_{ut}}, \quad k = \frac{2\sigma_{uc}\sigma_{ut}}{\sigma_{uc} + \sigma_{ut}}. \quad (2)$$

Из выражения (1) при условии одноосного растяжения или сжатия получаем соотношения между напряжениями и деформациями

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \sigma_{uc}, & \varepsilon < -\varepsilon_{yc}, \\ E_b \varepsilon, & -\varepsilon_{yc} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{yt}, \\ \sigma_{ut}, & \varepsilon > \varepsilon_{yt}, \end{cases}$$

где E_b — модуль упругости бетона; ε_{yt} , ε_{yc} — максимальные упругие деформации при растяжении и сжатии соответственно.

Теоретическая зависимость $\sigma(\varepsilon)$ показана на рис. 1 сплошной линией. Видно, что она согласуется с экспериментальной диаграммой деформирования бетона [1], показанной штриховой линией.

Соотношение (1) описывает переход материала в состояние текучести, но не является критерием разрушения. Бетон разрушается не как идеально хрупкий материал, т. е. не при условии $\sigma = \sigma_{ut}$, а при достижении предельной величины деформаций, значительно превышающей максимальные упругие деформации ε_{yt} при растяжении и ε_{yc} при сжатии (см. рис. 1). При этом наиболее опасной является деформация растяжения ε_{ut} . Для стандартного бетона эта величина изменяется в диапазоне $1,5 \cdot 10^{-4} \leq \varepsilon_{ut} \leq 2,3 \cdot 10^{-4}$ [13].

Локальные разрушения бетона не приводят к потере несущей способности железобетонной конструкции, так как в этом случае часть нагрузки перераспределяется на арматуру.

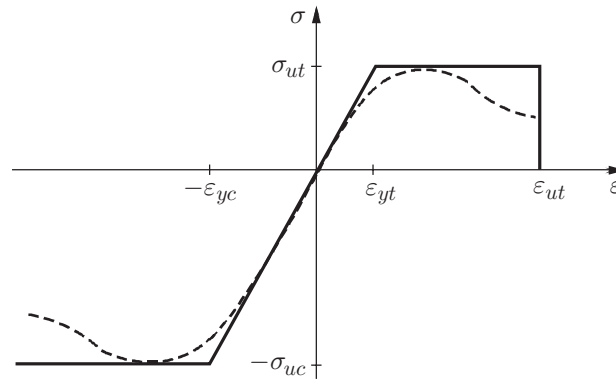


Рис. 1. Теоретическая (сплошная линия) и экспериментальная (штриховая линия) диаграммы деформирования бетона при растяжении и сжатии

Как правило, трещины образуются в зонах растяжения железобетонных конструкций (колонны, балки, стержни ферм и т. п.), поэтому при моделировании деформирования таких объектов в качестве критерия разрушения бетона предлагается принять условие $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{ut}$. Согласно экспериментальным данным [1, 13] дальнейшее развитие трещины происходит в направлении, перпендикулярном направлению максимального главного напряжения σ_1 .

Для конструкций, находящихся в сложном напряженном состоянии, например для железобетонных плит, шпал и др., необходимо применять критерии разрушения, учитывающие данные о двух- и трехосном нагружении бетона. Одним из таких критериев является критерий Подгорского [14].

2. Модель деформирования арматуры. В общем случае работу материала, применяемого для армирования бетона, будем описывать с помощью зависимости

$$\sigma_i = \begin{cases} E_a \varepsilon_i, & \varepsilon_i \leq \varepsilon_y, \\ \sigma_{ya} + E_{th}(\varepsilon_i - \varepsilon_y), & \varepsilon_y < \varepsilon_i \leq \varepsilon_u, \\ \sigma_{ua}, & \varepsilon_i > \varepsilon_u \end{cases} \quad (3)$$

(E_a — модуль упругости; E_{th} — касательный модуль; σ_{ya} , σ_{ua} и ε_y , ε_u — пределы текучести и прочности материала арматуры и соответствующие им деформации).

В отличие от бетона материал арматуры имеет одинаковые пределы прочности на растяжение и сжатие: $\sigma_{ut} = \sigma_{uc}$. При этом из формулы (2) получаем $\gamma = 0$. Тогда соотношение (1) принимает вид критерия Хубера — Мизеса

$$\sqrt{3J_2} = \sigma_i = k(\varepsilon_i^p). \quad (4)$$

При наличии на диаграмме деформирования участка упрочнения $\varepsilon_y < \varepsilon_i \leq \varepsilon_u$ величина напряжения k не постоянная и в соответствии с формулой (3) изменяется в диапазоне от σ_{ya} до σ_{ua} .

