

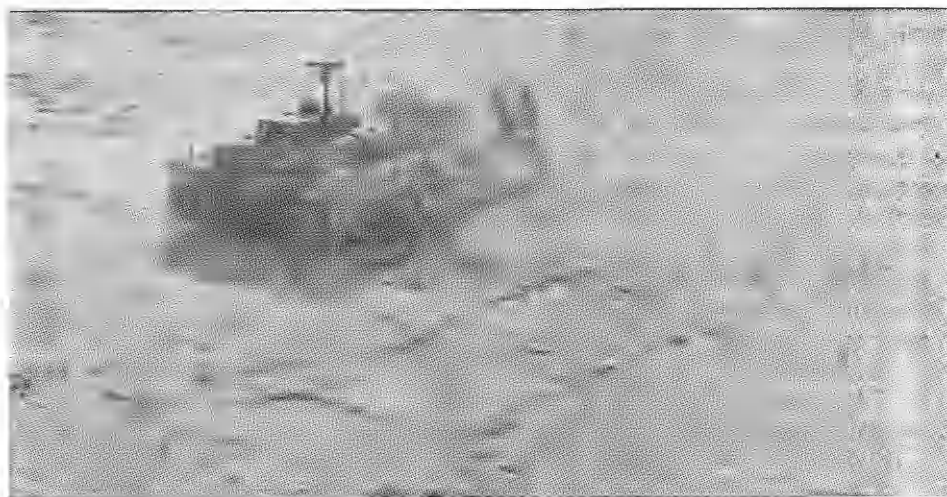
В. М. Козин, В. В. Скрипачев

КОЛЕБАНИЯ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ НАГРУЗКИ

Интерес к задачам динамики ледяного покрова обусловлен целым рядом их практических приложений. К ним относятся и проблемы повышения эффективности открытого сравнительно недавно резонансного метода разрушения льда, реализуемого судами на воздушной подушке (СВП) [1].

Факторы, влияющие на параметры изгибно-гравитационных волн (ИГВ), а значит, и ледакольные качества СВП при его равномерном прямолинейном движении, рассмотрены в [2]. Как показали крупномасштабные модельные и натурные эксперименты с СВП в полевых условиях, возможности резонансного метода могут быть увеличены. Если размеры акватории или параметры судна не позволяют при прямолинейном равномерном движении судна возбудить ИГВ с интенсивностью, достаточной для разрушения льда, то ледяной покров может быть разрушен дополнительной динамической нагрузкой, возникающей при периодическом изменении давления в воздушной подушке (ВП). Осуществляемые таким образом вертикальные колебания СВП с некоторой резонансной частотой ω приводили к возбуждению ИГВ, разрушающих лед на значительной площади. Характер разрушения ледяного покрова показан на рис. 1.

В данной работе исследуется зависимость напряженно-деформированного состояния (НДС) ледяного покрова при распространении в нем волн от действия периодически изменяющейся нагрузки прямоугольной в плане формы. Задача о колебаниях ледяного покрова вследствие действия различного рода нагрузок неоднократно изучалась в ряде работ. Результаты исследований неустановившихся колебаний ледяного покрова, рассматриваемого как упругая пластина, под действием перемещающегося и гармонично изменяющегося давления приведены в [3]. В [4] изучается процесс развития неустановившихся ИГВ, вызванных импульсными возмущениями от смещения дна бассейна. Решение плоской задачи о влиянии периодических возмущений на колебания упругого льда с учетом и без учета дрейфа получено в [5, 6].



Р и с. 1

Анализ известных экспериментально-теоретических исследований динамики пластин на упругом основании говорит о глубокой изученности данной проблемы. Однако вопрос о расчете НДС ледяного покрова в условиях изгибно-гравитационного резонанса (ИГР) остается неисследованным. Данная работа посвящена решению этого вопроса.

