

УДК 532.783 + 533.6.071.3

## Панорамная диагностика касательных напряжений на стенке канала с выступом с помощью жидких кристаллов\*

Г.М. Жаркова<sup>1</sup>, В.Н. Коврижина<sup>1</sup>, А.П. Петров<sup>1</sup>, С.П. Подъячев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики  
им. А.А. Трофимука СО РАН, Новосибирск

E-mail: Kovrizh@itam.nsc.ru, Zharkova@itam.nsc.ru, Petrov@itam.nsc.ru,  
pod0@mail.ru

В статье приводятся результаты измерения касательных напряжений поверхностного трения с помощью тонкопленочных покрытий на основе холестерических жидких кристаллов и специализированного программного обеспечения цифровой обработки видеозаписи эксперимента. Получены калибровочные зависимости касательного напряжения от цветового тона, угла азимута и пространственное распределение напряжения при дозвуковом ( $V_\infty = 84$  м/с) турбулентном обтекании стенки канала с выступом — прямоугольной трапецией в плане с углом при основании  $46^\circ$  (число Рейнольдса, вычисленное по высоте выступа  $h$ ,  $Re_h = 2,57 \cdot 10^4$ ) для двух геометрий эксперимента. Эксперименты продемонстрировали высокую чувствительность метода жидких кристаллов к перестройке структуры пристенного течения и возможность получения панорамной количественной информации о средних уровнях касательных напряжений.

**Ключевые слова:** касательные напряжения, жидкие кристаллы, визуализация и измерение, дозвуковое течение.

### Введение

При исследовании сложных полей течения широко применяются методы визуализации. Особое внимание привлекают различного рода тонкопленочные покрытия, оптические свойства которых зависят от структуры течения. Среди наиболее известных можно назвать маслосажеевое, бароиндикаторное и термоиндикаторное покрытия [1]. Эти покрытия позволяют получать пространственные распределения линий тока, давления или температуры, что дает возможность восстановить картину течения на поверхности исследуемого тела. Кроме этого практический интерес представляют покрытия на основе жидких кристаллов (ЖК). Жидкие кристаллы обладают ориентационной степенью свободы и макроскопической упорядоченностью длинных осей молекул в пространстве [2–3]. Высокая чувствительность локальной ориентации молекул ЖК к внешним воздействиям

\* Работа выполнена в рамках государственного задания № 0323-2014-0011.

объясняет многообразие оптических эффектов, которые возникают при диагностике различных параметров (температуры, касательных напряжений, концентрации примесей и др.) [4–5].

Наибольшее распространение в аэродинамическом эксперименте получили термочувствительные жидкокристаллические покрытия. Не меньший интерес вызывает и чувствительность оптических свойств ЖК к механическому воздействию для разработки метода панорамной диагностики касательного напряжения вязкого трения  $\tau$ . Впервые экспериментальный метод диагностики касательного напряжения был описан в работах [6–8]. Разработка методов измерения  $\tau$  остается актуальной, с этой целью продолжают интенсивные исследования различных типов ЖК. К настоящему времени разработаны ЖК-композиции, чувствительные к касательным напряжениям, а также соответствующие экспериментальные методы [9]. Используемые в аэродинамических приложениях типы ЖК и существующие к настоящему времени подходы к измерению касательного напряжения описаны, например, в работах [9–13]. Новые знания о влиянии касательных напряжений на оптические свойства жидких кристаллов и современные успехи в цифровой обработке изображений дают основание считать метод жидкокристаллических покрытий перспективным для измерения поверхностного трения.

Цель настоящей работы — экспериментальное исследование возможностей ЖК-покрытий на основе холестерических жидких кристаллов (ХЖК) для диагностики пространственного распределения касательных напряжений в условиях дозвукового турбулентного отрывного течения на стенке канала с выступом. Приводятся описание метода, результаты визуализации, измерения касательных напряжений и их обсуждение.

## 1. Условия экспериментов

Исследования и калибровка ЖК выполнялись на лабораторной дозвуковой аэродинамической установке ИТПМ СО РАН с поперечным прямоугольным сечением рабочей части  $80 \times 12$  мм (рис. 1). Установка позволяет реализовать режимы течения со скоростью набегающего потока до 90 м/с. Согласно данным, полученным с помощью односточного термоанемометра постоянного тока, степень турбулентности потока  $\varepsilon = v'/V_{cp}$  в полосе частот  $(0,002 \div 5)$  кГц не превышает 3 %. Здесь  $V_{cp}$  — среднее значение продольной составляющей скорости потока на оси канала на расстоянии  $x = 175$  мм от входного сечения, а  $v'$  — ее среднеквадратическая величина пульсаций.

