

Для вдавливания цилиндра различными авторами получены следующие значения:

$H_m = 2k \cdot 2.82$ — Г. Генки [2] $H_m = 2k \cdot 2.84$ — А. Ю. Ишлинского [4] $H_m = 2k \cdot 2.86$ — Р. Шильда [5] $H_m = 2k \cdot 2.80$ — И. Н. Тылевича [1]	По формуле (17) — — $H_m = 2k \cdot 2.85$ $\left\{ \begin{array}{l} H_m = 2k \cdot 2.79 \text{ (без учета выпучивания)} \\ H_m = 2k \cdot 2.76 \text{ (с учетом выпучивания)} \end{array} \right.$
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Таким образом, результаты вычислений по формуле (17) практически не отличаются от численных решений. При этом при вдавливании пологих конусов выпучиванием можно, по-видимому, пренебречь.

В заключение сравним полученные результаты с экспериментальными данными [6]. Согласно последним, при вдавливании хорошо смазанных конусов в медь ( $90^\circ < 2\gamma < 180^\circ$ ) среднее давление близко к постоянной величине  $H_m = 2k \cdot 2.28$ . При неглубоком вдавливании величина  $H_m$  несколько снижается с уменьшением угла раствора конуса, а при глубоком вдавливании несколько увеличивается. В нашем решении величина среднего давления меньше теоретического для вдавливания цилиндра ( $2k \cdot 2.86 > 2k \cdot 2.28$ ). На графике среднее давление меняется от  $2k \cdot 2.85$  до  $2k \cdot 2.11$ , поэтому полученные результаты можно считать удовлетворительными.

Поступила 21 VI 1963

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тылевич И. Н. Определение механических свойств судостроительных материалов методом вдавливания. Тр. Центр. п.-и. ин-та технологии судостроения, 1959, вып. 25, Судпромгиз.
2. Генки Г. О некоторых статически определимых случаях равновесия в пластических телах. Сб. перев. под ред. Ю. Н. Работнова «Теория пластичности», Изд. иностр. лит., 1948.
3. Ильюшин А. А. Пластичность, Гостехиздат, 1948.
4. Ишлинский А. Ю. Осесимметричная задача пластичности и проба Бриелля. ПММ, 1944, т. 8, вып. 3.
5. Шильд Р. Т. О пластическом течении металла в условиях осевой симметрии. Сб. перев. «Механика», Изд. иностр. лит., 1957, № 1.
6. Bishop R. F., Hill R., Mott N. F. The Theory of indentation and hardness tests. Proc. Phys. Soc. (London), 1945, v. 57, p. 147.

#### О НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ВОДЕ

*А. И. Иоффе, Е. А. Наугольных, Н. А. Рой*

(Москва)

Рассматривается процесс расширения канала электрического разряда в воде при относительно небольших, по сравнению со скоростью звука, скоростях расширения канала и умеренных токах, когда можно пренебречь магнитными силами.

Делается попытка построить теоретическую модель канала разряда, позволяющую по измеренным на опыте электрическим характеристикам (разрядный ток и напряжение на промежутке) определить скорость его расширения, давление в канале и т. д.

Как известно [1,2], после пробоя межэлектродного промежутка в жидкости образуется токопроводящий канал, радиус которого увеличивается в процессе разряда. Рассматривая приближенно канал разряда как непроницаемый бесконечный цилиндр, расширяющийся в жидкости, и принимая во внимание, что скорость расширения  $dR/dt$  ( $R$  — радиус канала) мала по сравнению со скоростью звука, определим давление на его поверхность, используя приближение линейной акустики. В этом случае потенциал скорости  $\varphi$  жидкости, движущейся в результате расширения цилиндра, удовлетворяет уравнению

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

где  $c$  — скорость звука. Заметим, что на расстояниях  $r \gg cT$ , где  $T$  — время, в течение которого происходит существенное изменение скорости расширения, первый член уравнения (1) имеет порядок  $\Phi / r^2$  и существенно превышает второй член порядка  $\Phi / c^2 T^2$ , и уравнение (1) переходит в уравнение Лапласа

$$\Delta \Phi = 0 \quad (2)$$

Это означает, что жидкость ведет себя как несжимаемая в указанной области. Уравнение Эйлера, в котором удерживаются лишь члены, максимальные по числу  $M = v/c$  в области  $r \ll cT$ , можно записать в виде

