

УДК 539.374

КВАЗИХРУПКОЕ РАЗРУШЕНИЕ ГЛАДКИХ ВАЛОВ ПРИ КРУЧЕНИИ

В. Д. Кургузов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
E-mail: kurguzov@hydro.nsc.ru

Рассмотрен процесс зарождения краевой кольцевой трещины продольного сдвига (III мода разрушения) при кручении стержня с круглым поперечным сечением, выполненного из упругопластического материала, имеющего предельную деформацию. Процесс разрушения таких материалов описан с помощью модифицированной модели Леонова — Панасюка — Дагдейла, в которой используется дополнительный параметр — поперечник зоны пластичности (ширина зоны предразрушения). Для получения критических значений параметров квазихрупкого разрушения предложен двоякий (достаточный) критерий прочности для трещин III моды в упругопластическом материале. Построены диаграммы квазихрупкого разрушения круглого вала с краевой трещиной. Для разрушения квазивязкого и вязкого типов предельные нагрузки найдены численно методом конечных элементов. Отличие численной модели от аналитической состоит в том, что исследовались материалы, характеристики которых соответствуют режимам деформирования при полномасштабной текучести. Установлено, что результаты численных экспериментов хорошо согласуются с результатами расчетов по аналитической модели разрушения образцов при кручении в режиме маломасштабного пластического течения.

Ключевые слова: квазихрупкое разрушение, зона предразрушения, предельная деформация, критическая нагрузка, кривые разрушения.

DOI: 10.15372/PMTF20220319

Введение. Полная постановка задачи о распределении напряжений и смещений в зоне предразрушения трещины продольного сдвига для упругопластических материалов формулируется в нелинейной механике разрушения. Эту сложную нелинейную задачу можно существенно упростить в условиях маломасштабного пластического течения. В линейной механике разрушения исходная и растущая трещины продольного сдвига моделируются двусторонними разрезами. Классические силовые и деформационные критерии прочности, преимущества и недостатки которых обсуждаются в работах [1–4], являются однопараметрическими. Однако возможно другое описание процесса разрушения с использованием неклассической схемы разрушения материала, в соответствии с которой помимо двух классических состояний материала (сплошное и разрушенное) имеет место третье, промежуточное состояние, предшествующее разрушению с учетом накопления повреждений в материале в окрестности вершины трещины. При использовании неклассической схемы разрушения возможно применение многопараметрических критериев разрушения.

Состояние механически напряженного материала является промежуточным между хрупким и вязким состояниями, различие которых определяется соотношением энергетических затрат на обратимое и необратимое деформирование. Таким образом, возникает необходимость рассмотрения состояния материала по двум критериям с непрерывным переходом из одного в другой. Построение двухпараметрического критерия разрушения позволяет объединить области применимости однопараметрических критериев разрушения, которые соответствуют различным предельным состояниям материала. Такой критерий может быть основан на однопараметрических, силовом, деформационном, энергетическом критериях и их комбинации.

Простое описание зоны предразрушения в материалах со структурой можно получить, используя модель Леонова — Панасюка — Дагдейла [5, 6] в сочетании с подходом Нейбера — Новожилова [7, 8]. В работах [9–12] предложен сдвоенный (двухпараметрический) критерий квазихрупкого разрушения и построены диаграммы разрушения плоских образцов с острыми внутренними трещинами. С использованием необходимого и достаточного критериев разрушения в плоскости напряжение — длина трещины построены критические кривые, которые разделяют указанную плоскость на три области, соответствующие отсутствию разрушения, накоплению повреждений в зоне предразрушения и разделению образца на фрагменты. В основу предлагаемого подхода положены представления о том, что зарождению и росту трещины, независимо от температуры, предшествуют следующие состояния материала: упругое деформирование, переход в пластическое состояние, развитие пластических деформаций, исчерпание ресурса пластичности и собственно разрушение. Заметим, что предложенный в работе [13] сдвоенный критерий разрушения применим только в случае хрупкого разрушения.

1. Диаграммы квазихрупкого разрушения при кручении. Будем исследовать процесс зарождения краевой трещины на поверхности гладкого цилиндра как задачу о бифуркации, в которой рассматриваются две модели деформирования гладкого круглого вала: 1) классическая модель кручения упругого цилиндра, построенная с использованием соотношений технической механики; 2) модель зарождения краевой трещины на поверхности вала при кручении, упругопластический материал которого обладает предельной деформацией. Требуется найти критическую нагрузку, при которой возможно существование решения во второй модели. Нагрузка является критической, если после первого шага разрушения (проскакивание трещины на длину зоны предразрушения) нагрузка, которую может выдержать вал с мелкой трещиной, уменьшается по сравнению с нагрузкой для гладкого вала.