3. Моделирование взаимодействия арматуры с бетоном. Нелинейные процессы, происходящие при контактном взаимодействии арматуры с бетоном, оказывают влияние на напряженно-деформированное состояние на достаточно малом расстоянии от поверхности контакта. Поэтому при моделировании эту зону предлагается рассматривать как контактный слой (КС) упругопластического материала, механические характеристики которого отличаются от соответствующих характеристик бетона.

В работе [15] при исследовании особенностей деформирования КС с использованием МКЭ проведен численный анализ осесимметричной задачи о вытягивании арматуры из

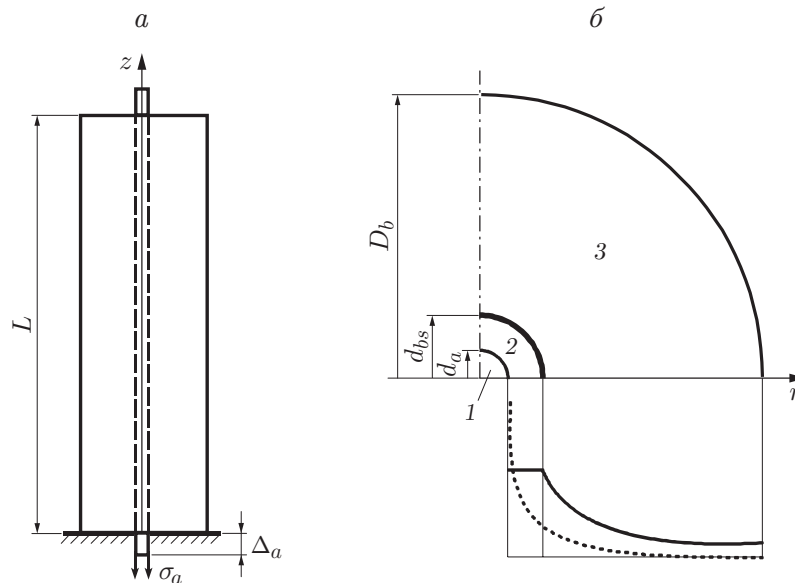


Рис. 2. Взаимодействие арматуры и бетона:

a — схема вытягивания арматуры из бетона, *б* — распределения интенсивности напряжений σ_i (сплошная линия) и деформаций сдвига γ_{zr} (пунктирная линия) по сечению бетонной обоймы; 1 — арматура, 2 — КС, 3 — слой бетона

цилиндрической бетонной обоймы (рис. 2, *a*). Цилиндрический образец из железобетона (рис. 2, *б*) состоял из слоя арматуры, контактного слоя и слоя бетона (D_b , d_a , d_{bs} — диаметры бетонного цилиндра, арматуры и КС).

Анализ напряженно-деформированного состояния образца показал, что в КС формируется тонкий слой, в котором происходят пластические деформации сдвига и который при увеличении нагрузки на арматуру распространяется вдоль поверхности контакта (параллельно оси z). На рис. 2, *б* представлено распределение интенсивности напряжений σ_i и деформаций сдвига γ_{zr} в зоне нелинейного деформирования КС. При большой концентрации пластических деформаций результаты расчета существенно зависят от радиального размера конечного элемента r_0 , расположенного на границе с арматурой. Сдвиг этого элемента составляет 95 % величины взаимного смещения арматуры и бетона Δ_a .

Установлено, что КС испытывает преимущественно деформацию сдвига. При чистом сдвиге первый инвариант тензора напряжений $I_1 = 0$ и соотношение Друкера — Прагера приводится к выражению (4). Таким образом, для описания напряженно-деформированного состояния КС можно применить модель пластичности Хубера — Мизеса, полагая в выражении (4) $k(\varepsilon_i^p) = k_{bs} = \text{const}$. На стадии упругого деформирования модуль материала КС E_{bs} можно принять равным модулю упругости бетона E_b .

В результате многовариантных расчетов выбраны оптимальная толщина контактного слоя $t_{bs} = d_{bs} - d_a \leq 0,05D_a$ и размер конечного элемента $r_0 \leq 0,125d_a$. Также получено эмпирическое соотношение для определения характеристики КС k_{bs} :

$$k_{bs} = 0,5B. \quad (5)$$

Здесь B — параметр, который в “технической теории сцепления” [1] определяет максимальное касательное напряжение в КС.