1. **Постановка задачи и теоретическое решение.** Многочисленные эксперименты показывают, что при режимах нагружения ледяного покрова резонансными ИГВ лед проявляет вязкоупругие свойства. Поэтому при решении задачи учитываются как пластические, так и упругие свойства льда.

Максимальная частота вертикальных колебаний СВП, которую можно реализовать на практике, значительно меньше величины $2c/h$ (c — скорость поперечных упругих волн в ледяной пластине, h — толщина льда), что позволяет использовать теорию изгиба тонких пластин [6]. Нестационарные изгибно-гравитационные колебания ледяного покрова при вынужденных вертикальных гармоничных колебаниях судна исследуются в линейной постановке. Лед рассматривается как вязкоупругая пластина бесконечной протяженности, поведение которой описывается моделью Кельвина — Фойгта.

Дифференциальное уравнение изгиба ледяного покрова имеет вид

$$(1.1) \quad D \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla^4 w + \rho_1 h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho_2 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} = f(x, y, t),$$

где $D = Gh^3/3$ — цилиндрическая жесткость пластины; G — модуль упругости при сдвиге; τ — время релаксации деформаций; w — прогиб льда; ρ_1, ρ_2 — плотность льда и воды соответственно; $f(x, y, t)$ — распределенная по поверхности льда нагрузка; x, y, t — декартова система координат с осью z , направленной вертикально вверх; Φ — потенциал скорости движения жидкости, удовлетворяющий уравнению

$$(1.2) \quad \nabla^2 \Phi = 0.$$

Граничными условиями для (1.2) являются уравнение (1.1) и равенства

$$\partial w / \partial t = \partial \Phi / \partial z|_{z=0}, \quad \partial \Phi / \partial z|_{z=-H}$$

($H = \text{const}$ — глубина воды). Начальные условия $\Phi(x, y, z, 0) = 0$, $w(x, y, 0) = 0$ выражают отсутствие возмущения в системе лед — вода.

Поскольку решение для произвольной нагрузки получается путем суперпозиции, рассмотрим сначала действие сосредоточенной нагрузки

$$f(x, y, t) = P \delta(x, y) \theta(t).$$

Здесь $P = P_0 \exp(i\omega t)$; $P_0 = \text{const}$; $\delta(x, y)$ — дельта-функция; $\theta(t)$ — функция Хевисайда: $\theta(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0; \end{cases}$ ω — круговая частота вынужденных колебаний.

Решение уравнения (1.2) с учетом граничных условий для прогибов пластины и потенциала скорости записывается в виде

$$w(x, y, t) = \frac{P_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_{\lambda\eta}(t) \exp[-i(\lambda x + \eta y)] d\lambda d\eta,$$

$$\Phi(x, y, t) = \frac{P_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\lambda\eta}(t) \text{ch}[(H+z)k] \exp[-i(\lambda x + \eta y)] d\lambda d\eta.$$

При этом дельта-функция представляется как интеграл

$$\delta(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-i(\lambda x + \eta y)] d\lambda d\eta.$$

Функция $w_{\lambda\eta}(t)$, согласно (1.1), удовлетворяет уравнению

$$(1.3) \quad \left(\rho_1 h + \frac{\rho_2}{k \operatorname{th} kH} \right) \ddot{w}_{\lambda\eta} + D\tau k^4 \dot{w}_{\lambda\eta} + (Dk^4 + \rho_2 g) w_{\lambda\eta} = \exp(pt) \theta(t)$$

и начальным условиям $w_{\lambda\eta}(0) = \dot{w}_{\lambda\eta}(0) = 0$, где $k = \sqrt{\lambda^2 + \eta^2}$, $\rho = i\omega$. Из граничных условий также следует соотношение

$$\Phi_{\lambda\eta}(t) = \frac{1}{k \operatorname{sh} kH} \dot{w}_{\lambda\eta},$$

по которому определяется $\Phi(x, y, t)$.