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3)$$

Здесь  $v$  — гидродинамическая скорость,  $\rho_0$  — плотность невозмущенной жидкости. Подчеркнем, что конвективный член  $v \partial v / \partial r$  существует в области малых  $r$ , и учет этого члена не будет неоправданным, так как в этой области потенциал удовлетворяет уравнению (2), которое будет действовать одного лишь уравнения непрерывности. Из уравнения (3) получим

$$p - p_0 = - \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\rho_0}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 \quad (4)$$

Здесь  $p_0$  — гидростатическое давление в невозмущенной жидкости. Константа интегрирования подобна равной нулю из условия на бесконечности, где жидкость покоится. Теперь задача о нахождении давления на расширяющийся цилиндр сведена к задаче об определении потенциала скорости  $\Phi(r, t)$  в области вокруг цилиндра, закон расширения которого  $R = R(t)$  предполагается заданным.

Соответствующее решение уравнения (1) имеет вид [3]

$$\Phi = - \frac{c}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{A(s^2(t) - r^2)}{s^2(t) dt} \left( \frac{r}{s} = t - \frac{c}{r} \right) \quad (5)$$

Здесь  $s = \pi R^2$  — площадь поперечного сечения цилиндра. Пропедевля замену переменных  $ch y = c(t - \tau) / r$  и дифференцируя под знаком интеграла, получим

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} s^2 \dots \left( t - \frac{c}{r} \right) ch y \left( dy \approx - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} s^2 \dots \left( t - \frac{c}{r} \right) ch y \right) \left( \theta = \ln \frac{r}{2ct} \right) \quad (6)$$

Таким образом, если известен закон расширения цилиндра  $R = R(t)$ , то давление на его поверхности определяется по формулам (6) и (4), причем в последней из них  $d\Phi/dt$  следует положить равной  $R = dR/dt$ . Используя опытные данные о законе расширения канала, можно при помощи формул (6) и (4) оценить величину давления в нем. Оказывается, что на начальной стадии рассматриваемых разрядов давление в их канале составляет не по порядку величины несколько сот *атм*. В дальнейшем будем предполагать, что величина давления вдоль радиуса канала, величина которых мала в силу неравенства  $N \gg cT$ , и будем считать, что формулы (6), (4) определяют давление в канале разряда.

Локаровольный канал разряда, заполненный газом, нагретым до высокой температуры, окружен тонким переходным слоем, температура в котором лишь немного меньше, чем температура переходного слоя. распределение в нем температуры, плотности и структуры переходного слоя (т. е. распределение в нем температуры, плотности и структуры) отличается от соответствующими отступами диссоциации и практически под теми же условиями, что и в канале разряда. (Под тонким переходным слоем условимся понимать расстояние между поверхностями диссоциации молекул.)

В переходном слое основным механизмом теплопроводности является так называемая диссоциативная теплопроводность, связанная с переносом энергии диссоциирующей молекулы. Используя результаты работ [4, 5], можно получить следующее приближенное выражение для коэффициента диссоциативной теплопроводности  $\lambda$  двухатомного газа:

$$\lambda = \frac{3}{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{m}{2} \right)^{1/2} D^2 (\alpha - \alpha_2) \frac{d^2 \lambda_1 L_1^{3/2}}{n^2 V + n^2 B}, \quad d_{12} = \frac{d_1 - d_2}{2} \quad (7)$$

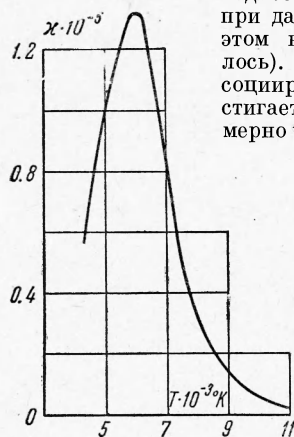
Здесь  $m$  — масса атома, из которых образованы двухатомные молекулы,  $D$  — энергия диссоциации на молекулу,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура.

тура;  $d_1$  и  $d_2$  — диаметры атома и диссоциирующей молекулы, а  $\alpha$  — степень диссоциации,  $n_A$ ;  $n_B$  — концентрация атомов и молекул. Значение  $\alpha$  определяется из уравнения равновесия [4]

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{\rho_d}{\rho} \exp\left(-\frac{D}{kT}\right) \quad (8)$$

Здесь  $\rho_d$  — некоторая эффективная плотность, характеризующая диссоциирующее вещество ( $\rho_d = 130 \text{ г/см}^3$  для кислорода).