Предположим, что в лабораторном эксперименте при испытании образца получена $(\tau-\gamma)$ -диаграмма простого сдвига. Примем простейшую аппроксимацию реальной $(\tau-\gamma)$ -диаграммы исследуемого материала двухзвенной ломаной. Заменим исходный материал идеальным упругопластическим материалом, имеющим предельную деформацию. На рис. 1 приведены исходная $(\tau-\gamma)$ -диаграмма (кривая 1) и ее двухзвенная аппроксимация (кривая 2). Параметры аппроксимации подбираются таким образом, чтобы площади областей, расположенных ниже кривых 1 и 2, были равны. Кривая 2 полностью определяется модулем сдвига G , пределом текучести материала при простом сдвиге τ_Y , постоянными напряжениями, действующими в соответствии с модифицированной моделью Леонова — Панасюка — Дагдейла [9–12] в зоне предразрушения, максимальной упругой деформацией материала γ_0 ($\tau_Y = G\gamma_0$), максимальной деформацией материала γ_1 . Аппроксимация $(\tau-\gamma)$ -диаграммы на участке $\gamma_0 < \gamma < \gamma_1$ соответствует диаграмме в случае идеальной пластичности.

Пусть для материала с регулярной структурой d — диаметр зерна, точнее, эффективный диаметр структур разрушения [12]. Подход Нейбера — Новожилова [7, 8] позволяет

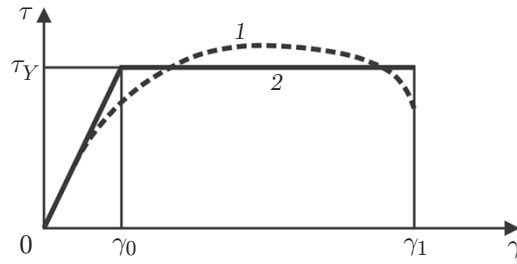


Рис. 1. Исходная диаграмма простого сдвига (1) и ее двухзвенная аппроксимация (2)

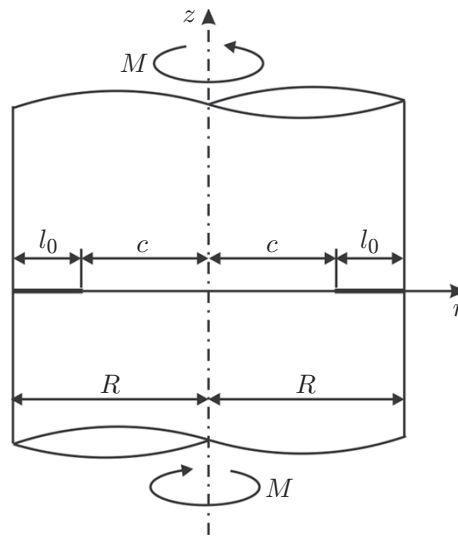


Рис. 2. Схема нагружения вала с краевой кольцевой концентрической трещиной

использовать для сред со структурой решения, имеющие сингулярную составляющую с интегрируемой особенностью.

Рассмотрим достаточно длинный круговой цилиндр (вал) радиусом R , ослабленный краевой кольцевой концентрической трещиной с перешейком радиусом c (рис. 2). Начальная глубина трещины равна $l_0 = R - c$. На бесконечности вал нагружен крутящим моментом M . Выберем цилиндрическую систему координат (r, θ, z) с центром в точке пересечения плоскости трещины с осью цилиндра. Компоненты перемещений обозначим u_r , u_θ , u_z . Предположим, что кольцевая трещина распространяется прямолинейно вдоль радиуса под действием заданных на удаленных торцах вала сдвиговых напряжений $\tau_{z\theta} = \tau_\infty$, создаваемых крутящим моментом M . Помимо реальной трещины длиной l_0 введем фиктивную трещину длиной $l = l_0 + b$, где b — длина зоны предразрушения, расположенной на продолжении реальной трещины. В случае гладкого вала имеем $l_0 = 0$, т. е. $l = b$, что соответствует зарождению трещины. В задаче о разрушении содержится два линейных масштаба: 1) диаметр зерна d , определяемый структурой материала; 2) длина зоны предразрушения b , которая зависит от интенсивности нагружения и упругопластических свойств материала. Следует отметить, что при однократном нагружении квазихрупких материалов критическая длина зоны предразрушения b_* является вполне определенным параметром ($l_* = l_0 + b_*$ — критическая длина зарождающейся макротрещины). На рис. 3 показаны напряжения τ_Y , действующие в модели Леонова — Панасюка — Дагдейла на продолжении трещины, и аппроксимация зоны пластичности прямоугольной зоной предраз-

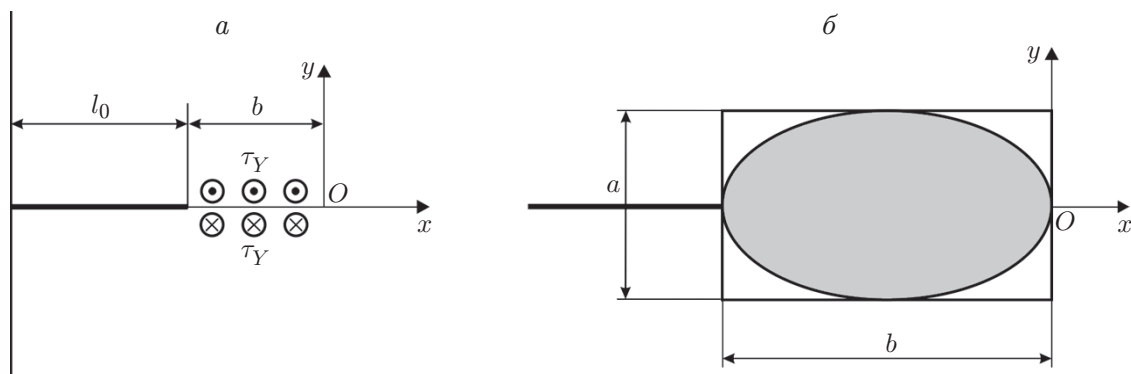


Рис. 3. Напряжения, действующие в модели Леонова — Панасюка — Дагдейла на продолжении трещины (а) и аппроксимация пластической зоны (эллипс) прямоугольной зоной предразрушения (б)