Решение уравнения (1.3) находится операционным методом. Обозначим через $\bar{w}_{\lambda\eta}(\bar{p})$ преобразование Лапласа функции $w_{\lambda\eta}(t)$:

$$L(w_{\lambda\eta}(t)) = \int_0^{\infty} \exp(-\bar{p}t) w_{\lambda\eta}(t) dt = \bar{w}_{\lambda\eta}(\bar{p}).$$

Тогда получим

$$(1.4) \quad L(\exp(pt)\theta(t)) = 1/(\bar{p} - i\omega), \quad L(\dot{w}_{\lambda\eta}(t)) = \bar{p}\bar{w}_{\lambda\eta}(\bar{p}), \quad L(\ddot{w}_{\lambda\eta}(t)) = \bar{p}^2\bar{w}_{\lambda\eta}(\bar{p});$$

$$w_{\lambda\eta}(\bar{p}) = \frac{n}{(\bar{p} - i\omega)(\bar{p}^2 + l\bar{p} + m)}$$

$$(n = 1/(\rho_1 h + \rho_2/(k \operatorname{th} kH)), \quad l = D\tau k^4 n, \quad m = (Dk^4 + \rho_2 g)n).$$

С помощью формул обращения по (1.4) для $t \geq 0$ находим

$$w_{\lambda\eta}(t) = n \frac{(k_2 - p) \exp(k_1 t) - (k_1 - p) \exp(k_2 t) + (k_1 - k_2) \exp(pt)}{(k_1 - k_2)(p^2 + lp + m)}$$

$$\left(k_1 = -\frac{l}{2} + \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - m}, \quad k_2 = -\frac{l}{2} - \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - m} \right).$$

Пусть теперь распределенная по области Ω плоскости x, y нагрузка имеет вид

$$f(x, y, t) = rq(x, y) \exp(pt)\theta(t).$$

Здесь $r > 0$ — «амплитудный» множитель; $q(x, y)$ — интенсивность нагрузки, связанная с весом СВП соотношением

$$Q = \int_{\Omega} |q(x, y)| dx dy.$$

Тогда

$$(1.5) \quad w(x, y, t) = \frac{r}{(2\pi)^2} \operatorname{Real} \int_{\Omega} \int q(\xi, \zeta) d\xi d\zeta \times$$

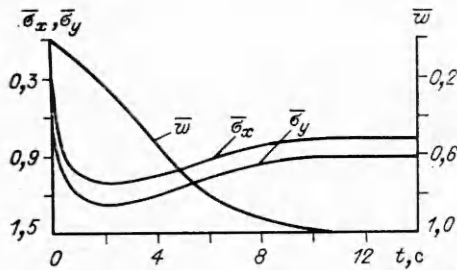
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_{\lambda\eta}(t) \exp\{-i[\lambda(x - \xi) + \eta(y - \zeta)]\} d\lambda d\eta.$$

Полагая, что $q(x, y) = \operatorname{const}$, а нагрузка распределена по площади прямоугольника Ω со сторонами $2a, 2b$ ($-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b$), из (1.5) получим

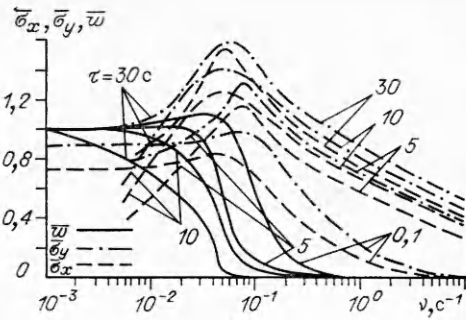
$$w(x, y, t) = \frac{r\bar{q}}{\pi^2} \operatorname{Real} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \lambda a}{\lambda} \frac{\sin \eta b}{\eta} w_{\lambda\eta}(t) \exp[-i(\lambda x + \eta y)] d\lambda d\eta.$$

По известному прогибу w возникающие максимальные напряжения определяются по формулам

$$\sigma_x = \frac{6M_x}{h^2}, \quad \sigma_y = \frac{6M_y}{h^2}, \quad \tau_{xy} = \frac{6M_{xy}}{h^2},$$



Р и с. 2



Р и с. 3

где $M_x = -D \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$; $M_y = -D \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$; $M_{xy} = D(1 - \mu) \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$; μ — коэффициент Пуассона для льда.

