

УДК 539.374

## ОСЦИЛЛЯЦИИ ФРОНТА ПЛАСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО НАГРУЖЕНИЯ

Ю. И. Мещеряков, Г. Г. Савенков\*

Институт проблем машиноведения РАН, 199004 Санкт-Петербург

\* ФГУП Научно-производственное предприятие "Краснознаменец", 195043 Санкт-Петербург

Рассмотрены две модели распространения упругопластических волн в металлах при одноосном деформировании. Первая модель основывается на описании пластической деформации, осуществляющейся за счет движения дислокаций при их гетерогенном зарождении. Во второй модели предполагается, что пластическая деформация осуществляется за счет движения диполей частичных дисклинаций. Показано, что в обоих случаях при определенных условиях возможны затухающие колебания фронта пластической волны, зафиксированные в опытах по ударному нагружению плоских образцов из стали марки 28ХЗСНМФА.

Особенности упругопластического деформирования при ударно-волновом нагружении металлов, а также интенсивные изменения их дефектной структуры на микроуровне в процессе распространения ударных волн должны адекватно отражаться в физико-математических моделях поведения материалов. Деформационное упрочнение, релаксация сдвиговых напряжений, размытие волн разгрузки за счет эффекта Баушингера и т. д. в основном описываются дислокационными [1, 2], реже дисклинационными [3] моделями релаксационного типа.

Однако в ряде экспериментов по высокоскоростному нагружению материалов зафиксированы затухающие колебания фронта пластической волны, которые не описываются существующими моделями. Методика этих испытаний, основанная на регистрации методами лазерной интерферометрии движения свободной поверхности образцов (дисков диаметром 52 мм и толщиной до 10 мм) при их ударном нагружении, достаточно подробно изложена в ряде работ (см., например, [4]).

Затухающие колебания зарегистрированы для стали марки 28ХЗСНМФА при начальных скоростях удара  $V_0 = 80; 84; 97,5; 100; 100,6; 130,9; 142,2; 150; 311; 376; 384$  м/с.

Типичная кривая осцилляций приведена на интерферограмме (рис. 1) и диаграмме  $U-t$  (рис. 2) для образца, нагруженного со скоростью удара 311 м/с.

Во всех случаях осцилляции на фронте пластической волны длятся не более 0,15–0,3 мкс и возникают сразу после прохождения упругого предвестника, что указывает на существенные структурные перестройки в металле после его прохождения.



Рис. 1

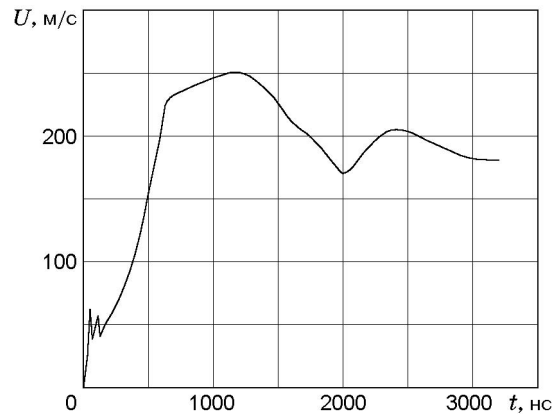


Рис. 2

Основываясь на современных представлениях физики прочности и пластичности [5–8], можно ожидать, что в процессе динамического нагружения в данном случае (при учете степени легирования стали) наиболее вероятен гетерогенный механизм зарождения дислокаций. Этот механизм может работать как на упругом предвестнике, так и на фронте пластической волны. Кроме того, если за упругим предвестником плотность дислокаций достигает критического значения, то их часть, ранее хаотически распределенная, собирается (вблизи имеющихся в материале) в конечные стенки, которые, являясь зародышами ротационной деформации, т. е. диполями частичных дисклинаций, формируют границы ячеек (фрагментов) [7, 8]. Поскольку взаимодействие диполей инициирует зарождение новых диполей, созданных уже имеющимися диполями частичных дисклинаций [8], процесс перестройки внутренней структуры аналогичен гетерогенному механизму зарождения дислокаций, причем в ходе перестройки пластическая деформация осуществляется практически только за счет движения диполей.