рушения. Начало локальной системы координат Oxy находится в вершине фиктивной трещины. Напряжения τ_Y , действующие на берегах фиктивной трещины, совпадают по знаку с напряжениями τ_∞ , действующими на удаленных границах, и поэтому препятствуют раскрытию трещины и устраняют сингулярность поля напряжений в окрестности ее вершины.

При построении диаграмм квазихрупкого разрушения вала при кручении используем двоянные критерии разрушения [9–12]. Достаточный (двоянный) критерий разрушения можно представить в виде двух соотношений

$$\frac{1}{d} \int_0^d \tau_{z\theta}(x, 0) dx = \tau_Y; \quad (1)$$

$$2u_\theta(-b_*) = \delta_*. \quad (2)$$

Здесь $\tau_{z\theta}(x, 0)$ — сдвиговые напряжения на продолжении трещины; Oxy — локальная прямоугольная система координат с началом в вершине фиктивной трещины в модифицированной модели Леонова — Панасюка — Дагдейла (ось Ox направлена вдоль плоскости трещины) [10]; $2u_\theta = 2u_\theta(x)$ — полное раскрытие (разность смещений соответствующих точек) фиктивной трещины ($x < 0$); u_θ — смещение в окружном направлении; δ_* — критическое смещение берегов модельной трещины; b_* — критическая длина зоны предразрушения. На рис. 4 представлены схема нагружения, поле напряжений и схема раскрытия трещины для вала с короткой трещиной. Зона предразрушения занимает только часть зоны пластичности.

Сдвиговые напряжения $\tau_{z\theta}(x, 0)$ на продолжении модельной трещины $x > 0$ можно представить в виде суммы двух слагаемых [14]

$$\tau_{z\theta}(x, 0) = K_{III}/\sqrt{2\pi x} + \tau_{nom}. \quad (3)$$

Здесь τ_{nom} — номинальные напряжения, т. е. оценка регулярных членов решений в окрестности вершины фиктивной трещины; $K_{III} = K_{III\infty} + K_{IIIb} > 0$ — суммарный коэффициент интенсивности напряжений (КИН); $K_{III\infty} > 0$ — КИН, обусловленный заданными условиями испытаний; $K_{IIIb} < 0$ — КИН, обусловленный постоянными напряжениями τ_Y , действующими в зоне предразрушения. Первое и второе слагаемые в соотношении (3) — сингулярная и регулярная части решения соответственно. Суммарный КИН K_{III} положительный, так как рассматривается маломасштабная текучесть. Номинальные напряжения τ_{nom} требуется определить. Первое равенство (см. (1)) двухпараметрического критерия определяет достижение напряжениями на продолжении модельной трещины предела

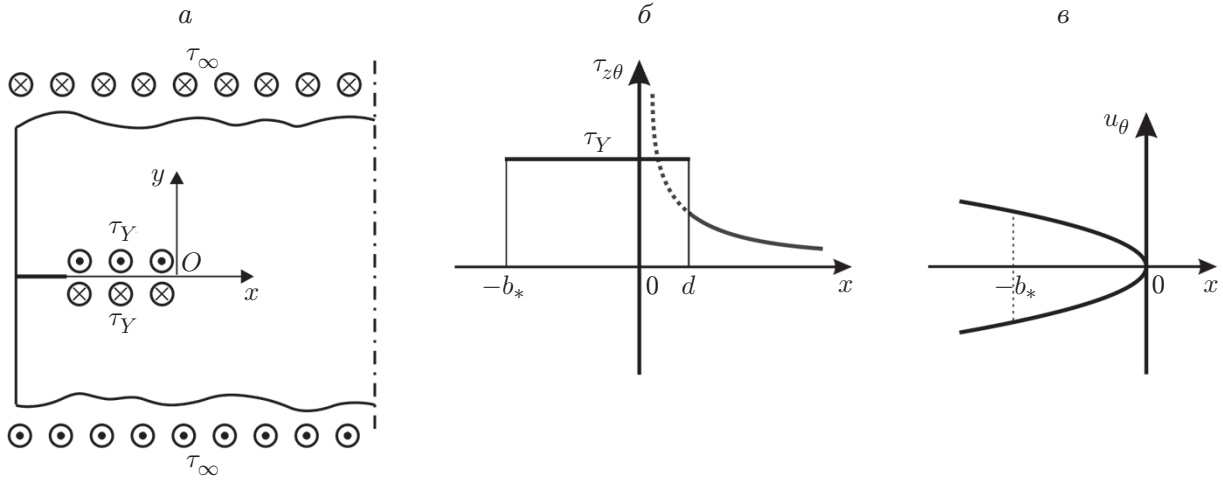


Рис. 4. Схема нагружения (а), поле напряжений (б) и схема раскрытия трещины (в)

текучности τ_Y после осреднения, второе равенство (см. (2)) этого критерия — смещение берегов трещины в вершине реальной макротрещины (см. рис. 4).