На фиг. 1 показана зависимость коэффициента теплопроводности кислорода  $\kappa$  [ $\text{эрг см}^{-1} \text{сек}^{-1} \text{град}^{-1}$ ] от температуры  $T$  [°K] при давлении 500 атм, построенная по формулам (7) и (8) (при этом вкладом газокINETической теплопроводности пренебреглось). Как видно из фиг. 1, коэффициент теплопроводности диссоциирующего газа имеет резкий максимум. Этот максимум достигается при температуре, при которой продиссоциировала примерно половина молекул.



Фиг. 1

Ввиду малости толщины переходного слоя, по сравнению с радиусом канала, его можно считать плоским и определить распределение термодинамических величин в нем методом, аналогичным используемому при рассмотрении структуры фронта слабых ударных волн [3].

В частности, из условий постоянства потоков массы, импульса и энергии через любое сечение слоя можно получить приближенное уравнение, описывающее распределение температуры по слою, в виде

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{R'p}{2\kappa T_2} 5.5 [(1+\alpha) - T_1] \quad (9)$$

Здесь  $x$  — координата, отсчитываемая по оси, перпендикулярной слою;  $T_1$ ,  $T_2$  — температуры на холодной и горячей границах слоя соответственно.

Уравнение (9) было проинтегрировано численно, причем в качестве термодинамических характеристик вещества в переходном слое использовались приведенные выше характеристики кислорода.

Типичный для рассматриваемых режимов ( $R' = 1.5 \cdot 10^4 \text{ см/сек}$ ) результат представлен на фиг. 2, из которой видно, что толщина переходного слоя в этом случае составляет по порядку величины  $10^{-5} \text{ см}$ .

Аналогичный расчет показывает, что толщина переходного слоя в водороде того же порядка, что и в кислороде, но несколько больше.

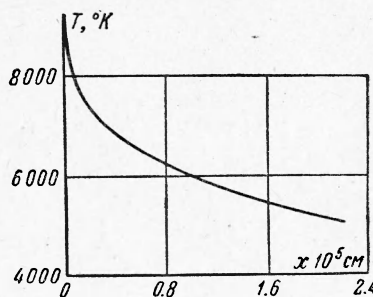
Приближенные оценки показывают, что коэффициент теплопроводности водяного «пара» по порядку величины близок коэффициенту теплопроводности кислорода и водорода, и толщина переходного слоя в водяном «паре» составляет  $10^{-4} - 10^{-5} \text{ см}$ . При этом энергия, запасенная в переходном слое во время разряда, не превышает нескольких процентов от энергии, первоначально запасенной в конденсаторе. Это обстоятельство позволяет пренебречь прогревом окружающей среды при разряде в воде и считать переходный слой бесконечно тонким. Кроме того, в дальнейшем будем пренебрегать также изменением температуры по радиусу канала и ограничимся рассмотрением «однородной» модели канала разряда.

Температуру  $T$  в канале можно оценить весьма грубо по величине измеряемого на опыте электрического сопротивления плазмы разряда при помощи формулы [6]

$$\sigma = \frac{1}{\beta} \frac{\pi^{3/2} m^{1/2} e^2 \ln \Lambda}{2 (2kT)^{3/2}} \quad \left( \Lambda = \frac{3 (kT)^{5/2}}{e^3 \sqrt{4\pi n_e}} \right) \quad (10)$$

Здесь  $\sigma$  — удельное сопротивление,  $n_e$  — число электронов в  $1 \text{ см}^3$ ,  $\beta = 0.58$  — безразмерный коэффициент. Для определения  $n_e = n_1$  используется уравнение Саха

$$\frac{n_1^2}{n_0} = \frac{2z_1}{z_0} \left( \frac{2\pi m}{h^3} \right)^{3/2} (kT)^{3/2} \exp\left(-\frac{I}{kT}\right) \quad (11)$$



Фиг. 2

(здесь  $n_1$  и  $n_0$  — соответственно число ионизованных и нейтральных атомов в единице объема,  $z_1$  и  $z_0$  — статистические суммы ионов и атомов,  $I$  — потенциал ионизации газа) и уравнение состояния идеального газа. Давление определяется по формулам (4), (6) на основе опытных данных о законе расширения канала.