В работе [15] для определения характеристики сцепления B предложено использовать аппроксимацию результатов испытаний в соответствии со схемой вытягивания арматуры

из бетона зависимостью

$$\Delta_a = \frac{1}{\alpha} \left\{ \exp \left[\left(\frac{\sigma_a}{m} \right)^2 \frac{\alpha}{B} \right]^{1/2} - 1 \right\}, \quad m = \left(\frac{p A_b E_a E_b}{A_a (E_b A_b + E_a A_a)} \right)^{1/2}, \quad (6)$$

где σ_a — напряжения в арматуре; Δ_a — смещение арматуры относительно бетонной обоймы; A_a , A_b — площади сечений арматуры и бетона; p — периметр сечения арматурного стержня; α — параметр аппроксимации.

Следует отметить, что зависимость (6) получена для длинных образцов, у которых длина заделки арматуры в бетон L больше длины зоны взаимодействия арматуры с бетоном [1].

4. Использование модели армированного бетона. Для проверки предложенной математической модели армированного бетона рассмотрены три прикладные задачи, в которых процессы взаимодействия арматуры с бетоном существенно влияют на результат решения: 1) вытягивание высокопрочной проволоки из бетона; 2) растяжение центрально-армированной бетонной призмы; 3) предварительное напряжение бетонного цилиндра канатом. Во всех задачах исследовался центрально-армированный образец железобетона.

Пространственные задачи (задачи 1, 2) были упрощены: призматическая бетонная обойма моделировалась круговым цилиндром, сложная форма контактных поверхностей профилированной арматуры, каната и высокопрочной проволоки заменялась на цилиндрическую. При этом диаметры бетонных и армирующих элементов выбирались из условия равенства площадей их поперечных сечений. Таким образом, все задачи рассматривались как осесимметричные, конечно-элементные модели были подобны. Фрагмент конечно-элементной сетки представлен на рис. 3.

В бетонной обойме сетка сгущалась в радиальном направлении с учетом распределения деформаций (см. рис. 2, б), в продольном направлении было выбрано равномерное распределение размеров элементов.

Созданы три конечно-элементные модели, параметры которых определены с использованием исходных данных о материалах арматуры, бетона и КС (см. таблицу). Прочерки в таблице соответствуют величинам, не используемым при моделировании. Число конечных элементов в моделях 1–3 составляло 20 200, 21 594, 301 500 соответственно.

Для учета физической нелинейности железобетона интегрирование разрешающих уравнений МКЭ выполнялось шагами по времени с использованием методики управления решением по перемещениям [16]. Уточнение решения на каждом временном шаге проводилось с помощью итерационного метода Ньютона — Рафсона.

4.1. *Вытягивание высокопрочной проволоки из бетонной призмы.* Рассмотрена задача о вытягивании высокопрочной проволоки марки Вр-II диаметром 3 мм из бетонной призмы с размерами $100 \times 100 \times 400$ мм в соответствии со схемой, представленной на

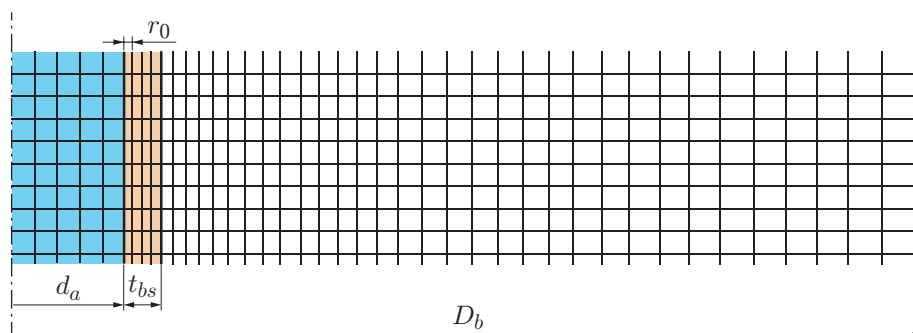


Рис. 3. Фрагмент конечно-элементной сетки

Параметры моделей

Модель	Составляющие модели	E , ГПа	ν^*	B , МПа	γ	k , МПа
1	Высокопрочная проволока	200	0,3	—	0	1840,00
	Бетон	39	0,2	—	0,294	5,95
	Контактный слой	39	0,2	26,8	0	13,40
2	Арматура	200	0,3	—	0	400,00
	Бетон	30	0,2	—	0,287	4,19
	Контактный слой	30	0,2	12,0	0	6,00
3	Канат	178	0,3	—	0	1700,00
	Бетон	37	0,2	—	0,295	6,35
	Контактный слой	37	0,2	36,4	0	18,20

* ν — коэффициент Пуассона.