Согласно элементарной теории кручения касательные напряжения $\tau_{z\theta}$ на торцах вала меняются вдоль радиуса от 0 до $\tau_{\max} > 0$ по линейному закону. Для достаточно длинного вала полагаем

$$\tau_{\infty} = \tau_{\max} = 2M/(\pi R^3), \quad \tau_{nom} = Y_r \tau_{\infty}, \quad (4)$$

где $Y_r = R^3/(R-l)^3$ — поправочный коэффициент. При $l \rightarrow R$ номинальное напряжение $\tau_{nom} \rightarrow \infty$, что соответствует росту напряжений при уменьшении до нуля площади нетто-сечения при постоянной нагрузке.

Получим оценки сингулярных составляющих полей напряжений для краевых кольцевых трещин. Для КИН $K_{III\infty} > 0$, создаваемого крутящим моментом M , используем выражение [15]

$$K_{III\infty} = \frac{2M}{\pi a^3} \sqrt{\pi l} F_{III}(\xi),$$

где $\xi = a/R$;

$$F_{III}(\xi) = \frac{3}{8} \sqrt{\xi} \left(1 + \frac{1}{2} \xi + \frac{3}{8} \xi^2 + \frac{5}{16} \xi^3 + \frac{35}{128} \xi^4 + 0,2058 \xi^5 \right).$$

Переходя от момента M к напряжениям τ_{∞} с помощью (4), получаем

$$K_{III\infty} = \tau_{\infty} \sqrt{\pi l} Y_s(\xi), \quad (5)$$

где

$$Y_s(\xi) = 0,375 \frac{\sqrt{\xi}}{\xi^3} (1 + 0,5\xi + 0,375\xi^2 + 0,3125\xi^3 + 0,2734\xi^4 + 0,2058\xi^5).$$

Для КИН $K_{IIIb} < 0$, создаваемого напряжениями τ_Y , действующими в зоне предразрушения, имеем следующее выражение [16]:

$$K_{IIIb} = -\tau_Y \sqrt{\pi l} (2/\pi) \arccos(1 - b/l).$$

В условиях маломасштабной текучести имеет место неравенство $b/l \ll 1$. Тогда с точностью до величин высшего порядка малости справедливо представление $\arccos(1 - b/l) \approx \sqrt{2b/l}$. Окончательно упрощенное выражение для КИН K_{IIIb} имеет вид

$$K_{IIIb} = -\tau_Y \sqrt{\pi l} (2/\pi) \sqrt{2b/l}. \quad (6)$$

После интегрирования в (1) с учетом (3) получаем

$$K_{III\infty} + K_{IIIb} = (\tau_Y - Y_r \tau_*) \sqrt{\pi d/2},$$

откуда, используя выражения (5), (6), находим

$$\sqrt{\frac{2l_*}{d}} \left(Y_s \bar{\tau}_* - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2b_*}{l_*}} \right) = 1 - Y_r \bar{\tau}_*. \quad (7)$$

Здесь $\bar{\tau}_* = \tau_*/\tau_Y = (2M_*/(\pi R^3))/\tau_Y$ — безразмерное критическое напряжение, полученное с использованием достаточного критерия разрушения (2); M_* — критическое значение крутящего момента.

Опуская регулярные члены, выражение для раскрытия трещины продольного сдвига $2u_\theta$ можно представить в виде [14]

$$2u_\theta(-x, 0) = \frac{2K_{III}}{G} \sqrt{\frac{-2x}{\pi}}, \quad x < 0. \quad (8)$$

Критическое смещение берегов фиктивной трещины δ_* в соотношении (2) зависит от запаса пластичности $\gamma_1 - \gamma_0$ и диаметра зоны пластичности a перед вершиной реальной трещины. Для образцов с острой трещиной величина δ_* определяется следующим образом:

$$\delta_* = (\gamma_1 - \gamma_0)a. \quad (9)$$

Предположим, что для образцов из идеально пластического материала с острой трещиной ширина зоны предразрушения a пропорциональна диаметру зоны пластичности [17]:

$$a = (K_{III\infty}/\tau_Y)^2/\pi. \quad (10)$$

Механический смысл соотношений (9), (10) заключается в том, что материал в вершине реальной трещины разрушается в тот момент, когда деформация достигает предельного значения γ_1 .