Оказывается, что для рассматриваемых разрядов максимальная температура в канале не превышает  $15000^\circ$ . Зная температуру газа в канале разряда, можем оценить потери на высвечивание. Для рассматриваемых случаев энергия излучения составляет не больше 10—15% от энергии, запасенной в конденсаторе, даже если предположить, что канал разряда излучает как черное тело<sup>1</sup>. Здесь потери энергии на высвечивании не учитывались.

Внутренняя энергия единицы объема плазмы в канале разряда

$$w = \frac{3}{2} nkT + n_1 I + \frac{1}{3} (n_1 + n_0) D \quad (12)$$

где  $n$  — полное число частиц,  $n_1$  — количество однократно ионизованных атомов и  $n_0$  — количество нейтральных атомов в  $1 \text{ см}^3$ ,  $D$  — энергия диссоциации молекул воды на три атома,  $I$  — первый потенциал ионизации атома (потенциалы ионизации атомов водорода и кислорода, составляющие соответственно 13.53 и 13.55 эв, приблизительно принимались одинаковыми).

Доля ионизованных атомов определяется уравнениями Саха и состояния идеального газа. Оказывается, что для рассматриваемых режимов количество ионизованных атомов не превышает нескольких процентов от общего их числа. Расчет внутренней энергии по формуле (12) показывает, что для не слишком широкого интервала изменений давления и температуры отношение  $w/p$  приблизительно можно считать постоянным. Это позволяет, следуя [7, 8], использовать вместо (12) следующее приближенное выражение для внутренней энергии единицы объема плазмы:

$$w = \frac{p}{\gamma - 1} \quad (13)$$

где  $\gamma$  — эффективный показатель адиабаты<sup>2</sup>.

В интервале температур от  $9000$  до  $16000^\circ$  и давлений от  $500$  до  $2000 \text{ атм}$  найдено при помощи (12) среднее значение  $\gamma = 1,21$  для газа, образовавшегося из воды; отклонения от среднего значения не превышают 3%.

Можно считать, что энергия, первоначально запасаемая в конденсаторе, во время разряда (на начальной стадии) расходуется на разогрев газа в канале до высоких температур и на работу против окружающей среды (работа расширения канала). Отсюда уравнение баланса энергии на единицу длины канала запишется в виде

$$p \frac{ds}{dt} + \frac{1}{\gamma - 1} \frac{d(ps)}{dt} = N(t) \quad (14)$$

Здесь  $s$  — площадь поперечного сечения канала,  $p$  — давление в канале, выражаемое через  $s$  формулами (4) и (6),  $N(t)$  — мощность, выделяемая в канале на единицу длины.

Уравнение (14) имеет простое решение в том случае, когда  $N(t) = N_0 t$ .

В этом случае  $s = \pi u^2 t^2$ ,  $R = ut$ , причем скорость расширения канала  $u$  постоянна и определяется уравнением

$$u^4 \left( \ln \frac{2c}{u} - \frac{1}{2} \right) = \frac{N_0 (\gamma - 1)}{2\pi\gamma\rho} \quad (15)$$

а давление, в соответствии с формулами (4), (6), — формулой

$$p = \rho_0 u^2 \left( \ln \frac{2c}{u} - \frac{1}{2} \right) \quad (16)$$

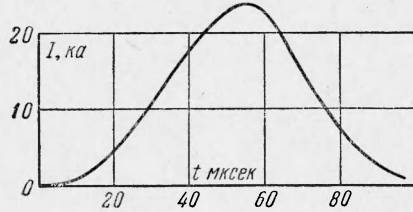
<sup>1</sup> По закону Стефана—Больцмана энергия излучения

$$E_u = \sigma T^4 \pi \langle D \rangle l \Delta t$$

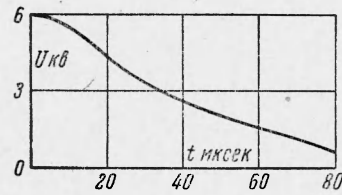
Здесь  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана,  $T$  — температура в канале разряда,  $l$  — длина канала,  $\langle D \rangle$  — средний диаметр канала,  $\Delta t$  — время свечения. Например, для разряда с емкостью  $C = 150 \text{ мкф}$ ,  $L = 2 \text{ мкэи}$ , напряжением  $6 \text{ кэ}$  и  $l = 7 \text{ см}$  имеем  $\langle D \rangle = 1 \text{ см}$ ,  $\Delta t = 80 \text{ мксек}$  и  $T = 14000^\circ$ ,  $E_u \approx 370 \text{ дж}$  при энергии, запасенной в конденсаторе, равной  $2700 \text{ дж}$ ; аналогично для других случаев.