Передняя стенка рабочей части выполнена из стекла. Конструкция съемной задней стенки рабочей части включает термостатированную медную пластину, на которую

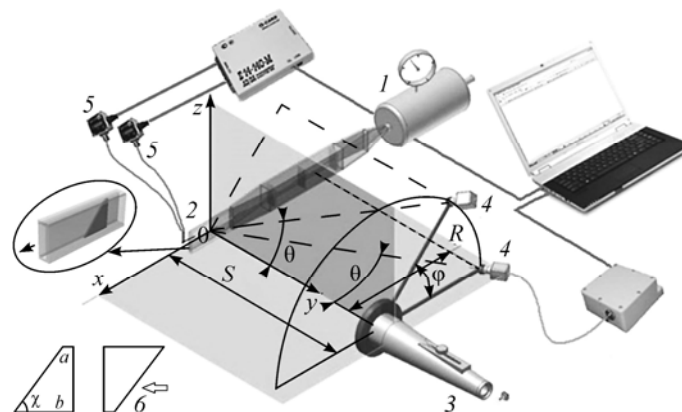


Рис. 1. Схема установки, экспериментальная модель и геометрия эксперимента.

1 — форкамера, 2 — рабочая часть с выступом, 3 — система освещения, 4 — видеокамеры или волоконно-оптический приемник излучения, 5 — система измерения параметров потока, 6 — геометрия эксперимента.

монтировался выступ из листа нержавеющей стали толщиной  $h = 4,69$  мм. Выступ — прямоугольная трапеция высотой 80 мм с основаниями  $a = 7$  мм и  $b = 83$  мм, углом  $46^\circ$  при большем основании — устанавливался в двух положениях относительно набегающего потока  $V_\infty = 84$  м/с,  $Re_{1V_\infty} = 5,47 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ ,  $Re_h = 2,57 \cdot 10^4$  (рис. 1). В первом случае он занимал область с продольной координатой  $x$  от 60 до 143 мм, во втором — от 21 до 104 мм. В этой области канала с переменным по продольной координате сечением, реализовывалось трехмерное отрывное течение, что позволило испытать возможности исследуемой ЖК-композиции и метода измерений наиболее полно.

## 2. Методика измерений и цифровой обработки оптического отклика ЖК

В экспериментах использовались покрытия на основе жидких кристаллов холестерического типа (ХЖК). Эти кристаллы имеют спиральную надмолекулярную структуру, которая при определенной ориентации молекул в слое ХЖК на поверхности (так называемой планарной) селективно отражает свет [2]. При воздействии потока на тонкий слой ХЖК с планарной текстурой длина волны отраженного от покрытия света может смещаться как в синюю, так и в красную области спектра. Результат зависит от состава ХЖК, его чувствительности к модулю и направлению вектора касательного напряжения  $\tau$ . Для получения количественной информации о пространственном распределении величины и направления вектора  $\tau(x, z)$  в ходе эксперимента необходимо осуществлять видеозапись с нескольких угловых положений относительно направления вектора  $\tau$ . В ходе настоящего эксперимента видеозапись (25 кадров/с) оптического отклика жидких кристаллов осуществлялась с двух углов ( $\varphi = 0$  и  $90^\circ$ ) при освещении параллельным пучком белого света перпендикулярно поверхности. Крепления обеспечивали точную настройку положения регистрирующих видеокамер по их угловому положению относительно направления потока, что позволяло изучать влияние направления вектора касательного напряжения на спектральный и цветовой отклик ЖК.

Для диагностики использовалась ЖК-смесь на основе трех эфиров холестерина (холестерил нонаноат, холестерил валерат и холестерил хлорид). Модель покрывалась тонким слоем водорастворимой черной краски, поверх которой напылялись жидкие кристаллы. Для получения планарной ориентации молекул ЖК использовался механический сдвиг ХЖК мягкой синтетической кистью в направлении скорости невозмущенного потока. Поскольку время отклика ЖК-покрытия в условиях эксперимента ( $T_w = 23$  °С) меньше времени между кадрами, зарегистрированные изображения показывают усредненную за 40 мс картину. В зависимости от состава ЖК время релаксации к невозмущенному состоянию может быть значительно больше. Поэтому перед повторным пуском для стирания «памяти» желательно восстановление планарной ориентации молекул ЖК в направлении скорости невозмущенного потока. На крупных моделях и мало искривленных поверхностях это может быть выполнено кистью.