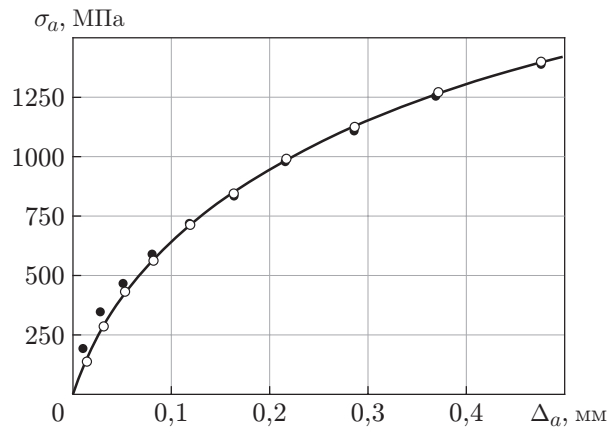


Рис. 4. Зависимость $\sigma_a(\Delta_a)$ для модели 1:

светлые точки — экспериментальные данные [17], темные — результаты расчета, линия — аппроксимация экспериментальных данных зависимостью (6)

рис. 2, а. Характеристика сцепления B получена по экспериментальным данным, приведенным в работе [17] (светлые точки на рис. 4). Механические параметры модели 1 представлены в таблице. Результаты расчета показаны на рис. 4 темными точками. Видно, что они хорошо согласуются с экспериментальными данными во всем диапазоне нагружения, за исключением его начальной стадии.

4.2. *Растяжение армированного бетона.* Рассмотрено растяжение бетонной призмы с размерами $72 \times 72 \times 600$ мм, армированной профилированной арматурой с номинальным диаметром 12 мм (рис. 5). В силу симметрии задачи расчеты проводились для половины образца длиной 300 мм. Результаты экспериментов [4] показаны на рис. 6 точками. Поскольку согласно данным эксперимента бетон испытывает упругие деформации при $\sigma_a \leq 100$ МПа, при аппроксимации по формуле (6) использовались экспериментальные значения смещений Δ_a только в этом диапазоне нагружения. Механические характеристики арматуры, бетона и контактного слоя для модели 2 приведены в таблице.

Скачкообразное изменение нагрузки соответствует разрушению бетонной обоймы в результате образования трещин в ее поперечном сечении [4].

Моделирование разрушения проводилось с использованием схемы исключения элементов [16]. При этом в соответствии с выбранным критерием разрушения для элементов, в которых деформация ε_1 достигала предельного значения $\varepsilon_{ut} = 2,3 \cdot 10^{-4}$, формировалась матрица жесткости с малыми коэффициентами. В расчетах образец был разделен трещи-

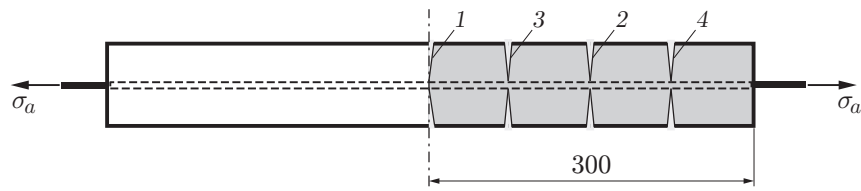


Рис. 5. Схема нагружения образца и расчетные трещины (1–4)

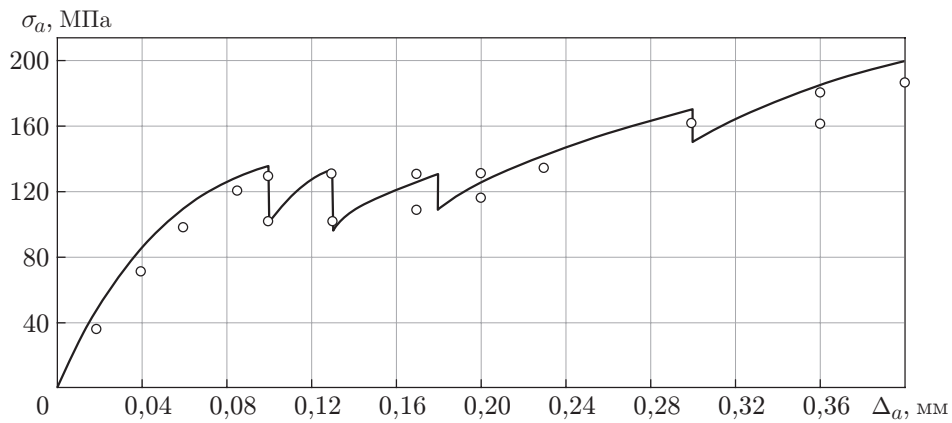


Рис. 6. Зависимость $\sigma_a(\Delta_a)$ для модели 2: точки — экспериментальные данные [4], линия — результаты расчетов

