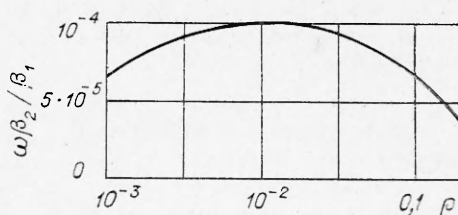


откуда видно, что в то время как на характеристики линейных акустических возмущений процессы динамической и тепловой релаксации влияют одинаково сильно, «релаксационная вязкость», уравнивающая нелинейное «укручение» слабонелинейных волн, определяется в основном динамической релаксацией. Поэтому, в частности, можно приближенно рассматривать распространение таких волн, используя двухскоростную однотемпературную модель двухфазной смеси, но односкоростная двухтемпературная модель оказывается неадекватной.

Соотношение между порядками величины двух членов в правой части уравнения (3.4) определяется величиной параметра  $\omega\beta_2/\beta_1$ , где  $\omega$  по-прежнему представляет собой характерную частоту волны. Зависимость этого параметра от  $\rho$  при  $\Omega = 10^{-3}$  приведена на фиг. 3; такие зависимости, отвечающие разным  $\Omega$ , как и аналогичные зависимости коэффициента затухания  $m$ , имеют максимумы при  $\rho \leq 0,01$ . При соответствующих значениях концентрации относительные эффекты диссипации оказываются особенно сильными.



Ф и г. 3

Поступила 3 III 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Крайко А. Н., Нигматулин Р. И., Старков В. К., Стернин Л. Е. Механика многофазных сред.— В кн.: Гидромеханика. Т. 6 (сер. Итоги науки и техники). М.: ВИНТИ, 1972.
2. Золотарев П. П. О распространении слабых возмущений в смесях.— Изв. АН СССР. Мех. и машиностр., 1964, № 4.
3. Попов В. С. О распространении малых возмущений в газах, содержащих во взвешенном состоянии твердые частицы.— Инж.-физ. журн., 1968, т. 14, № 4.
4. Marble F. E. Dynamics of dusty gases.— In.: Annual Review of Fluid Mechanics. Vol. 2. Palo Alto, Calif., 1970. Рус. пер. Сб. пер. Механика, 1971, № 6.
5. Davidson G. A. A Burgers' equation approach to finite amplitude acoustics in aerosol media.— J. Sound and Vibration, 1975, vol. 38, N 4.
6. Борисов А. А., Вахгельт А. Ф., Накоряков В. Е. Распространение длинноволновых возмущений конечной амплитуды в газовзвесах.— ПМТФ, 1980, № 5.
7. Борисов А. А., Вахгельт А. Ф. Волновые процессы в двухфазных средах с твердыми частицами.— В кн.: Волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1980.
8. Буевич Ю. А., Марков В. Г. Реологические свойства мелкодисперсных суспензий. Нестационарные течения.— Инж.-физ. журн., 1978, т. 34, № 6.
9. Буевич Ю. А., Корнеев Ю. А. Дисперсия тепловых волн в зернистом материале.— Инж.-физ. журн., 1976, т. 31, № 1.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехтеориздат, 1954.
11. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
12. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.

УДК 532.529

### К УСТОЙЧИВОСТИ КАПЕЛЬ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ

В. А. Архипов, И. М. Васенин, В. Ф. Трофимов

(Томск)

Определение условий устойчивости системы сталкивающихся капель представляет интерес не только как одна из классических задач механики жидкости, но является актуальным при решении ряда прикладных вопросов. Достаточно подробный анализ работ по данной проблеме, выполненных до 1970 г., приведен в [1]. В последнее десятилетие интерес к физике процесса взаимодействия капель стимулировался разви-

тием газодинамики двухфазных течений в соплах. Однако до настоящего времени закономерности столкновения, деформации, слияния и дробления капель окончательно не выяснены.