Прогиб ледяного покрова w и изгибающие моменты M_x , M_y , M_{xy} представляются в виде суммы двух слагаемых, первое из которых является результатом только вынужденных колебаний системы, а второе — переходным процессом, затухающим с течением времени:

$$w = B(A_1 \exp(pt) + A_2), \quad M_x = BD(A_3 \exp(pt) + A_4),$$

$$M_y = BD(A_5 \exp(pt) + A_6), \quad M_{xy} = BD(1 - \mu)(A_7 \exp(pt) + A_8).$$

Здесь $B = \frac{2q\tau}{\pi^2}$; $A_i = \iint_0^\infty C_i \cos \lambda x \cos \eta y \, d\lambda \, d\eta$, $i = 1, 2, \dots, 8$; $C_1 = \frac{n}{p^2 + \tau p + m} \frac{\sin \lambda a \sin \eta b}{\lambda \eta}$;

$$C_2 = \frac{C_1}{k_1 - k_2} [(k_2 - p) \exp(k_1 t) - (k_1 - p) \exp(k_2 t)] \quad \text{при } k_1 \neq k_2;$$

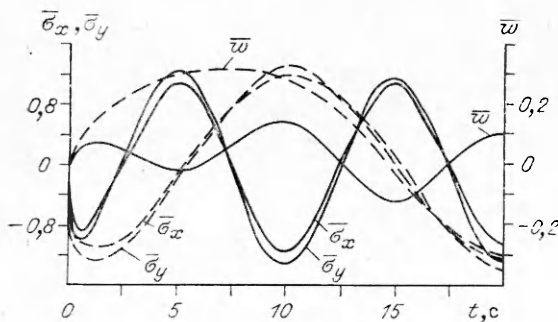
$$C_2 = C_1 [(k_1 - p)t - 1] \exp(k_1 t) \quad \text{при } k_1 = k_2;$$

$$C_3 = (\lambda^2 + \mu\eta^2)(1 + \tau p)C_1; \quad C_4 = (\lambda^2 + \mu\eta^2)(C_2 + \tau\dot{C}_2);$$

$$C_5 = (\eta^2 + \mu\lambda^2)(1 + \tau p)C_1; \quad C_6 = (\eta^2 + \mu\lambda^2)(C_2 + \tau\dot{C}_2);$$

$$C_7 = (1 + \tau p)C_1 \lambda \eta \operatorname{tg} \lambda x \operatorname{tg} \eta y; \quad C_8 = (C_2 + \tau\dot{C}_2) \lambda \eta \operatorname{tg} \lambda x \operatorname{tg} \eta y.$$

Следует отметить, что переходные процессы при свободных колебаниях системы, т. е. при $f = 0$, также определяются корнями k_1 и k_2 . Этот процесс носит затухающий колебательный характер при

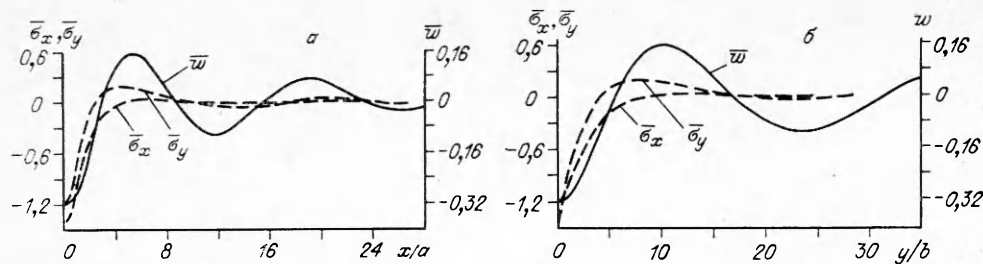


Р и с. 4

$$(1.6) \quad 4\pi^2\nu_c^2 = m - \left(\frac{l}{2}\right) > 0$$

(ν_c — частота свободных колебаний системы).