Преобразуем соотношение (2) сдвоенного критерия с учетом (8)–(10):

$$\frac{2}{G} (K_{III\infty} + K_{IIIb}) \sqrt{\frac{2b_*}{\pi}} = \frac{\gamma_1 - \gamma_0}{\pi} \frac{K_{III\infty}^2}{\tau_Y^2}.$$

Используя (5), (6), получаем уравнение

$$\frac{2\tau_Y}{G} \left(Y_s \bar{\tau}_* - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2b_*}{l_*}} \right) \sqrt{\frac{2b_*}{l_*}} = (\gamma_1 - \gamma_0)(\bar{\tau}_* Y_s)^2. \quad (11)$$

Раскрываем скобки в левой части (11) и в силу $b/l \ll 1$ отбрасываем $2b_*/l_*$ как величину более высокого порядка малости по сравнению с $\sqrt{2b_*/l_*}$. После несложных преобразований с учетом равенства $\tau_Y/G = \gamma_0$ находим относительную критическую длину $\bar{b}_* = b_*/l_*$ зоны предразрушения:

$$\bar{b}_* = (\bar{\gamma}_{III} \bar{\tau}_* Y_s)^2/8.$$

Здесь $\bar{\gamma}_{III} = (\gamma_1 - \gamma_0)/\gamma_0$ — безразмерный параметр, характеризующий запас пластичности при продольном сдвиге. Подставляя найденное значение $\sqrt{2b_*}$ в уравнение (7), находим

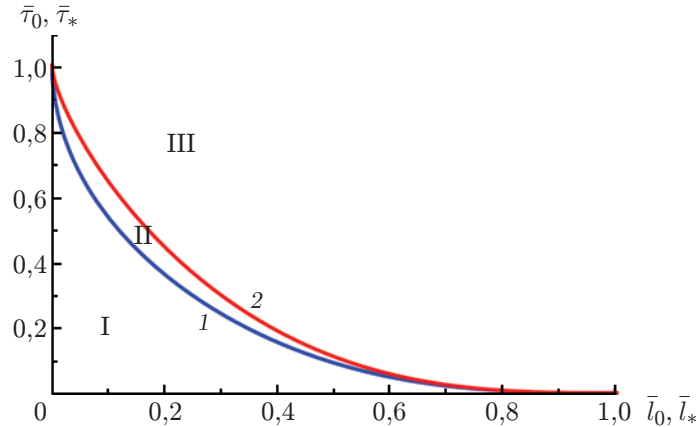


Рис. 5. Диаграммы квазихрупкого разрушения:

I — отсутствие повреждений, II — накопление повреждений, III — разрушение образца; 1 — необходимый критерий, 2 — достаточный критерий

зависимость безразмерной критической нагрузки $\bar{\tau}_* = \tau_*/\tau_Y$ от безразмерной критической длины трещины $\bar{l}_* = l_*/d$:

$$\bar{\tau}_* = [Y_r + Y_s(1 - \bar{\gamma}_{III}/\pi)\sqrt{2\bar{l}_*}]^{-1}. \quad (12)$$

Из условия ограниченности предельной нагрузки $\bar{\tau}_* \leq 1$ получаем

$$\bar{\gamma}_{III} < \pi. \quad (13)$$

Неравенство (13) представляет собой ограничение, при котором имеет место квазихрупкое разрушение в условиях маломасштабной текучести однородного материала в зоне предразрушения.

При $\gamma_1 \rightarrow \gamma_0$ из соотношения (12) получаем соотношение, соответствующее необходимому критерию разрушения:

$$\bar{\tau}_0 = [Y_r + Y_s\sqrt{2\bar{l}_0}]^{-1}. \quad (14)$$

Здесь $\bar{\tau}_0 = \tau_0/\tau_Y$ — безразмерное критическое напряжение, полученное с использованием необходимого критерия разрушения (1); $\bar{l}_0 = l_0/d$ — безразмерная начальная длина трещины. Соотношение (14) описывает хрупкое разрушение материалов. Очевидно, что $\bar{\tau}_0 < \bar{\tau}_*$ при $l_0 < l_*$.

Таким образом, на основе двойного критерия разрушения (1), (2) получены зависимости $\bar{\tau}_0 = \bar{\tau}_0(\bar{l}_0, R)$ (см. (14)) и $\bar{\tau}_* = \bar{\tau}_*(\bar{l}_*, R)$ (см. (12)), связывающие критические напряжения с длинами трещин $\bar{l}_0$, $\bar{l}_*$ и радиусом вала R . Совместив плоскости $(\bar{l}_0, \bar{\tau}_0)$ и $(\bar{l}_*, \bar{\tau}_*)$, построим диаграммы квазихрупкого разрушения вала единичного радиуса с кольцевой плоской трещиной при значении параметра $\bar{\gamma}_{III} = 2$ (рис. 5). При заданной интенсивности нагружения $\bar{\tau}_\infty$ диаграммы квазихрупкого разрушения позволяют оценить состояние тела с трещиной. Две критические кривые $\bar{\tau}_0(\bar{l}_0)$ и $\bar{\tau}_*(\bar{l}_*)$ разделяют плоскость длина трещины — напряжение на три области: область $\bar{\tau}_\infty < \bar{\tau}_0$, где отсутствуют повреждения (область I); область $\bar{\tau}_0 < \bar{\tau}_\infty < \bar{\tau}_*$, в которой имеет место накопление повреждений в материале зоны предразрушения (область II); область $\bar{\tau}_\infty > \bar{\tau}_*$, где образец разрушается при монотонном нагружении (область III).