В данном сообщении представлены результаты экспериментального и аналитического исследования устойчивости системы двух сталкивающихся капель идеальной жидкости. Для количественного описания процесса взаимодействия капель использовались следующие безразмерные критерии, полученные методами теории подобия и размерностей [2, 3]:

(1)  $\gamma = D_2/D_1$  — отношение диаметров капель;  $We = \rho u^2 D_1/\sigma$  — число Вебера;  $\Omega = |M|/[(D_0/2)^{7/2} \sqrt{\rho\sigma}]$  — нормализованный угловой момент.

Здесь

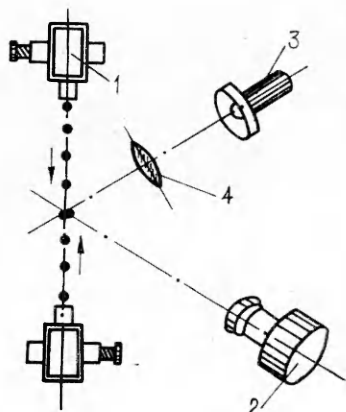
$$(2) \quad M = m_1 m_2 u \delta / (m_1 + m_2), \quad D_0 = (D_1^3 + D_2^3)^{1/3},$$

где  $m_1, m_2$  — массы сталкивающихся капель;  $\delta$  — прицельное расстояние;  $M$  — угловой момент системы капель.

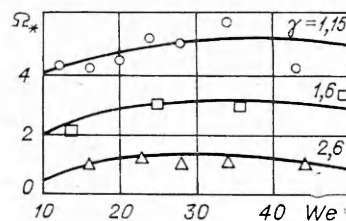
Для капель воды силы, обусловленные вязкостью, пренебрежимо малы по сравнению с силами поверхностного натяжения и инерционными силами, поэтому влияние критериев, содержащих вязкость (например,  $Lr = \rho\sigma D_2/\eta^2 \sim 10^5$ ,  $Re = \rho u D_1/\eta \sim 10^3$ ), несущественно.

Экспериментальное исследование типов взаимодействия водяных капель в широком диапазоне значений  $We = 0,1-120$  (при  $\gamma = 1,9$ ) показало, что для  $We = 15-50$  взаимодействие характеризуется слиянием капель с последующим возможным дроблением под действием центробежных сил [2]. Следовательно, в этом диапазоне значений числа Вебера целесообразно искать границу устойчивости системы капель. Нами исследованы условия устойчивости системы двух сталкивающихся капель в диапазонах  $\gamma = 1,15-2,6$ ;  $We = 10-50$ . Исследование процесса столкновения капель проводилось на установке (фиг. 1), состоящей из двух генераторов 1, создающих встречные потоки капель, диаметры которых можно изменять в диапазоне от  $0,3 \cdot 10^{-3}$  до  $1,2 \cdot 10^{-3}$  м. Исследовались столкновения капель дистиллированной воды (плотность, динамическая вязкость и поверхностное натяжение соответственно равны  $\rho = 10^3 \text{ кг} \times \text{м}^{-3}$ ,  $\eta = 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^{-1} \text{ с}^{-1}$ ,  $\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-2}$  при  $+20^\circ\text{C}$ ). Относительные скорости сталкивающихся капель  $u$  менялись в диапазоне от 1 до 5 м·с<sup>-1</sup>. С целью получения пространственной картины съемка велась двумя кинокамерами СКС-1м 2, расположенными под прямым углом друг к другу и перпендикулярно потокам капель. Поле съемки освещалось фотолампами 3 с фокусирующей системой 4, обеспечивающей проведение киносъемки теньевым методом. (Вторая кинокамера и система подсветки, расположенные симметрично относительно потоков капель, на фиг. 1 не показаны.) Скорость съемки составляла 1500—3000 кадр/с. Полученные две

синхронные кинограммы процесса обрабатывались совместно на дешифраторе. Результаты обработки более 300 столкновений представлены на фиг. 2 в виде зависимости  $\Omega_*(\gamma, We)$  ( $\Omega_*$  — критическое значение нормализованного углового момента). Здесь же приведены аппроксимирующие кривые, по-