При анализе оптического отклика ХЖК-покрытия для панорамных измерений вместо длины волны селективного отражения использовался цвет ХЖК и его колориметрические характеристики [14]. Измерения осуществлялись с использованием колориметрической системы координат *HSI* (цветовой тон Hue, насыщенность Saturation, интенсивность Intensity) [15]. На практике для оцифровки результатов ЖК визуализации используется только координата *H*, которая определяется полярным углом в цветовом круге, измеряется в градусах ( $0 \div 360$ )° и соответствует доминирующей длине волны видимого света. Интенсивность *I* и насыщенность *S* могут быть использованы для дополнительного качественного анализа цветного изображения, например, для локализации и исключения бликов.

Для цифровой обработки видеоданных экспериментов с жидкими кристаллами была разработана программа MovColExt, работающая под управлением операционной системы MS Windows и использующая свободно распространяемые динамические библиотеки и возможности видеопроигрывателя VLC от Videolan team. Программа извлекает и обрабатывает цветовую информацию из файла, записанного видеокамерой; позволяет строить пространственно-временные зависимости и карты цветовых координат. Кроме этого, MovColExt используется для оцифровки полей касательного напряжения с помощью полученных ранее калибровочных зависимостей  $\tau(H)$ .

Калибровка выполнялась в канале без выступа, в диапазоне касательных напряжений  $\tau < 20$  Па для двух углов относительно вектора скорости невозмущенного потока:  $\varphi = 0$  и  $90^\circ$ . Как показали измерения, используемая ЖК-смесь имеет слабую угловую зависимость, поэтому для оцифровки оптического отклика на сдвиг использовалась аппроксимация усредненных по  $\varphi = 0$  и  $90^\circ$  экспериментальных значений  $H$ . Кроме этого, ЖК-смесь в интервале  $(15 \div 40)^\circ\text{C}$  характеризуется слабой температурной зависимостью длины волны селективного отражения. При этом в настоящей работе в качестве контрольных средних уровней  $\tau(x, z)$  в точке были взяты значения, полученные с помощью полуэмпирического соотношения для коэффициента поверхностного трения  $c_f$  на плоской пластине при турбулентном обтекании, т.е.  $\tau(x) = c_{f\text{турб}} \cdot q \cdot \left(0,0592 / \text{Re}_x^{0,2}\right) \cdot \left(\rho V_\infty^2 / 2\right) \sim V_\infty^{1,8}$  [16].

Для данной ХЖК-смеси без потока, т.е. при  $\tau = 0$ , цветовой тон исходной планарной текстуры  $H_{0\text{cp}}(x, z) = (10 \pm 5)^\circ$ . Рост касательного напряжения сопровождается увеличением цветового тона  $H$ , т.е. сдвигом цвета покрытия от красного к зеленому и синему. Влияние угловой зависимости ХЖК проявляется в том, что величина смещения  $|\Delta H(x, z)| = |H(\tau, x, z) - H(\tau = 0, x, z)|$  максимальна при наблюдении вдоль местного вектора  $\tau$  и минимальна при наблюдении против вектора  $\tau$ . На этом построена процедура определения направления вектора  $\tau$ , предложенная в работе [7].

Полученная калибровочная зависимость  $\tau(H)$  описывается полиномом третьей степени при  $H_0(x, z)_{\text{cp}} < H < 65^\circ$  и  $\tau(H \leq 10^\circ) = 0$ , что и было использовано для оцифровки. В экспериментах на модели с выступом диапазон изменения  $\tau$  превысил 20 Па. Поэтому для отладки метода ЖК при  $\tau > 20$  Па ( $H > 65^\circ$ ) использовалась линейная экстраполяция. Известно, что в общем случае чувствительность жидких кристаллов  $\Delta H / \Delta \tau$  зависит от  $\tau$ , а именно, имеют место участки насыщения в фиолетовой и коричнево-красной областях видимого спектра. В условиях настоящего эксперимента отклик ЖК находился в красно-зеленой области с максимальной чувствительностью, где допускается линейная экстраполяция.