2. Компьютерное моделирование зон пластичности в окрестности вершины трещины. С увеличением температуры возрастает показатель пластичности, т. е. увеличивается длина площадки текучести, характер разрушения меняется от квазихрупкого

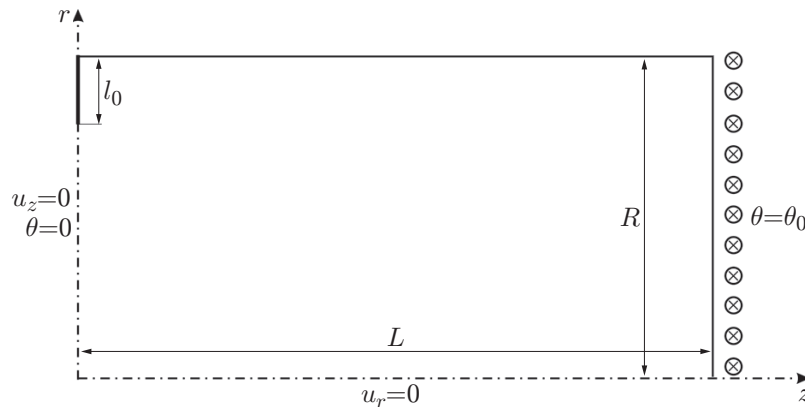


Рис. 6. Схема нагружения меридионального сечения вала

к квазивязкому и далее к вязкому, материал перед разрушением претерпевает большие пластические деформации. В этом случае неприменима модель малых пластических деформаций, которая лежит в основе диаграмм разрушения, полученных в п. 1. Возникает необходимость применения общих уравнений нелинейной механики деформируемого твердого тела для нахождения критических нагрузок.

При численном моделировании реальной формы зоны пластичности в окрестности вершины трещины продольного сдвига используем метод конечных элементов. Рассмотрим меридиональное сечение вала (см. рис. 2) длиной $2L = 200$ мм и радиусом $R = 50$ мм с плоской кольцевой трещиной длиной $l_0 = 10$ мм. Вследствие наличия двух плоскостей симметрии при проведении конечно-элементного анализа рассматривается $1/4$ меридионального сечения (рис. 6). Кинематические граничные условия на осях симметрии r и z заданы в виде $u_z = 0$ и $u_r = 0$ соответственно. Вал нагружен поворотом торца на угол $\theta_0 = 0,01$ рад, на оси r угол поворота равен $\theta = 0$. Материал вала является идеальным упругопластическим и имеет следующие характеристики: модуль Юнга $E = 200$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,25$, предел текучести на сдвиг $\tau_Y = 231$ МПа.

Расчет напряженно-деформированного состояния выполнялся в пакете программ MSC.Marc [18]. Расчетная область разбивалась двумерной неравномерной сеткой, включающей 127 500 восьмиузловых осесимметричных четырехугольных элементов с поворотом, использовалась полная схема интегрирования напряжений (тип 67 в терминологии MSC.Marc). Сетка сгущалась в направлении от торца к оси симметрии r (в соотношении 10 : 1), вблизи оси элементы имели размер (длина ребра) 0,1 мм. В процессе нагружения угол поворота торца θ монотонно возрастал по линейному закону от нуля до θ_0 за 250 шагов по времени. При уровнях нагружения $\bar{\theta} = \theta/\theta_0 > 0,34$ в окрестности вершины трещины возникают большие пластические деформации, поэтому задача решалась в текущей лагранжевой постановке с учетом физической и геометрической нелинейности на основе общих уравнений механики деформируемого твердого тела [19] с использованием в качестве меры напряжений второго тензора напряжений Пиолы — Кирхгоффа, а в качестве меры деформаций — тензора деформаций Грина — Лагранжа.

В расчетах определена форма зон пластичности перед вершиной трещины. На рис. 7 приведено распределение эквивалентных пластических деформаций $\varepsilon^p = \sqrt{2\varepsilon_{ij}^p\varepsilon_{ij}^p/3}$ (ε_{ij}^p — компоненты тензора пластических деформаций) при уровнях нагружения $\bar{\theta} = 0,4; 0,6; 1,0$. Контурные линии на рис. 7 ограничены диапазоном $10^{-4} \div 10^{-2}$ для более детального представления распределения эквивалентных пластических деформаций ε^p . По мере увеличения нагрузки зона пластичности вытягивается в направлении оси трещины, стано-