Ф и г. 1



Ф и г. 2

лученные методом наименьших квадратов:

$$\Omega_* = 11,38 - 9,50\gamma + 0,13 We - 0,88 \cdot 10^{-2}\gamma We - 0,16 \cdot 10^{-2} We^2 + 1,90\gamma^2.$$

Если при фиксированных  $\gamma$ ,  $We$  значения  $\Omega$  находятся выше кривой  $\Omega_*$ , то система капель неустойчива и распадается после взаимодействия; если значения  $\Omega$  попадают в область устойчивости (ниже кривой  $\Omega_*$ ), то наблюдается слияние капель.

В рамках модели идеальной жидкости можно получить аналитическую оценку критических условий при столкновениях капель. Будем искать зависимость  $\Omega_*$  только от критерия  $\gamma$ , предположив, что при рассматриваемом типе взаимодействия, характерном для  $We = 10-50$  [2], зависимость  $\Omega_*$  от  $We$  несущественна. Справедливость этого предположения подтверждается экспериментальными результатами, представленными на фиг. 2. Рассмотрим упрощенную модель касательного столкновения, при котором прицельное расстояние  $\delta \cong D_1/2 + D_2/2$ . (Так как  $\delta$  не входит явно в искомую зависимость  $\Omega_*(\gamma)$ , последняя будет справедлива и для столкновений, не являющихся касательными.) Если при касательном столкновении момент  $\Omega$  меньше критического, то следует ожидать слияния капель; при этом система сливающихся капель будет вращаться, а их центры масс сближаться. В случае  $\Omega > \Omega_*$  происходит распад капель, при котором капли, коснувшись поверхностями, будут удаляться друг от друга. При  $\Omega = \Omega_*$  капли вращаются, не распавшись и не сливаясь вокруг центра масс системы.

Условия равновесия в последнем случае можно найти из вариационного принципа минимума потенциальной энергии [4], приравняв нулю первую вариацию потенциальной энергии системы во вращающейся системе координат при постоянной угловой скорости вращения  $\omega$ . Выражение для потенциальной энергии системы капель имеет вид [4]

$$(3) \quad E = -(1/2)I\omega^2 + \sigma S,$$

где  $I$  — момент инерции системы.

При вычислении площади  $S$  приближенно будем считать ее равной сумме поверхностей двух капель  $S_1$ ,  $S_2$  за вычетом удвоенной площади контакта. Тогда с точностью до величины  $h^2$  (фиг. 3) получим

$$(4) \quad S = S_1 + S_2 - 2\pi h D_1 D_2 / (D_1 + D_2),$$

где  $h = h_1 + h_2$  — глубина погружения.

Так как при взаимодействии влияние вязкости не учитывается, то при вращении капель в условиях равновесия будем рассматривать только вращение их центров масс относительно общего центра масс системы. Вращением каждой капли вокруг собственного центра масс будем пренебрегать. В этом приближении момент инерции системы относительно ее центра масс имеет вид

$$(5) \quad I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left( \frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} - h \right)^2.$$

Подставляя (4), (5) в (3), получим выражение для потенциальной энергии во вращающейся системе координат:

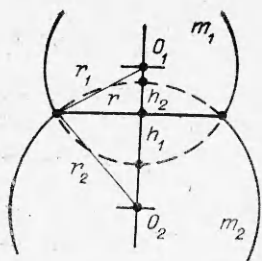
$$E = -\frac{1}{2} \omega^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left( \frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} - h \right)^2 + \sigma (S_1 + S_2) - 2\pi h \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2}.$$

Система капель находится в равновесном состоянии, если в окрестности  $h = 0$  при  $\omega = \text{const}$  вариация

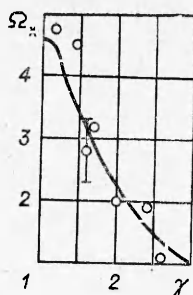
$$(6) \quad \delta E = \omega^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left( \frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} - h \right) - 2\pi \sigma \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2} = 0.$$