### 3. Результаты измерений

Исследование выполнялось для двух геометрий эксперимента (рис. 1) при  $T_w = 23^\circ\text{C}$ . В обоих случаях были получены видеозаписи оптического отклика ЖК-покрытия на близкий к прямоугольному входной импульс касательного напряжения индуцированного потоком на стенке канала. На рис. 2 приведено сравнение картин визуализации, полученных с помощью ХЖК для этих двух случаев. На изображениях области одного цвета соответствуют областям одинакового касательного напряжения. Карты цветового тона  $H(x, z)$  или среднего уровня касательного напряжения  $\tau(x, z)$ , построенные для любого заданного диапазона изменения, позволяют определить характерные области, например, с нулевым касательным напряжением (не изменившие свой цвет под влиянием потока) и их изменение по времени. Видно, например, что в геометрии 1 ХЖК-визуализация отражает особенности топологии обтекания обращенного вперед (против потока) прямоугольного выступа, показанные на схеме (рис. 3a). На рис. 2b пунктирные линии

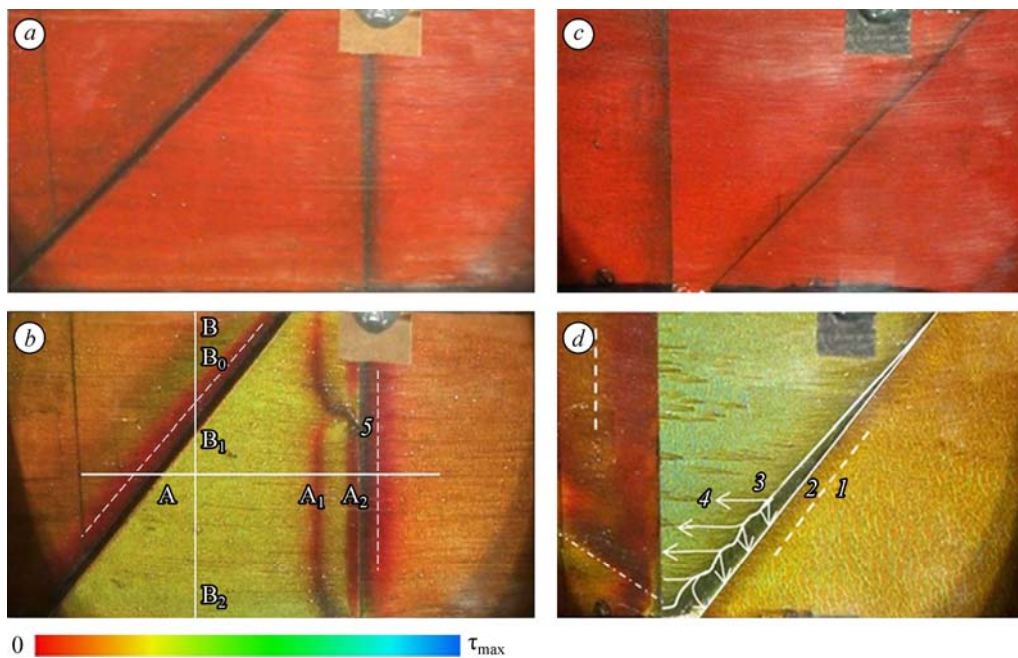


Рис. 2. Оптический отклик ЖК на воздействие потока со скоростью  $V_\infty = 84$  м/с.

*a, c* — до эксперимента, *b, d* — в ходе эксперимента;  $\varphi = 90^\circ$ .

показывают осредненное положение области отрыва потока перед выступом и осредненное положение области присоединения за выступом. На рис. 3*b* показана вероятная схема обтекания выступа со стреловидной передней кромкой, построенная с использованием априорных данных [17–20], которая будет рассмотрена далее.

На рис. 4 показаны результаты оцифровки изменения  $\tau(x, V_\infty)$  в продольном направлении, включающем отрезок А-А<sub>2</sub> между кромками выступа (рис. 2*b*), без потока и при  $V_\infty = 84$  м/с. Ненулевые значения  $\tau(x)$  без потока связаны с разбросом цветового тона  $H$  исходной планарной текстуры относительно среднего значения  $H_{0cp} = 10^\circ$ , заданного в тарировке. Участок кривой  $\tau(x, 84)$  с нулевым уровнем перед выступом указывает на осредненное текущее положение области отрыва.