Рассмотрим первый вариант развития процесса, когда пластическая деформация осуществляется за счет движения дислокаций при их гетерогенном зарождении, и выведем определяющее уравнение, описывающее распространение упругопластических волн при одноосном деформировании.

Одним из возможных механизмов лавинообразного зарождения дислокаций является так называемый кинематический механизм [9]. В соответствии с этим механизмом каждая движущаяся с высокой скоростью дислокация вследствие неустойчивости ядра порождает по две новых дислокации, одна из которых продолжает движение вместе с первичной, а вторая, противоположного знака, движется в обратном направлении. При таком механизме процесс размножения происходит лавинообразно, причем первичными могут быть подвижные дислокации, зародившиеся за счет поперечного скольжения по регенеративному закону.

Для количественного учета зарождающихся дислокаций по описанному выше механизму обозначим через  $f$  отношение плотности гетерогенно зародившихся дислокаций к плотности подвижных дислокаций, размножающихся по регенеративному механизму:

$$f = N_{mr}/(N_{m0} + \alpha\gamma), \quad (1)$$

где  $N_{m0}$  — начальная плотность подвижных дислокаций;  $\alpha$  — коэффициент размножения дислокаций;  $\gamma$  — деформация сдвига. При превышении некоторого порогового значения амплитуды импульсного давления приращение величины  $f$  (1) увеличивается пропорционально скорости сдвиговой деформации [10]:

$$df \sim d\gamma. \quad (2)$$

Очевидно, что приращение (2) отношения (1) должно увеличиваться пропорционально самому этому отношению  $f$ , поскольку новые дислокации играют роль новых источников:

$$df = kf d\gamma, \quad (3)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, характеризующий интенсивность процесса гетерогенного зарождения дислокаций. Поскольку гетерогенное размножение, в отличие от гомогенного, предполагает, что в материале имеются концентраторы напряжения, создающие существенную неоднородность поля напряжения, коэффициент  $k$  должен зависеть от приложенного напряжения. Известно, что с ростом касательных напряжений эффективность концентраторов напряжений снижается, поэтому можно ожидать, что с ростом касательных напряжений коэффициент  $k$  будет уменьшаться:

$$k = H_1/\tau, \quad (4)$$

где  $H_1$  — константа;  $\tau$  — напряжение сдвига.

Интегрируя уравнение (3) по времени, с учетом (1) и (4) получим следующую зависимость для плотности гетерогенно зародившихся подвижных дислокаций:

$$N_{mr} = N_{mp} \exp(H_1\dot{\gamma}/\tau),$$

где  $N_{mp}$  — плотность гомогенно зародившихся дислокаций; точка над символом означает дифференцирование по времени вдоль траектории движения элемента среды.

Суммарная плотность подвижных дислокаций за счет обоих механизмов размножения

$$N_m = N_{mp} + N_{mr} = N_{mp}(1 + \exp(H_1\dot{\gamma}/\tau)). \quad (5)$$

Так как гетерогенное зарождение дислокаций протекает лавинообразно и при больших скоростях деформации, то в (5) единицей можно пренебречь. В результате получим

$$N_m = (N_{m0} + \alpha\gamma) \exp(H_1\dot{\gamma}/\tau). \quad (6)$$

Кроме соотношения (6), определяющего плотность подвижных дислокаций, необходимо получить зависимость, связывающую среднюю скорость дислокаций  $V$  со скоростью деформации сдвига. Многие экспериментальные данные достаточно точно описываются экспоненциальной формой зависимости

$$V = c_t \exp((- \tau_0 + H\gamma)/\tau), \quad (7)$$

где  $c_t$  — скорость поперечных звуковых волн;  $\tau_0$  — характеристическое напряжение торможения дислокаций;  $H$  — константа упрочнения материала, учитывающая процессы стопорения дислокаций друг на друге при их высокой плотности.