<sup>2</sup> При больших плотностях следует заменить уравнение Саха и уравнение состояния идеального газа более точными уравнениями [9, 10] и учесть снижение эффективного значения потенциала ионизации. Мы этого не делали. Если же воспользоваться результатами работы [9] и оценить значения плотности энергии по формуле (12) с уточненными значениями  $I$  и  $n_1$ , то результаты будут отличаться не более чем на 10% от используемых нами.

При экспериментальном исследовании разрядов измерялись ток разряда и напряжение на межэлектродном промежутке.



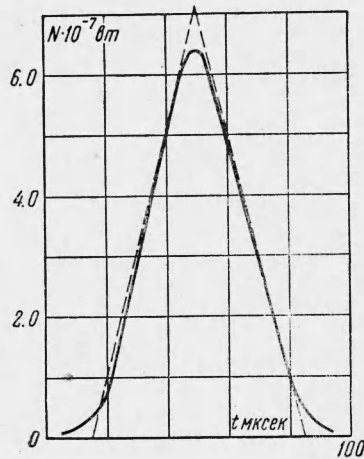
Фиг. 3



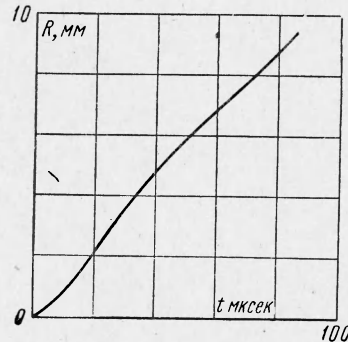
Фиг. 4

По осциллограммам тока и напряжения определялась зависимость мощности, выделяющейся в канале, от времени. Для разряда с емкостью контура  $C = 150$  мкф, индуктивностью  $L = 2$  мкгн, начальным напряжением  $U_0 = 6$  кв, длиной межэлектродного промежутка  $l = 7$  см полученные зависимости тока  $I$ , напряжения  $U$  и мощности  $N$  от времени показаны на фиг. 3—5 соответственно. Пробой разрядного промежутка инициировался вольфрамовой проволокой диаметром 0.04 мм.

Аппроксимируя изображенную на фиг. 5 кривую треугольником равной площади (пунктирная линия), будем считать,



Фиг. 5



Фиг. 6

что на участке от начала разряда до максимума тока мощность линейно зависит от времени; определяем значение  $N_0$  в формуле  $N = N_0 t$ .

Решение (15) позволяет тогда определить значение радиуса канала. Проводим результаты вычисления радиуса канала  $R$  [мм] и соответствующие экспериментальные значения  $R'$  [мм] для некоторых значений времени  $t$  [мксек] при различных параметрах контура  $L$  [мкгн],  $C = 150$  мкф,  $U_0$  [кв] и  $l$  [см]:

$t = 10$	20	30	40	50	
$R = 1.08$	2.16	3.24	4.32	—	} $L = 2, U_0 = 6, l = 7$
$R' = 0.82$	2.00	3.32	4.73	—	
$R = 1.07$	2.14	3.21	—	—	} $L = 2, U_0 = 4, l = 5$
$R' = 0.72$	1.75	2.46	—	—	
$R = 0.60$	1.21	1.81	2.42	3.02	} $L = 2, U_0 = 6, l = 12$
$R' = 0.60$	1.20	1.80	2.55	3.20	

Экспериментальные значения радиуса канала получены по фотограммам разряда, снятым на СФР-1 в режиме фоторегистратора; график зависимости радиуса канала  $R$  от времени представлен на фиг. 6 ( $L = 2$ ;  $C = 150$ ;  $U_0 = 6$ ;  $l = 7$ ).

Если применить использованную выше «треугольную» аппроксимацию мощности, выделяющейся в канале, в зависимости от времени, — для разрядов, исследованных в работе [2], то и для этих разрядов можно вычислить значение радиуса канала.