На рис. 5 показано изменение касательного напряжения в трансверсальном направлении на линии В-В<sub>2</sub> (рис. 2*b*), включающей и поверхность выступа. На поверхности выступа видно, вероятно, влияние мелкомасштабных продольных вихрей. Жидкие кристаллы показали наличие дефекта (микрошероховатость 5 на рис. 2*b*) на передней кромке выступа в геометрии 1, за которой сформировался вихревой след, разделивший область возвратного течения на две. На поверхности выступа в области течения, прилегающей к ребру двугранного угла снизу, виден пространственный характер течения, обусловленный наличием вихревых систем [1]. Сверху эта область осталась вне кадра. Полученные данные позволяют, в частности, определить протяженность области возвратного течения на поверхности выступа ( $\Delta x/h \cong 1,7$ ). Что касается картины течения за задней кромкой выступа 1 на рис. 2*b*, то здесь наблюдается область с малым касательным напряжением  $\tau$ , вероятно свидетельствующим о трехмерном отрыве, протяженность которой на линии В<sub>0</sub>-В<sub>1</sub> составляет  $\Delta z/h = 2,77$ .

На рис. 6*a* для двух геометрий приведены карты цветового тона  $H(x, z)$  в диапазоне значений, соответствующих исходной планарной текстуре ЖК до эксперимента. На них

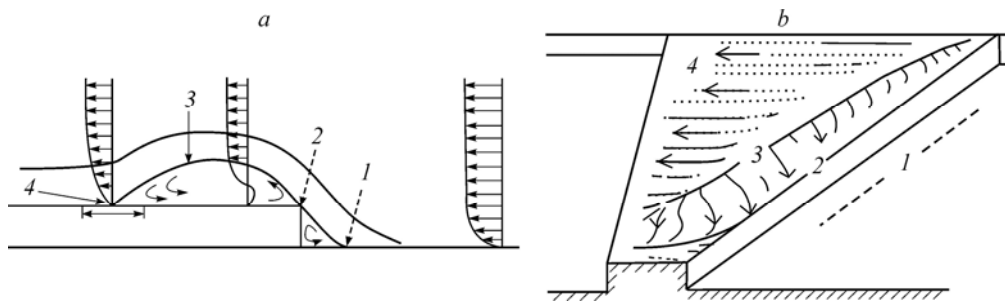


Рис. 3. Схема обтекания передней кромки выступа (не в масштабе).

*a*: 1, 2 — точки отрыва потока, 3 — разделительная линия тока, 4 — область присоединения; *b*: 1 — линия отрыва перед выступом, 2 — линия стекания, 3 — линия растекания (присоединения), 4 — продольные вихри.

красным цветом показаны области с не изменившимся под воздействием потока уровнем  $H$ , т.е. области с  $\tau = 0$ . Врезка справа сверху — карта  $H(x, z)$  без потока. На карте  $H(x, z)$  отсутствуют такие зоны на поверхности выступа, поскольку здесь предположительно находится трехмерный отрыв. На рис. 6*b* показаны карты касательного напряжения  $\tau(x, z)$ , построенные по калибровке для  $\tau < 20$  Па. Карты для  $\tau > 20$  Па (рис. 6*c*) построены с использованием линейной экстраполяции измеренной зависимости  $\tau(H)$ . Сплошная черная линия показывает контур выступа. Серым цветом выделены области с уровнями  $\tau$  вне указанного на шкале диапазона.

Априорные данные [18–21], визуальный анализ видеозаписи эксперимента и цифровой анализ отдельных кадров позволяют определить области, требующие более детального изучения с помощью дискретных датчиков. Например, область предполагаемого трехмерного отрыва 1 перед стреловидной передней кромкой выступа 2 (рис. 3*b*), или область локализации распространяющегося вдоль передней кромки вихря (между линиями 2 и 3 на рис. 3*b*), обусловленного стреловидностью. В нашем случае положение линии стекания 2 совпадает с верхним ребром торца выступа (рис. 2*d* и 3*b*). Такие особенности пристенного течения, как изображенные на этих рисунках продольные вихри 4, микрошероховатости, след вихря за задней кромкой выступа, сгенерированного винтом, крепившим выступ к пластине и т.д., также наглядно прослеживаются на картах (рис. 6).