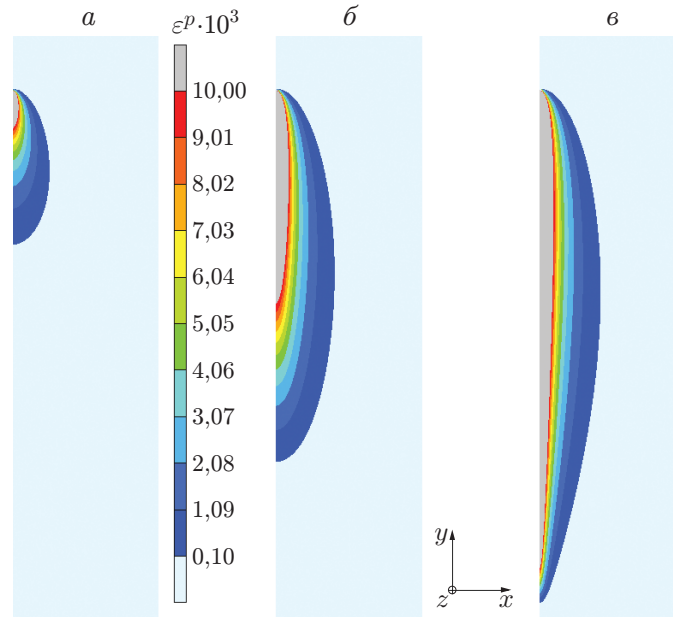


Рис. 7. Формы зоны пластичности в окрестности вершины трещины:
 a — $\bar{\theta} = 0,4$, $б$ — $\bar{\theta} = 0,6$, $в$ — $\bar{\theta} = 1,0$

ваясь более пологой (см. рис. 7,б). При дальнейшем увеличении нагрузки размеры зоны пластичности продолжают возрастать и при достижении максимального значения $\bar{\theta} = 1,0$ она охватывает практически все нетто-сечение (см. рис. 7,в).

При малых значениях параметра нагружения $\bar{\theta} < 0,14$ (случай локализованного пластического течения) размеры области пластичности малы по сравнению с длиной трещины. В этом случае зона пластичности представляет собой расположенный перед вершиной трещины круг, диаметр которого определяется по формуле (10), что подтверждают результаты численного решения. На рис. 8 показана зона пластичности при нагрузке $\bar{\theta} = 0,137$. Форма этой зоны близка к кругу с точностью до экстраполяции значений ε^p в точках гауссова интегрирования на узлы сетки конечных элементов. Приближение локализованного пластического течения оказывается недостаточным при таких уровнях нагрузки, при которых возникают зоны пластичности, размер которых сопоставим с характерными размерами задачи. Аналитическая модель имеет ряд ограничений, которые допускают ее использование только в случае маломасштабной пластичности $b \ll l$ и малой длины площадки текучести $\bar{\gamma}_{III} < \pi$ (13). Последнее неравенство выполняется, например, для жаропрочных сталей.

В случае полномасштабного пластического течения для нахождения критической нагрузки необходимо применять численные методы. Алгоритм нахождения критической нагрузки по необходимому и достаточному критерию с использованием результатов численного расчета имеет следующий вид. Зададим некоторое значение параметра пластичности, например $\bar{\gamma}_{II} = 5$. На каждом шаге по нагрузке $\bar{\tau}_{\infty}$ в результате анализа изолиний зон пластичности определяем ширину зоны пластичности $a = a(\bar{\tau}_{\infty})$ в вершине трещины и поперечное смещение $u_{\theta} = u_{\theta}(\bar{\tau}_{\infty})$ в точке границы зоны пластичности, расположенной на расстоянии $a = a(\bar{\tau}_{\infty})$ от вершины трещины, путем интерполяции по узлам сетки конечных элементов. Критическое значение сдвига δ_* вычисляется по формуле (9). Находим два последовательных шага по нагрузке, на одном из которых выполняется неравенство $u_{\theta} < \delta_*$, а на другом — неравенство $u_{\theta} > \delta_*$. Путем интерполяции по времени определяем нагрузку $\bar{\tau}_*$, при которой поперечное смещение u_{θ} становится равным критическому сдвигу.

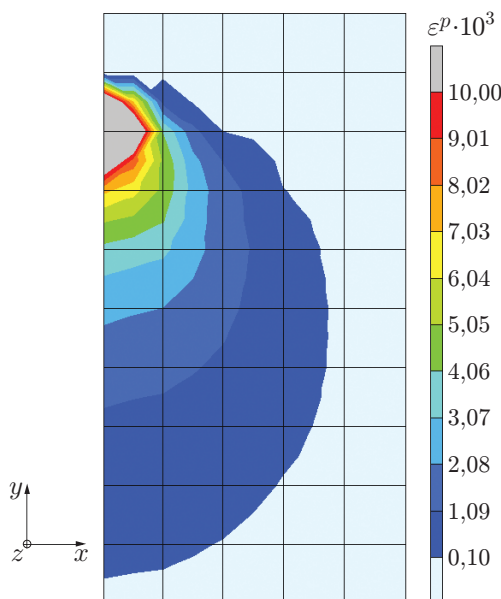


Рис. 8. Форма зоны пластичности в окрестности вершины трещины при низком уровне нагружения

гу δ_* . Полученное значение $\bar{\tau}_*$ является критической нагрузкой, определенной по достаточному критерию (1), (2). С использованием необходимого критерия (1) критическая нагрузка определяется на таком шаге по времени, на котором ближайшие к вершине трещины конечные элементы на интервале d полностью переходят в пластическое состояние. При уровнях нагружения до 0,14 результаты численного расчета хорошо согласуются с результатами расчета по аналитической модели. В условиях полномасштабного пластического течения наблюдается значительное различие размеров зоны пластичности, полученных в геометрически нелинейной постановке и с использованием теории малых деформаций.