Увеличение подвижности дислокаций с ростом скорости деформации можно учесть уменьшением характеристического напряжения  $\tau_0$  в зависимости, аналогичной (7). В итоге зависимость скорости дислокаций от напряжения и скорости деформации может быть записана в виде

$$V = c_t \exp((- \tau_0 + H_2\dot{\gamma})/\tau), \quad (8)$$

где  $H_2$  — коэффициент пропорциональности. Выражение (8) означает, что подвижность дислокаций имеет двойственную природу — термоактивационную и атермическую. Слагаемое  $\tau_0$ , зависимость которого от температуры исследовалась в работах [11, 12], учитывает термоактивационные процессы, слагаемое  $H_2\dot{\gamma}$  — атермические. Подставляя (6) и (8) в известное уравнение для скорости пластической деформации сдвига  $\dot{\gamma} = bN_mV$  ( $b$  — вектор Бюргерса), а затем в уравнение для одноосного деформированного состояния в упругопластическом материале, реализующегося за фронтом плоской ударной волны:

$$\sigma - (\lambda + 2G)\varepsilon = -(8/3)G\gamma,$$

где  $\lambda, G$  — параметры Ламе;  $\sigma$  — нормальное напряжение в направлении распространения волны;  $\varepsilon$  — полная (упругая и пластическая) деформация в направлении распространения волны, получим определяющее уравнение в следующем виде:

$$\sigma - \rho_0 c^2 \varepsilon = -(8/3) G b c_t (N_m + \alpha \gamma) \exp((-\tau_0 - (H_1 + H_2) \dot{\gamma}) / \tau), \quad (9)$$

где  $c$  — продольная скорость звука.

Поскольку увеличение плотности подвижных дислокаций (см. (6)) и их скорости (см. (8)) приводит к росту общей скорости деформации и на макроскопическом уровне неразличимы, сумму коэффициентов  $H_1$  и  $H_2$  в уравнении (9) можно заменить одним коэффициентом.

С учетом соотношений, справедливых для одноосной деформации изотропного материала:

$$\sigma - (\lambda + 2G)\varepsilon = -(8/3)G\gamma; \quad (10)$$

$$\tau = (3/4)(\sigma - (\lambda + (2/3)G)\varepsilon), \quad (11)$$

уравнение (9) можно записать только в терминах сдвиговой и полной деформации

$$\dot{\gamma} = \gamma_*(1 + M\gamma) \exp((-\tau_* - B_*\dot{\gamma}) / (\varepsilon - 2\gamma)), \quad (12)$$

где  $\gamma_* = b c_t N_{m0}$ ;  $M = \alpha / N_{m0}$ ;  $\tau_* = \tau_0 / G$ ;  $B_* = (H_1 + H_2) / G$ .

Для одноосного деформирования изотропного материала определяющее уравнение (12) в совокупности с уравнениями динамики сплошной среды

$$\rho_0 \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

образует замкнутую систему уравнений, описывающих динамическое деформирование с учетом инерционных эффектов. Здесь  $u_1$  — скорость перемещения частиц среды в направлении распространения волны  $x$ ;  $\sigma_{11}$  — компонента напряжения в направлении распространения волны;  $\varepsilon_{11}$  — компонента полной (упругой и пластической) деформации в направлении распространения волны. В дальнейшем индекс 11 при компонентах напряжения и деформации опускается, а нижние индексы  $t$  и  $x$  означают дифференцирование по времени и координате соответственно. Уравнения (13) могут быть сведены к одному уравнению второго порядка  $\sigma_{xx} - \rho_0 \varepsilon_{tt} = 0$ , которое с учетом соотношения (10) также может быть выражено в терминах полной и сдвиговой деформаций:

$$\varepsilon_{xx} - (1/c^2)\varepsilon_{tt} - (8/3)(G/(\rho_0 c^2))\gamma_{xx} = 0. \quad (14)$$