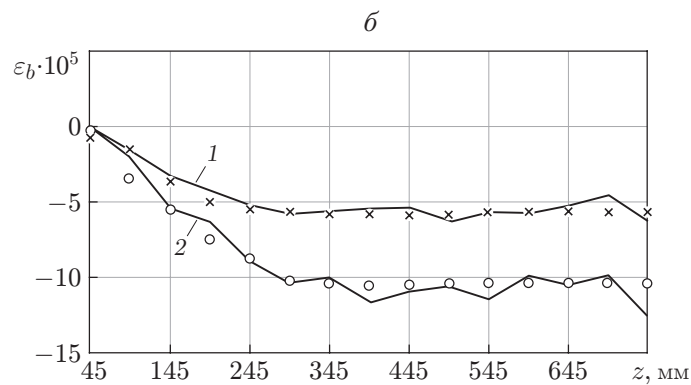
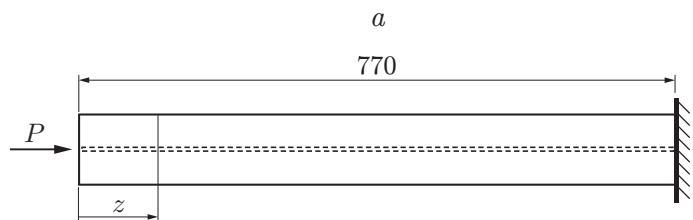


Рис. 7. Задача о поведении предварительно напряженного бетона: a — схема нагружения бетонного цилиндра, b — распределение деформации по поверхности бетонной обоймы; линии — экспериментальные данные, точки — результаты расчетов; 1 — $P = 70$ кН, 2 — $P = 120$ кН

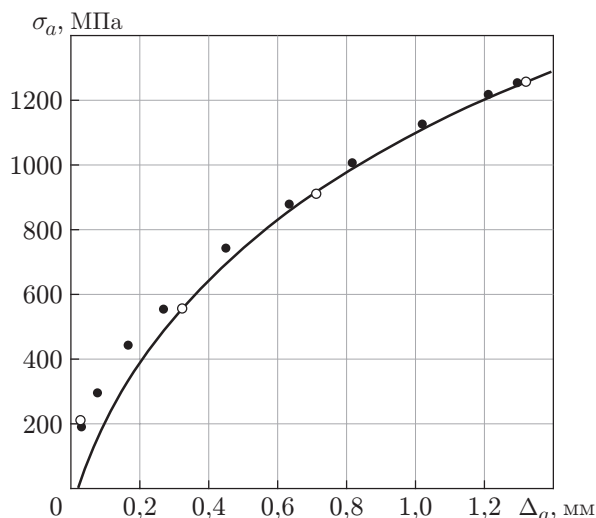


Рис. 8. Зависимость $\sigma_a(\Delta_a)$ для модели 3:

светлые точки — экспериментальные данные, темные — результаты расчетов, линия — аппроксимация экспериментальных данных зависимостью (6)

нами на четыре блока (см. рис. 5). Трещины пронумерованы в порядке их образования. Первая трещина сформирована в середине образца, следующие три делят моделируемую половину бетонной обоймы длиной 300 мм на четыре практически равные части. Следует отметить, что при $\Delta_a < 0,18$ мм экспериментальные и расчетные значения Δ_a , при которых происходит скачкообразное уменьшение нагрузки, совпадают. При $\Delta_a > 0,18$ мм результаты расчетов не согласуются с экспериментальными данными.

4.3. *Сжатие бетона канатом.* При создании модели предварительно напряженного бетона использованы экспериментальные данные [18]. Бетонный цилиндр диаметром 205 мм и длиной 770 мм сжимался канатом диаметром 15 мм и номинальной площадью сечения 141,5 мм². На первой стадии испытаний в образце создавалось натяжение каната усилием, равным 170 кН. Затем на одном конце образца натяжение ослаблялось при фиксированном усилии на другом конце. Таким образом бетонный цилиндр постепенно сжимался до максимальной нагрузки $P = 170$ кН. Расчетная схема сжатия образца канатом представлена на рис. 7,а.