Подставляя в (6) выражения (1), (2) и связь  $M = I\omega$ , получим

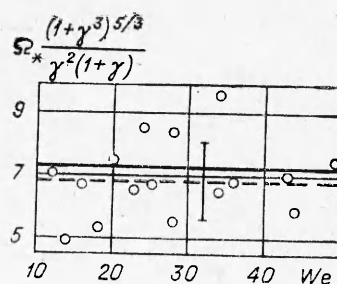
$$(7) \quad \Omega_* \frac{(1 + \gamma)^{5/3}}{\gamma^2 (1 + \gamma)} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} = 7,26.$$



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

На фиг. 4 представлена зависимость  $\Omega_*(\gamma)$ , рассчитанная по формуле (7) (сплошная линия). Здесь же приведены экспериментальные точки  $\Omega_*(\gamma)$ , осредненные по  $We$ . Экспериментальные точки для комплекса, входящего в левую часть (7), приведены на фиг. 5 в зависимости от критерия  $We$ . С учетом разброса экспериментальных данных эти точки ложатся вокруг значения  $6,84 + 1,3$ , что удовлетворительно согласуется с аналитической оценкой.

В пределах исследованных диапазонов изменения определяющих процесс критериев  $We = 10-50$ ,  $\gamma = 1,15-2,6$  зависимость (7) может быть рекомендована для оценки границ устойчивости системы двух сталкивающихся капель идеальной жидкости.

Поступила 23 III 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев А. Д. Слияние капель жидкости при соударениях. — В кн.: Физика облаков и искусственных воздействий. Вып. 89. М.: изд. ЦАО, 1969.
2. Архипов В. А., Ратанов Г. С., Трофимов В. Ф. Экспериментальное исследование взаимодействия капель при столкновениях. — ПМТФ, 1978, № 2.
3. Архипов В. А., Васенин И. М., Трофимов В. Ф. Экспериментальное исследование устойчивости вязких капель при столкновениях. — В кн.: Физическая гидродинамика и теплообмен. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1978.
4. Бабский В. Г., Копачевский Н. Д., Мышкин А. Д., Слобожанин Л. А., Тющцов А. Д. Гидромеханика невесомости. М.: Наука, 1976.

УДК 533.6.01

#### ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТРУЙНОГО ОБТЕКАНИЯ КЛИНА

В. И. Трошин

(Вологда)

В работе дано точное общее решение задачи о струйном обтекании клина (и пластинки) потоком газа (в частности, несжимаемой жидкости) в случае, когда критическая точка находится на вершине клина. Получены функция тока и соотношения, устанавливающие связь между параметрами клина, потока и расположением клина. В качестве примера полученное общее решение применяется для решения задачи обтекания клина на поверхности беспредельного потока, которая является обобщением одной из задач, поставленных Н. Е. Жуковским. Показывается, что общее решение содержит решение для всех ранее разобранных частных случаев задачи.

1. Набегающая на клин ( $l_1$  и  $l_2$  — длины щек,  $2\alpha$  — угол раствора клина) с дозвуковой скоростью  $V_0$  струя газа ширины  $H$  и расходом  $Q$ , составляющая с осью клина (ось  $x$ ) угол  $\mu$ , делится в критической точке  $O$  на вершине клина на две струи шириной  $H_1$  и  $H_2$  с расходами  $Q_1$  и  $Q_2$ , составляющие с осью клина углы  $\delta$  и  $\gamma$  (фиг. 1). Эта классическая задача впервые рассматривалась для несжимаемой жидкости А. П. Котельниковым [1], который дал решение для частного случая  $Q_1 = Q_2$ . В работе Н. Е. Жуковского [2] указано, что его метод допускает решение и при  $Q_1 \neq Q_2$ , однако само решение не дано. Общее решение задачи ( $Q_1 \neq Q_2$ )