Из уравнения (12) выразим полную деформацию

$$\varepsilon = 2\gamma - \tau_*/\delta + (B_*\dot{\gamma})\delta, \quad (15)$$

где  $\delta = \ln(\dot{\gamma}_t / (\gamma_*(1 + M\dot{\gamma})))$ , и, подставляя (15) в (14), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \delta(\tau_* - B_*\dot{\gamma}_t)(\delta_{xx} - (1/c^2)\delta_{tt}) - 2B_*\delta(\dot{\gamma}_x\delta_x - (1/c^2)\dot{\gamma}_t\delta_t) - \delta^2 B_*(\dot{\gamma}_{txx} - (1/c^2)\dot{\gamma}_{ttt}) - \\ & - 2(\tau_* - B_*\dot{\gamma}_t)(\delta_x^2 - (1/c^2)\delta_t) + \delta^3((2 - (8/3)G/(\rho_0 c^2))\dot{\gamma}_{xx} - (1/c^2)\dot{\gamma}_{tt}) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Решение уравнения (16) ищем в виде экспоненты

$$1 + M\gamma = \Gamma(x, t) \exp(-K(x - c_p t)), \quad (17)$$

где предэкспонента  $\Gamma(x, t)$  в общем случае является функцией координат и времени;  $c_p = \omega/K$  — скорость стационарного пластического фронта;  $K$  — волновое число.

В частном случае при  $\Gamma = \text{const}$   $\delta$  также является константой и уравнение (17) линеаризуется:

$$(2 - (8/3)G/(\rho_0 c^2))\dot{\gamma}_{xx} - (2/c^2)\dot{\gamma}_{tt} - (B_*/\delta)(\dot{\gamma}_{txx} - (1/c^2)\dot{\gamma}_{ttt}) = 0, \quad (18)$$

где  $\delta = \ln(\omega/(\gamma_* M)) = \text{const}$ .

Уравнению в частных производных (18) соответствует дисперсионное уравнение

$$B_*\omega/z = \ln(\omega/(\gamma_*M)), \quad (19)$$

где  $z = 2(c_r^2 - c_p^2)/(c^2 - c_p^2)$ ;  $c_r$  — объемная скорость звука в среде. В уравнении (19) разложим экспоненту в ряд, ограничившись квадратичными членами разложения. Получим

$$\omega/(\gamma_*M) = 1 + B_*\omega/z + (1/2)B_*^2\omega^2/z^2,$$

откуда

$$\omega = \frac{z^2}{B_*^2} \left( \frac{1}{\gamma_*M} - \frac{B_*}{z} \pm \left( \frac{z^2}{B_*^2} \left( \frac{1}{\gamma_*M} - \frac{B_*}{z} \right) - 2 \right)^{1/2} \right). \quad (20)$$

Из выражения (20) следует, что величина  $\omega$  вещественная при  $(z^2/B_*^2)(1/(\gamma_*M) - B_*/z)^2 > 2$  и комплексная при  $(z^2/B_*^2)(1/(\gamma_*M) - B_*/z) < 2$ . Условие наличия комплексных корней означает, что пластический фронт имеет осцилляционную структуру, и выполняется при  $((z/B_*)(1/(\gamma_*M) - B_*/z) - 2^{1/2})(z/B_*)(1/(\gamma_*M) - B_*/z) + 2^{1/2}) < 0$  в одном из двух случаев:

$$\begin{aligned} (z/B_*)(1/(\gamma_*M) - B_*/z) - 2^{1/2} < 0, & \quad (z/B_*)(1/(\gamma_*M) - B_*/z) + 2^{1/2} > 0, \\ (z/B_*)(1/(\gamma_*M) - B_*/z) - 2^{1/2} > 0, & \quad (z/B_*)(1/(\gamma_*M) - B_*/z) + 2^{1/2} < 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Неравенства (21) эквивалентны следующим двум условиям, налагаемым на скорость распространения волны:

$$\begin{aligned} c^2/(1 - 2/(B_*\gamma_*M(1 + 2^{1/2}))) < c_p^2 < c^2/(1 - 2/(B_*\gamma_*M(1 - 2^{1/2}))); \\ c^2/(1 - 2/(B_*\gamma_*M(1 - 2^{1/2}))) < c_p^2 < c^2/(1 - 2/(B_*\gamma_*M(1 + 2^{1/2}))). \end{aligned} \quad (22)$$

Однако в области упругопластического течения справедливо только неравенство (22), определяющее значения параметров дислокационной структуры среды  $\alpha$ ,  $b$ ,  $H_1$ ,  $H_2$ , при которых возможно появление осцилляций фронта пластической волны.

