УДК 536.24.01

ТЕПЛООБМЕН НА ПОВЕРХНОСТИ ЗАТУПЛЕННОГО ПО СФЕРЕ КОНУСА ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ОБТЕКАНИИ СО ВДУВОМ ГАЗА-ОХЛАДИТЕЛЯ

В. И. Зинченко, А. Я. Кузин

Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики
при Томском государственном университете, 634050 Томск

Численно исследованы процессы теплообмена при сверхзвуковом пространственном обтекании затупленного по сфере конуса с учетом перетекания тепла по продольной и окружной координатам и вдува газа-охладителя. Показана перспективность применения высокотеплопроводных материалов и вдува газа-охладителя для снижения максимальных температур на поверхности обтекаемого тела. Проведено сравнение решений прямой и обратной задач в одно-, дву- и трехмерной постановках для различных материалов оболочки. Оценена погрешность метода тонкой стенки при определении значений теплового потока на теплонапряженной границе тела.

При взаимодействии высокоэнтальпийных газовых потоков с летательными аппаратами одной из наиболее сложных проблем является тепловая защита их конструкций. На практике используются пассивные и активные способы тепловой защиты, а также комбинированный: вдув газа-охладителя в высокоэнтальпийный газовый поток с пористых элементов конструкций в сочетании с перетеканием тепла по поверхности за счет выбора высокотеплопроводного материала составной оболочки [1–6]. Исследование теплообмена в этих условиях ведется путем решения прямых [1–3] и обратных [4–6] задач. В настоящее время из-за недостатка информации об исследуемых процессах и повышения требований к точности определения характеристик теплообмена оболочки обтекаемого тела за счет учета нелинейности, многомерности и многопараметричности процессов тепломассопереноса особенно актуально использование методов решения обратных задач (ОЗ) [7].

Для решения многомерных граничных ОЗ эффективным оказался метод итерационной регуляризации, предложенный в [8] и развитый в других работах. На его основе в [9, 10] разработано алгоритмическое и программное обеспечение экспериментально-расчетного метода диагностики внешнего теплового воздействия на многослойные элементы конструкций, теплоперенос в которых описывается трехмерным уравнением теплопроводности в различных системах координат. Метод итерационной регуляризации для сложных математических моделей дополняют регуляризованные численные методы [4–6, 11]. Необходимость использования трехмерных постановок ОЗ для анализа сверхзвукового пространственного обтекания обусловлена тем, что при движении летательного аппарата под углом атаки перетекание тепла происходит не только по продольной, но и по окружной координате за счет большого различия тепловых потоков на наветренной и подветренной сторонах [6]. Вдув газа-охладителя способствует понижению температур в области пористого сферического затупления и перетоку тепла с периферийной части конуса в пористый носок [3, 4], однако в литературе отсутствует детальное исследование влияния вдува

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00352).

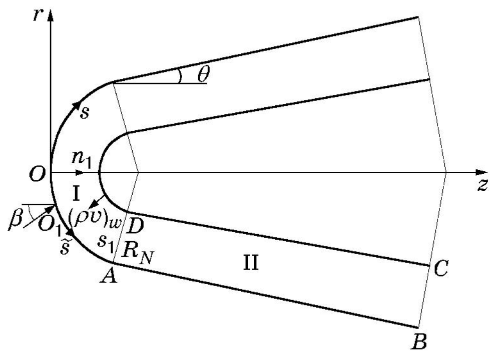

Рис. 1

на восстанавливаемые температуру и тепловой поток в широком диапазоне теплофизических характеристик материала оболочки в случае пространственного обтекания тела. Представляет интерес также оценка пределов применимости одно- и двумерных подходов, а также метода тонкой стенки для определения тепловых потоков на границе обтекаемого тела.

В данной работе с использованием полной математической постановки задачи прогрева затупленного по сфере конуса с учетом вдува газа-охладителя с пористой сферической части при сверхзвуковом пространственном обтекании и разработанных алгоритмов решения трехмерных прямой и обратной задач теплообмена [6] исследуется влияние перетекания тепла и вдува газа-охладителя на характеристики теплообмена в широком диапазоне теплофизических характеристик материала оболочки. Проанализирована возможность применения одно-, дву- и трехмерных алгоритмов решения прямых и обратных задач теплообмена, а также метода тонкой стенки для восстановления теплового потока и температуры на поверхности тела.

1. Физическая и математическая постановка прямой и обратной задач. Рассматривается прогрев затупленного по сфере конуса при обтекании под углом атаки сверхзвуковым потоком воздуха (рис. 1). Оболочка состоит из проницаемой сферической и непроницаемой конической частей. Процесс фильтрации вдуваемого газа в направлении нормали к поверхности одномерный, температура пористой среды однородна. Задача рассматривается в естественной системе координат с началом отсчета в точке пересечения оси симметрии тела с поверхностью. Запишем уравнение сохранения энергии для пористого сферического затупления (область I на рис. 1)

$$c_\Sigma \frac{\partial T_1}{\partial t} - c_{pg} \frac{(\rho v)_w r_{1w}}{H r_1} \frac{\partial T_1}{\partial n_1} =$$
$$= \frac{1}{H r_1} \Big[\frac{\partial}{\partial n_1} \Big(H r_1 \lambda_\Sigma \frac{\partial T_1}{\partial n_1} \Big) + \frac{\partial}{\partial s} \Big(\frac{r_1 \lambda_\Sigma}{H} \frac{\partial T_1}{\partial s} \Big) + \frac{\partial}{\partial \eta} \Big(\frac{H}{r_1} \lambda_\Sigma \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \Big) \Big], \qquad 0 < s < s_A \qquad (1.1)$$