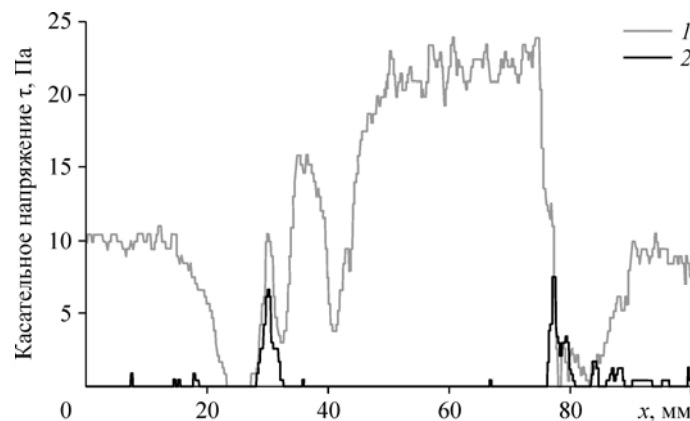


Рис. 4. Графики изменения  $\tau(x, V_\infty)$  вниз по потоку в сечении А-А<sub>2</sub> (рис. 2*b*).

$x(A_2) = 33$  мм,  $x(A_1) \cong 41$  мм,  $x(A) \cong 77$  мм; направление скорости невозмущенного потока слева направо; 1 —  $\tau(x, 84)$ , 2 —  $\tau(x, 0)$ .

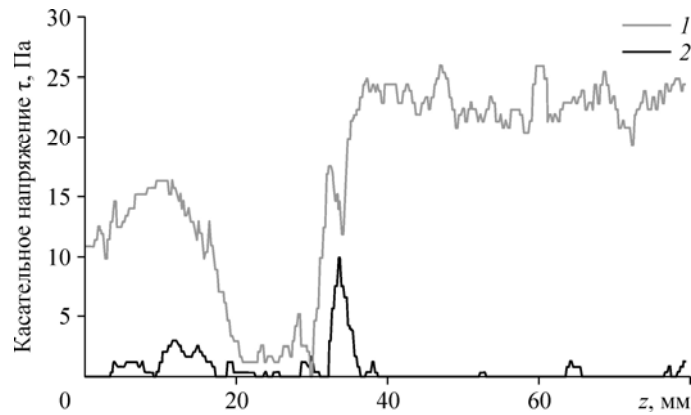


Рис. 5. Изменение  $\tau(z, V_\infty)$  на линии В-В<sub>2</sub> (рис. 2b).  
 $z(B) = 0, z(B_0) = 20 \text{ мм}, z(B_1) = 32 \pm 34 \text{ мм}$  (близ на ребре выступа),  $z(B_2) = 79 \text{ мм};$   
 1 —  $\tau(z, 84), 2 — \tau(z, 0)$ .

Таким образом, на примере сложного турбулентного отрывного течения в канале переменного сечения показаны возможности метода жидких кристаллов, чувствительных к касательным напряжениям поверхностного трения. К недостаткам метода можно отнести случаи возникновения волн на поверхности пленки ХЖК или даже ее турбулентное течение при высоких скоростях потока. В то же время, этот недостаток в ряде случаев