Для разряда с параметрами  $C = 2.7$  мкф,  $U_0 = 40$  кв,  $0.5T = 15$  мксек ( $T$  — период изменения тока),  $l = 1,5$  см получаются следующие результаты:  $R = 1.5$  мм при  $t = 5$  мксек и  $R = 3.0$  мм при  $t = 10$  мксек. Экспериментальные значения радиуса канала, приведенные в работе [2], составляют около 1.5 и 2.3 мм соответственно через 5 и 10 мксек после начала разряда.

Авторы благодарят С. И. Брагинского за полезное обсуждение.

Поступила 9 I 1964

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Martin E. A. Experimental investigation of High-Energy Density High-Pressure Arc Plasma. J. Appl. Phys., 1960, v. 31, p. 255.
2. Скворцов Ю. А., Комельков В. С., Кузнецов А. М. Расширение канала искры в жидкости. Ж. техн. физ., 1960, т. 30, стр. 1165.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Гостехиздат, 1960.
4. Lighthill M. Dynamics of Dissociated Gases J. Fluid. Mech., 1957, v. 2, p.1.
5. Батлер Н., Брокау Р. Теплопроводность газовых смесей при химическом равновесии. Сб. «Проблемы движения головной части ракет дальнего действия» под ред. Е. В. Самуйлова, Изд. иностр. лит., 1959.
6. Спитцер Л. Физика полностью ионизованного газа. Изд. иностр. лит., 1957.
7. Брагинский С. И. К теории развития канала искры. Ж. эксперим. и теор. физ., 1958, т. 34, стр. 1548.
8. Драбкина С. И. К теории развития канала искрового разряда. Ж. эксперим. и теор. физ., 1951, т. 21, стр. 473.
9. Esker G., Kröll W. Lowering of the Ionization Energy for Plasma in Thermodynamic Equilibrium. Phys. Fluids., 1963, v. 6, p. 62.
10. Кудрин Л. П. К уравнению состояния частично ионизированного водорода. Ж. эксперим. и теор. физ., 1961, т. 40, стр. 1134.

#### О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНЫХ ВОЛН В ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ ГАЗЕ СО СЛАБЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ

В. П. Коробейников

(Москва)

Рассмотрим задачу о возмущении начального слабого магнитного поля  $H_0$  при распространении сильной ударной волны точечного взрыва в бесконечно проводящем покоящемся совершенном газе, начальная плотность которого  $\rho_0$ .

Будем считать, что  $\rho_* v_*^2 \gg H_0^2 / 8\pi$  ( $\rho_*$  — плотность за ударной волной,  $v_*$  — скорость за ударной волной) и в первом приближении пренебрегать влиянием поля  $H_0$  на возмущенное движение газа.

Считаем, что взрыв произошел от выделения энергии в точке, вдоль плоскости или вдоль прямой, и по газу распространяется соответственно сферическая, цилиндрическая и плоская ударная волна. Движение газа предполагается одномерным и все газодинамические параметры течения зависят лишь от одной геометрической координаты  $r$  и времени  $t$ . Можно также считать, что газодинамические функции зависят лишь от лагранжевой координаты  $r_0$  (начальной координаты частицы) и времени  $t$ . В случае сферической волны ( $\nu = 3$ ) задачу рассматриваем в сферических координатах  $r, \theta, \varphi$ , в случае цилиндрической ударной волны ( $\nu = 2$ ) примем цилиндрические координаты  $r, \varphi, z$ , а в случае плоской волны ( $\nu = 1$ ) декартовы координаты  $r, y, z$ .

Из уравнения индукции для магнитного поля [1,2] и уравнения неразрывности находим следующие формулы для компонент магнитного поля в зоне возмущенного движения:

$$H_1 = H_{10} \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\nu-1}, \quad H_2 = H_{20} \frac{\rho}{\rho_0} \left( \frac{r}{r_0} \right)^\omega, \quad H_3 = H_{30} \frac{\rho}{\rho_0} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{1/2(\nu-2)(\nu-1)} \quad (1)$$

Здесь  $\omega = 1$  при  $\nu = 2, 3$ ;  $\omega = 0$  при  $\nu = 1$ ;  $H_i$  — компоненты вектора магнитного поля соответственно в сферической, цилиндрической и декартовой системах координат.

Из (1) следует, что соответствующие условия на ударной волне для поля [3] выполнены. Заметим, что формулы (1) дают компоненты возмущенного магнитного поля для широкого класса одномерных течений, а не только для течений при взрыве в слабом магнитном поле.