2. Результаты исследований. По приведенным формулам были выполнены расчеты напряженно-деформированного состояния ледяного покрова при различных частотах ν вынужденных колебаний и временах



Р и с. 5

τ . Расчеты выполнялись при $\mu = 0,33$, $h = 0,5$ м, $H = 5$ м, $\rho_1 = 900$ кг/м³, $a = 10$ м, $\rho_2 = 1000$ кг/м³, $G = 2 \cdot 10^9$ Па, $b = 5$ м, $q = -2000$ Па, $r = 1$, $\tau = 10$ с. В качестве характерного прогиба выбирался статический прогиб ледяного покрова $w_0 = 0,044$ м при $x = y = 0$, а в качестве характерного напряжения $\sigma_0 = 10^6$ Па.

На рис. 2 представлены результаты расчетов $\bar{w} = w/w_0$, $\bar{\sigma}_x = \sigma_x/\sigma_0$ и $\bar{\sigma}_y = \sigma_y/\sigma_0$ в точке $x = y = 0$ при внезапном приложении нагрузки ($v = 0$). Такое нагружение ледяного покрова характеризуется значительным (до 30 %) ростом напряжений и постепенным увеличением прогиба льда. Стабилизация процесса происходит по истечении времени, примерно равного времени релаксации τ .

Расчеты показывают, что НДС ледяного покрова существенно зависит от τ , т. е. параметра, характеризующего вязкостные свойства льда. Разные τ приводят как к качественному изменению характера деформаций, так и к различиям в количественных значениях резонансных частот (рис. 3). Однако, как следует из соответствующей обработки записей затухающих колебаний ледяного покрова [7], значение τ у натурального льда довольно стабильно и лежит в диапазоне 10—15 с. Поэтому наиболее вероятная резонансная частота для расчетной ледовой обстановки $\nu_p = 0,05$ с⁻¹. Это значение практически совпадает с резонансной частотой ИГВ, возбуждаемых движущейся по льду нагрузкой. Максимальные напряжения и деформации ледяного покрова соответствуют частотам вынужденных колебаний из диапазона частот свободных колебаний системы лед — вода, определяемых (1.6).

Развитие процесса выхода на режим вынужденных колебаний льда около положения статического равновесия системы вода — лед — нагрузка представлено на рис. 4 при $\nu = 0,1$ и $0,05$ с⁻¹ (сплошные и штриховые линии). Как следует из расчетов, переходный процесс затухает примерно в течение двух периодов вынужденных колебаний.

Затухание ИГВ в зависимости от расстояния до центра приложения нагрузки при $\nu = 0,05$ с⁻¹ показано на рис. 5 (а — вдоль оси x , б — вдоль оси y).

Данная работа позволяет разработать практические рекомендации для выполнения ледокольных работ резонансным методом, реализуемым с помощью СВП либо другой периодически изменяющейся нагрузки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зуев В. А., Козин В. М. Использование судов на воздушной подушке для разрушения ледяного покрова. — Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 1988.
2. Козин В. М. Модельные исследования поля деформаций ледяного покрова от действия движущейся по нему нагрузки. — Комсомольск-на-Амуре, 1985. — Деп. в ЦНИИ «Румб» 01.10.85, № ДР-2313.
3. Букатов А. Е., Черкесов Л. В. Неустойчившиеся колебания ледяного покрова, вызываемые периодически перемещающимися давлениями // Морские гидрофизические исследования. — Севастополь: МГИ АН УССР, 1969. — № 2 (44).
4. Букатов А. Е., Ярошенко А. А. Неустойчившиеся изгибно-гравитационные волны от импульсных возмущений в условиях ледового сжатия // Теоретические и экспериментальные исследования поверхностных и внутренних волн. — Киев: Изд-во АН УССР, 1980. — № 12.