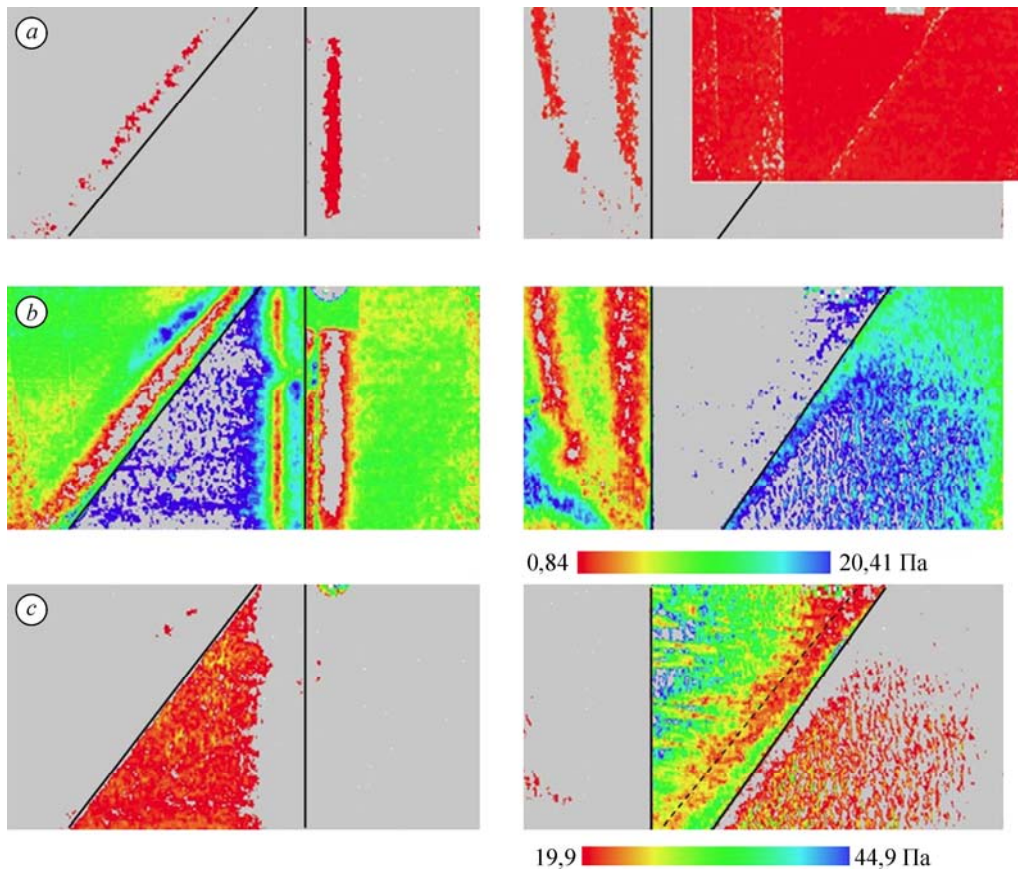


Рис. 6. Карты цветового тона  $H(x, z)$  в потоке для двух геометрий, соответствующие  $\tau = 0$  (a).  
 Карты  $\tau(x, z)$  для  $\tau < 20 \text{ Па}$  (b) и  $19,9 < \tau < 44,9 \text{ Па}$  (c).

может быть устранен путем механического уменьшения толщины слоя ЖК с помощью кисти.

Дальнейшее развитие метода предполагает применение ЖК с высокой угловой чувствительностью для получения данных о направлении вектора касательного напряжения.

### Заключение

В настоящей работе приведены результаты визуализации структуры пристеночного течения и измерения распределения касательных напряжений с использованием тонкопленочных покрытий на основе холестерических жидких кристаллов и эффекта селективного отражения света планарной текстурой. Для цифровой обработки видеозаписей оптического отклика жидких кристаллов на механический сдвиг, обусловленный потоком, разработана программа MovColExt, которая позволяет осуществлять преобразование цветовой информации из колориметрической системы RGB в систему HSI, строить пространственно-временные зависимости цветковых координат, получать калибровочные зависимости касательного напряжения от цветового тона и углов азимута; выполнять оцифровку полей касательного напряжения на исследуемой поверхности.

Использование ХЖК, чувствительных к касательным напряжениям, применительно к диагностике сложного отрывного турбулентного течения в узком канале с выступами в форме прямоугольной трапеции позволило получить большой объем качественной и количественной информации, полезной для дальнейшего развития методики. Выполненные эксперименты продемонстрировали высокую чувствительность методики к перестройке структуры пристеночного течения и возможность отображения этих изменений с помощью жидкокристаллических покрытий. Метод может представлять интерес как при исследовании течений в каналах (например, оптимизировать геометрические параметры и режимы работы теплообменников), так и в задачах внешнего обтекания.

### Обозначения и сокращения

$\tau = F/S$  — касательное напряжение, Па,  
 $F$  — касательная сила, Н,  
 $S$  — площадь, м<sup>2</sup>,

$c_f = \tau/q$  — коэффициент поверхностного трения,  
 $q$  — скоростной напор, кг/(мс<sup>2</sup>),  
 $V_\infty$  — скорость невозмущенного потока, м/с.