Рассмотрим второй вариант развития процесса, когда пластическая деформация осуществляется за счет зарождения и движения дислокационных стенок, т. е. за счет движения диполей частичных дисклинаций. В этом случае уравнение, определяющее скорость пластической деформации при движении диполей, записывается в виде

$$\dot{\epsilon} \simeq 2n\omega_1 a V_d, \quad (23)$$

где  $n$ ,  $V_d$ ,  $2a$ ,  $\omega_1$  — плотность, средняя скорость, длина плеча и мощность (вектор Франка) диполей.

Плотность диполей  $n$  определим из уравнения для плотности стенок при их гетерогенном зарождении [8]

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_1 N_m^2 - \beta N_m n. \quad (24)$$

Здесь  $N_m$  — плотность подвижных дислокаций;  $\alpha_1$  — вероятность образования “зародыша” стенки при встрече двух дислокаций и его роста до образования полной стенки;  $\beta$  — вероятность развала стенки под действием набегающей дислокации.

Скорость диполя определяется по зависимости [6]

$$V_d = - \int_{-a}^a \frac{V(y)}{\lambda_1 \ln(1 - \omega_1/(bN_1\lambda_1))} dy, \quad (25)$$

где  $V(y)$  — скорость дислокаций в зоне ротационной пластичности  $y_1 \leq y \leq y_2$ ;  $y_1, y_2$  в общем случае являются функциями внешнего напряжения, длины плеча  $a$  и мощности диполя  $\omega_1$  (в дальнейшем полагается  $y_1 = -a, y_2 = a$ );  $\lambda_1$  — длина свободного пробега дислокаций в зоне ротационной пластичности;  $N_1$  — начальная плотность дислокаций в зоне ротационной пластичности.

Считая функцию  $V(y)$  не зависящей от координаты  $y$ , а также считая  $\lambda_1 \simeq a$ , из (25) получим

$$V_d = -V/f_1, \quad (26)$$

где  $f_1 = \ln(1 - \omega/(bN_1a))$ .

Разрешая уравнение (24) относительно  $n$  и подставляя полученное решение вместе со значением  $V_d$  из соотношения (26) в уравнение (23), а также учитывая, что  $\dot{\epsilon} = -(\ddot{u}/c_p)$ , получим

$$\ddot{u} = (2\omega_1 a V \alpha_1 N_m (\exp(\beta N_m t) - 1) + \beta n_0) c_p / (f_1 \beta \exp(\beta N_m t)), \quad (27)$$

где  $n_0$  — начальная плотность дислокационных стенок или диполей.

Для дальнейшего преобразования уравнения (27) используем приближенное равенство  $\exp(\beta N_m t) \simeq 1 + \beta N_m t$ . Кроме того, в знаменателе уравнения примем  $\exp(\beta N_m t) \simeq 1$  (это допущение подтверждается численным расчетом). Тогда с учетом того, что  $t = u/\dot{u}$ , из (27) получим следующее уравнение:

$$\ddot{u} = (2N_m^2 V c_p \alpha_1 \beta \omega_1 a u + \beta n_0 c_p u) / (f_1 \beta \dot{u}). \quad (28)$$

Из вычислений следует, что в исследованном диапазоне скоростей удара  $f_1 \dot{u} \simeq -1$  м/с, тогда (28) преобразуется к уравнению

$$\ddot{u} + 2h\dot{u} + \omega_0 u = 0, \quad (29)$$

где  $2h = n_0 c_p$ ;  $\omega_0 = 2N_m V c_p \alpha_1 \omega_1 a$ .

Как известно, при условии  $h^2 < \omega_0^2$  уравнение (29) определяет затухающий осцилляционный процесс. В данном случае это условие выполняется при

$$2N_m V \alpha_1 \omega_1 a > n_0/2, \quad (30)$$

т. е. неравенство (30) определяет значения параметров дислокационно-дисклинационной структуры  $N_m, V, \alpha_1, \omega_1, a, n_0$ , при которых также возможно появление осцилляций пластического течения.