При ослаблении натяжения каната на 20, 70, 120 и 170 кН измерялись его смещения относительно бетонной обоймы Δ_a (рис. 8) и деформации на ее поверхности ε_b (рис. 7,б). Все результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Заключение. Разработана математическая модель деформирования железобетона, в которой для учета нелинейных процессов, происходящих в области контакта, вводится контактный слой. Обоснован выбор вида поверхности текучести для арматуры, КС и бетона. Разработана процедура определения параметров КС с использованием экспериментальных данных. Установлено, что рассмотренная модель удовлетворительно описывает напряженно-деформированное состояние железобетона при нагрузках, в случае когда область пластического деформирования КС меньше длины заделки арматуры в бетон. Предложен критерий разрушения бетона, справедливый при линейном распределении напряжений и позволяющий описать процесс образования трещин в железобетонном образце, испытывающем растяжение.

Проведена численная реализация предложенной модели железобетона при различных силовых воздействиях и типах армирования. Анализ результатов расчета показал, что они хорошо согласуются с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Холмянский М. М.** Бетон и железобетон. Деформативность и прочность. М.: Стройиздат, 1997.
2. **Диаковский В. Г.** Деформационные характеристики и расчет усилий взаимодействия арматурных канатов с бетоном: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск: Науч.-исслед. ин-т ж.-д. трансп., 1988.
3. **Оатул А. А., Кутин Ю. Ф.** Экспериментальное определение дифференцированного закона сцепления стержневой арматуры с бетоном // Исследования по бетону и железобетону. Челябинск: Челяб. политехн. ин-т, 1967. Вып. 46. С. 72–84.
4. **De Groot A. K., Kausters G. M. A.** Numerical modelling of bond slip behaviour // Heron. 1981. V. 26, N 1B. P. 1–90.
5. **Lundgren K., Gylltoft K.** A model for the bond between concrete and reinforcement // Mag. Concrete Res. 2000. N 52. P. 53–63.
6. **Назаренко П. П.** Контактное взаимодействие арматуры и бетона при кратковременном нагружении. Самара: Сам. гос. ун-т путей сообщ., 2012.
7. **Коробейников С. Н.** Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
8. **Zienkiewicz O. C.** The finite element method in engineering science. L.: McGraw-Hill Publ. Co., 1971.
9. **Клованич С. Ф.** Метод конечных элементов в нелинейных расчетах пространственных железобетонных конструкций / С. Ф. Клованич, Д. И. Безушко. Одесса: Изд-во Одес. нац. мор. ун-та, 2009.
10. **Druker D. C., Prager W.** Soil mechanics and plastic analysis or limit design // Quart. Appl. Math. 1952. V. 10. P. 157–165.
11. **Надаи А.** Пластичность и разрушение твердых тел. М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
12. **Коробейников С. Н., Ревердатто В. В., Полянский О. П., Свердлов В. Г.** О влиянии выбора реологического закона на результаты компьютерного моделирования субдукции плит // Сиб. журн. вычисл. математики. 2011. Т. 14, № 1. С. 71–90.
13. **Мурашев В. И.** Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона (основы сопротивления железобетона). М.: Машстройиздат, 1950.
14. **Podgorski J.** General failure criterion for concrete // J. Engng Mech. 1985. V. 111. P. 188–201.
15. **Тихомиров В. М., Астахов Ю. В., Самошкин А. С.** Моделирование упругопластического сцепления арматуры с бетоном // Изв. вузов. Стр-во. 2015. № 2. С. 103–109.
16. **COSMOSM User Guide. V. 4. Advanced modules.** Santa Monica: Structural Res. Anal. Corp., 2007.
17. **Тихомиров В. М., Астахов Ю. В.** Экспериментально-расчетное исследование взаимодействия стальной и базальтопластиковой арматуры с бетоном // Изв. вузов. Стр-во. 2010. № 11. С. 128–137.
18. **Тихомиров В. М., Астахов Ю. В., Самошкин А. С.** Исследование стадии обжатия элемента бетонной конструкции, армированной канатом // Изв. вузов. Стр-во. 2015. № 6. С. 5–13.

*Поступила в редакцию 29/IX 2016 г.,
в окончательном варианте — 15/XI 2016 г.*