### Список литературы

1. Корнилов В.И. Пространственные пристенные турбулентные течения в угловых конфигурациях. 2-е изд. перераб. и доп. / Отв. ред. В.М. Фомин. Новосибирск: Изд-во СОРАН, 2013. 425 с.
2. Жаркова Г.М., Сонин А.С. Жидкокристаллические композиты. Новосибирск: Наука, 1994. 213 с.
3. Беляков В.А., Сонин А.С. Оптика холестерических жидких кристаллов. М.: Наука, 1982. 360 с.
4. Жаркова Г.М., Коврижина В.Н. Панорамная диагностика поверхностных температур и тепловых потоков // Инж.-физ. журн. 2010. Т. 83, № 6. С. 1072–1083.
5. Жаркова Г.М., Коврижина В.Н. Жидкокристаллические сенсоры в аэродинамическом эксперименте // Мат. Всерос. конф. «Аэродинамика и прочность конструкций летательных аппаратов», 20–21 сентября 2011 г., Новосибирск, СибНИА. С. 1–7.
6. Klein E.J., Margozi A.P. Apparatus for the calibration of shear-sensitive liquid crystals. Rev. Sci. Instrum. 1970. Vol. 41. P. 238–239.
7. US Patent 5 438 879, Reda D.C. Method for measuring surface shear stress magnitude and direction using liquid crystal coatings. 1995.
8. Reda D.C., Muratore J.J. Measurement of surface shear stress vectors using liquid crystal coatings // AIAA J. 1994. Vol. 32. P. 1576–1582.
9. Жаркова Г.М., Коврижина В.Н., Петров А.П. Панорамные жидкокристаллические индикаторы касательного напряжения: три эффекта и три подхода к измерению // Междун. конф. по методам аэрофизических исследований (ИКМАР 2014), Новосибирск, 2014. 8 с.  
[http://www.itam.nsc.ru/users/libr/eLib/confer/ICMAR/2014/pdf/Zharkova%20et%20al\\_258.pdf](http://www.itam.nsc.ru/users/libr/eLib/confer/ICMAR/2014/pdf/Zharkova%20et%20al_258.pdf)



10. **Жаркова Г.М., Коврижина В.Н.** Механо-оптические эффекты в жидких кристаллах и методы их использования для исследования потоков // Оптические методы исследования потоков: сб. трудов XI Междунар. научно-техн. конф., Москва: 27–30 июня 2011 г.
11. **Жаркова Г.М., Коврижина В.Н., Петров А.П.** Экспериментальное исследование текстурного перехода в ЖК под воздействием касательного напряжения поверхностного трения // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 3. С. 315–323.
12. **Жаркова Г.М., Коврижина В.Н., Петров А.П.** Влияние механического сдвига на отражение линейно-поляризованного света закрученным нематиком // Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2014. Т. 14, № 1, С. 39–44.
13. **Zharkova G.M., Kovrizhina V.N., Petrov A.P.** Shear-sensitive liquid crystals for diagnostics of boundary layer structure in aerodynamical experiment // Visualization of mechanical processes. 2013. Vol. 3, Iss. 1. <http://dl.begellhouse.com/journals/vmp/vol3/i1/7940/>
14. **Гуревич М.М.** Цвет и его измерение, М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1950. 267 с.
15. **Judd D.V., Wyszecski G.** Color in business, science, and industry. N. Y.: Wiley, 1976. 117 p.
16. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 744 стр.
17. **Чжен П.** Отрывные течения. Пер. с англ. М., 1972. Т. 1. 73 с.
18. **Selby G.V.** Phenomenological study of subsonic turbulent flow over a swept rearward facing step. // Ph. D. Thesis. NASA-TM-84757, 19820018734, 1982, Langley research center, Hampton, Virginia. <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19820018734.pdf>
19. **Саттон Э.П.** Экспериментальное исследование течения со стреловидным отрывом и присоединением пограничного слоя // Трехмерные пограничные слои. М.: Мир, 1985. С. 141–149.
20. **Итон Дж.К., Джонстон Дж.П.** Обзор исследований дозвуковых турбулентных присоединяющихся течений // Ракетная техника и космонавтика. 1981. Т. 19, № 10. С. 7–19.
21. **Терехов В.И., Ярыгина Н.И., Жданов Р.Ф.** Особенности течения и теплообмена при отрыве турбулентного потока за уступом и ребром. 1. Структура течения // Прикладная механика и техническая физика. 2002. Т. 43, № 6. С. 126–133.

*Статья поступила в редакцию 22 марта 2016 г.*