Возьмем типичные для рассматриваемых процессов значения указанных выше параметров и оценим вероятность образования зародыша стенки  $\alpha_1$ . Пусть  $N_m = 10^{12}$  м<sup>-2</sup>,  $\omega_1 = 6 \cdot 10^{-3}$ ,  $2a = 0,2 \cdot 10^{-6}$  м,  $V = 10^2$  м/с,  $n_0 = 10^7 \div 10^8$  [6], тогда условие (30) выполняется при  $\alpha_1 > 10^{-9} \div 10^{-8}$ .

Следует отметить, что роль диссипативного члена в уравнении (29) играют дислокационные стенки, изначально имевшиеся в материале либо образовавшиеся в процессе гетерогенного размножения дислокаций (при движении упругого предвестника). Осцилляции фронта пластической волны при втором варианте развития внутренних процессов в материале прекращаются либо после того, как полностью сформирована ячеистая структура, либо после того, как, достигнув критической плотности ( $n_* \simeq 10^{11}$  м<sup>-2</sup> [13]), стенки разваливаются на отдельные дислокации. В первом случае изменяются и определяющие уравнения дислокационной пластичности [14], и условия движения и размножения дислокаций.

Второе утверждение нетрудно проверить. Для этого запишем решение уравнения (24)

$$N = (\alpha_1 N_m (\exp(\beta N_m t) - 1) + \beta n_0) / (\beta \exp(\beta N_m t)). \quad (31)$$

Принимая  $\alpha_1 = \beta = 10^{-7}$ ,  $N_m = 10^{12} \text{ м}^{-2}$ ,  $n_0 = 10^7 \text{ м}^{-2}$  и подставляя эти значения, а также  $t = 0,15$  мкс в соотношение (31), получим значение  $n = 1,9 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-2}$ , порядок величины которого совпадает с порядком  $n_*$ . Тем самым подтверждаются допущения, принятые при построении модели возникновения затухающих осцилляций фронта пластической волны.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Альтшулер Л. В., Чекин Б. С.** Реология волновой деформации металлов // Физика горения и взрыва. 1983. № 5. С. 140–143.
2. **Мещеряков Ю. И.** Аналитическое исследование структуры стационарных упругопластических волн // Пробл. прочности. 1987. № 5. С. 84–89.
3. **Макаров П. В.** Упругопластическое деформирование металлов волнами напряжений и эволюция дефектной структуры // Физика горения и взрыва. 1987. № 1. С. 22–28.
4. **Мещеряков Ю. И., Диваков А. К.** Интерференционный метод регистрации скоростной неоднородности частиц в упругопластических волнах нагрузки в твердых телах. Л., 1989. (Препр. / Ленингр. ин-т проблем машиноведения; № 25).
5. **Панин В. Е., Лихачев В. А., Гриняев Ю. В.** Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1985.
6. **Владимиров В. И., Романов А. Е.** Дисклинации в кристаллах. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1986.
7. **Рыбин В. В.** Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986.
8. **Орлов А. Н.** Некоторые вопросы кинематики дефектов в кристаллах // Вопросы теории дефектов в кристаллах. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1987. С. 6–24.
9. **Хирт Дж., Лоте Н.** Теория дислокаций. М.: Атомиздат, 1972.
10. **Gupta Y. M., Duwall G. E., Fowless G. R.** Dislocation mechanism for stress relaxation in shocked LiF // J. Appl. Phys. 1975. V. 46. P. 532–548.
11. **Мержиевский Л. А., Шамонин С. А.** Построение зависимости времени релаксации касательных напряжений от параметров состояния среды // ПМТФ. 1980. № 5. С. 170–179.
12. **Бенгус В. З.** Подвижность дислокаций и микроскопические свойства кристаллов // Динамика дислокаций. Харьков: Физ.-техн. ин-т новых технологий АН УССР, 1968. С. 35–44.
13. **Лихачев В. А., Панин В. Е., Засимчук Е. Э. и др.** Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации. Киев: Наук. думка, 1989.
14. **Фадеев Ю. И.** Об уравнениях дислокационной пластичности при больших деформациях // ПМТФ. 1984. № 2. С. 138–140.

*Поступила в редакцию 10/IV 2001 г.,  
в окончательном варианте — 3/VII 2001 г.*