5. Букатов А. Е., Черкесов Л. В. Неустойчивые колебания дрейфующего в неоднородном море ледяного покрова, вызванные периодическими возмущениями // Тр. ААНИИ.— Л.: Гидрометеопиздат, 1979.—Т. 357.
 6. Хейсин Д. Е. Динамика ледяного покрова.— Л.: Гидрометеопиздат, 1967.
 7. Козин В. М. Релаксационные свойства ледяного покрова.— Горький, 1982.— Деп. в ВИНТИ 21.10.82, № 5890-82.

г. Комсомольск-на-Амуре

Поступила 26/VII 1991 г.

УДК 539.38.381

В. М. Елькин

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ ПРОСТОМ СДВИГЕ

Известно, что тепловыделение, сопровождающее процесс пластического деформирования в условиях слабого теплоотвода, может привести к локализации пластической деформации с образованием так называемых полос адиабатического сдвига. Механизм образования таких полос, предложенный в [1], сводится к тому, что выделяемое при пластическом деформировании тепло в условиях динамического нагружения не успевает распространиться по объему тела. Локальное падение прочности в нагретой зоне приводит к интенсификации в ней пластического сдвига и, следовательно, к еще большему выделению тепла. Процесс, таким образом, развивается катастрофически вплоть до плавления материала в зонах локализованного сдвига. Необходимым условием реализации этой модели является наличие существенного термического разупрочнения материала. Конкурирующие процессы деформационного упрочнения и термического разупрочнения определяют существование максимума на кривой деформирования при некотором критическом значении деформации.

Образование адиабатических полос сдвига сопровождается такие процессы, как механическая обработка, пробивание отверстий, взрывное компактирование и др. Обзор экспериментальных наблюдений локализации пластического течения содержится в [2].

Теоретические исследования адиабатического сдвига развивались по направлениям линейного анализа устойчивости решений системы дифференциальных уравнений, описывающих пластичное течение при простом сдвиге [3—5], и непосредственного численного моделирования [6, 7] локализации пластического течения.

В настоящей работе рассмотрено влияние параметров определяющего уравнения на развитие адиабатических полос сдвига.

1. Постановка задачи. Рассмотрим простой сдвиг в неограниченном толщиной d слое изотропного упругопластического материала. Нижняя граница слоя закреплена неподвижно, а верхняя движется с постоянной скоростью V в направлении оси y' :

$$y' = Y' + u(x', t), \quad x' = X', \quad z' = Z', \quad T' = T'(x', t),$$

где x' , y' , z' — текущие, а X' , Y' , Z' — начальные координаты точки; u' — смещение в направлении оси y' ; T' — температура; t' — время. Оси y' , z' лежат в плоскости нижней границы слоя, а ось x' направлена по нормали к этой плоскости.

Запишем уравнения движения и теплопроводности в виде

$$(1.1) \quad \rho \partial^2 u' / \partial t'^2 = \partial \sigma' / \partial x', \quad \rho c \partial T' / \partial t' = \lambda \partial^2 T' / \partial x'^2 + \gamma \sigma' \partial \epsilon / \partial t'$$

при следующих граничных и начальных условиях:

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \partial u' / \partial t'(0, t') &= 0, \quad \partial u' / \partial t'(d, t') = V, \\ u'(0, t') &= 0, \quad u'(d, t') = V t', \quad \partial T' / \partial x'(0, t') = 0, \quad \partial T' / \partial x'(d, t') = 0, \\ u'(x', 0) &= 0, \quad T'(x', 0) = T'_0(x'), \quad \partial u' / \partial t'(x', 0) = x' V / d. \end{aligned}$$