Заключение. Для случая маломасштабной текучести предложен двоякий (достаточный) критерий квазихрупкого разрушения по III моде для трещин в упругопластическом материале. Деформационный критерий разрушения сформулирован в вершине исходной трещины, а силовой критерий для касательных напряжений с учетом осреднения — в вершине фиктивной трещины. Длины исходной и фиктивной трещин различаются на длину зоны предразрушения. Для определения параметров предлагаемой модели разрушения достаточно провести два лабораторных эксперимента: 1) определить критический коэффициент интенсивности напряжений, например, в тесте на четырехточечный антисимметричный изгиб; 2) построить диаграмму деформирования материала при кручении тонкостенных цилиндрических образцов. Получены простые, применимые в инженерных расчетах соотношения для критических сдвиговых напряжений, длин зон предразрушения и критического коэффициента интенсивности напряжений для III моды разрушения. В случае если длина зоны предразрушения стремится к нулю, имеет место предельный переход от достаточного критерия разрушения к необходимому критерию. Критические напряжения, полученные по необходимому и достаточному критериям для трещин средней длины, существенно различаются. В рамках предложенной модели критический коэффициент интенсивности напряжений, полученный по достаточному критерию, является переменной величиной, зависящей от характерного линейного размера структуры материала, параметров диаграммы деформирования и длины трещины. Полученные критические параметры являются консервативными оценками критических напряжений.

Результаты численных экспериментов хорошо согласуются с результатами расчетов по аналитической модели разрушения материалов со структурой только в условиях маломасштабной текучести. Предложенная аналитическая модель может быть использована при проведении исследований деформирования и разрушения конструкций из низколегированных сталей, работающих при температурах ниже порога хладноломкости. Эта модель позволит уменьшить количество лабораторных или численных экспериментов, необходимых для оценки разрушающей нагрузки. Как известно, хладноломкость является следствием уменьшения пластичности материала, которая определяется при проведении статических испытаний. Кроме того, в ряде материалов при низкой температуре трещина может пройти сквозь зерно, что в свою очередь приводит к уменьшению трещиностойкости материала. В предлагаемой модели используется неклассическая схема разрушения материала, учитывающая промежуточную фазу кумуляции повреждений в зоне предразрушения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Newman J. C., James M. A., Zerbst U.** A review of the CTOA/CTOD fracture criterion // Engng Fracture Mech. 2003. V. 70. P. 371–385.
2. **Zhu X.-K., Joyce J. A.** Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standartization // Engng Fracture Mech. 2012. V. 85. P. 1–46.
3. **Berto F., Lazzarin P.** Recent developments in brittle and quasi-brittle failure assessment of engineering materials by means of local approaches // Materials Sci. Engng R. 2014. V. 75. P. 1–48.
4. **Weißgraeber P., Leguillon D., Becker W.** A review of finite fracture mechanics: crack initiation at singular and non-singular stress raisers // Arch. Appl. Mech. 2016. V. 86, N 1/2. P. 375–401.
5. **Леонов М. Я., Панасюк В. В.** Развитие мельчайших трещин в твердом теле // Прикл. механика. 1959. Т. 5, № 4. С. 391–401.
6. **Dugdale D. S.** Yielding of steel sheets containing slits // J. Mech. Phys. Solids. 1960. V. 8. P. 100–104.
7. **Нейбер Г.** Концентрация напряжений. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1947.
8. **Новожилов В. В.** О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. 1969. Т. 33, вып. 2. С. 212–222.
9. **Корнев В. М.** Распределение напряжений и раскрытие трещин в зоне предразрушения (подход Нейбера — Новожилова) // Физ. мезомеханика. 2004. Т. 7, № 3. С. 53–62.
10. **Корнев В. М.** Зона предразрушения для трещин продольного сдвига в материалах со структурой // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2011. № 3. С. 102–111.
11. **Корнев В. М., Демешкин А. Г.** Диаграмма квазихрупкого разрушения тел со структурой при наличии краевых трещин // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 6. С. 152–164.
12. **Корнев В. М.** Критические кривые разрушения и эффективный диаметр структуры хрупких и квазихрупких материалов // Физ. мезомеханика. 2013. Т. 16, № 5. С. 25–34.
13. **Leguillon D.** Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch // Europ. J. Mech. A. Solids. 2002. V. 21. P. 61–72.
14. **Керштейн И. М.** Основы экспериментальной механики разрушения / И. М. Керштейн, В. Д. Ключников, Е. В. Ломакин, С. А. Шестериков. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.
15. **Benthem J. P., Koiter W. T.** Asymptotic approximations to crack problems // Methods of analysis and solutions of crack problems. Dordrecht: Springer, 1973. P. 131–178. (Mechanics of fracture; V. 1).

16. **Саврук М. П.** Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. Киев: Наук. думка, 1988. (Механика разрушения и прочность материалов; Т. 2).
17. **Райс Дж.** Математические методы в механике разрушений // Разрушение. М.: Мир, 1975. Т. 2. С. 204–335.
18. **MARC 2018.** V. A. Theory and user information. Santa Ana: MSC.Software Corp., 2018.
19. **Коробейников С. Н.** Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.

*Поступила в редакцию 16/VI 2021 г.,
после доработки — 16/VI 2021 г.
Принята к публикации 27/IX 2021 г.*