и уравнение теплопроводности для конической части оболочки (область II на рис. 1)

$$(r\rho c_p)_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial n_1} \Big(r_2 \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n_1} \Big) + \frac{\partial}{\partial s} \Big(r_2 \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial s} \Big) + \frac{1}{r_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \Big(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \eta} \Big),$$
$$s_A < s < s_B, \qquad 0 < n_1 < L, \qquad 0 < \eta < \pi, \qquad 0 < t \leqslant t_{fin}. \qquad (1.2)$$

Начальные и граничные условия:

$$T_i \big|_{t=0} = T_{in}, \qquad i = 1, 2; \qquad (1.3)$$

$$q_w - \varepsilon_1 \sigma T_{1w}^4 = -\lambda_\Sigma \frac{\partial T_1}{\partial n_1}\Big|_w, \quad 0 \leqslant s < s_A, \quad q_w - \varepsilon_2 \sigma T_{2w}^4 = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n_1}\Big|_w, \quad s_A \leqslant s \leqslant s_B; \quad (1.4)$$

$$\lambda_\Sigma \frac{\partial T_1}{\partial n_1}\Big|_L = \frac{r_{1w} c_{pg} (\rho v)_w}{(H r_1)_L} (T_{in} - T\big|_L), \qquad 0 \leqslant s < s_D; \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial n_1}\Big|_L = 0, \qquad s_D \leqslant s \leqslant s_C, \quad (1.6)$$

на кольце сопряжения AD

$$\frac{\lambda_\Sigma}{H} \frac{\partial T_1}{\partial s} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial s}, \qquad T_1 = T_2, \quad (1.7)$$

на линии BC

$$\frac{\partial T_2}{\partial s} = 0, \quad (1.8)$$

в плоскости симметрии

$$\frac{\partial T_i}{\partial \eta}\Big|_{\eta=0} = \frac{\partial T_i}{\partial \eta}\Big|_{\eta=\pi} = 0, \qquad i = 1, 2; \quad (1.9)$$

$$H = (R_N - n_1)/R_N, \qquad r_1 = (R_N - n_1) \sin \bar{s}, \qquad r_2 = (R_N - n_1) \cos \theta + (s - s_A) \sin \theta,$$

$$\bar{s} = s/R_N, \qquad s = s_A + \cos^{-1} \theta [z + (\sin \theta - 1) R_N].$$

В (1.1)–(1.9) t — время; r, z — поперечная и продольная составляющие цилиндрической системы координат; n_1, s, η — составляющие естественной системы координат; T — температура; ρ — истинная плотность; $(\rho v)_w$ — расход газа-охладителя; c_p, λ — теплоемкость и теплопроводность; H, r_1, r_2 — коэффициенты Ламе; R_N — радиус сферического затупления; σ — постоянная Стефана — Больцмана; ε_i $(i = 1, 2)$ — излучательная способность поверхности обтекаемого материала; q_w — конвективный тепловой поток из газовой фазы; θ — угол конусности; L — толщина оболочки. Индекс w соответствует условиям на границе раздела газообразной и твердой фаз; 1, 2 — областям I, II составной оболочки; g — характеристикам газа в пористой среде; in, fin — начальным и конечным параметрам; черта сверху — безразмерным величинам; L — величинам на внутренней поверхности оболочки; Σ — суммарным значениям величин.

При решении прямой задачи (ПЗ) определения температуры $T(n_1, s, \eta, t)$ в составной оболочке тепловой поток из газовой фазы q_w задается формулами из работы [12] для случаев пространственного (ламинарного и турбулентного) течения в пограничном слое. Ослабление теплового потока за счет вдува газа-охладителя, совпадающего по составу с набегающим воздушным потоком, учитывается формулами из [13]. В результате в системе координат, связанной с точкой торможения O_1, на пористой сферической части оболочки для ламинарного режима течения в пограничном слое получим

$$q_w = (\alpha/c_p)^0 [1 - 0{,}6 (\rho v)_w / (\alpha/c_p)^0] (h_r - h_w); \quad (1.10)$$

$$(\alpha/c_p)^0 = 1{,}05 V_\infty^{1{,}08} [0{,}55 + 0{,}45 \cos(2\tilde{s})] / (R_N/\rho_\infty)^{0{,}5}; \quad (1.11)$$

$$h_r = h_{e0} [(p_e/p_{e0})^{(\gamma-1)/\gamma} + (u_e/v_m)^2 \Pr^{0{,}5}], \qquad 0 \leqslant \tilde{s} \leqslant \tilde{s}_*, \quad (1.12)$$

для турбулентного режима течения —

$$q_w = (\alpha/c_p)^0 \exp[-0{,}37 (\rho v)_w / (\alpha/c_p)^0] (h_r - h_w); \quad (1.13)$$

$$(\alpha/c_p)^0 = 16{,}4 V_\infty^{1{,}25} \rho_\infty^{0{,}8} (3{,}75 \sin \tilde{s} - 3{,}5 \sin^2 \tilde{s}) / [R_N^{0{,}2} (1 + h_w/h_{e0})^{2/3}]; \quad (1.14)$$

$$h_r = h_{e0}[(p_e/p_{e0})^{(\gamma-1)/\gamma} + (u_e/v_m)^2 \,\mathrm{Pr}^{1/3}], \qquad \tilde{s}_* < \tilde{s} < \tilde{s}_1; \tag{1.15}$$
$$u_e/v_m = [1 - (p_e/p_{e0})^{(\gamma-1)/\gamma}]^{0,5}, \quad h_{e0} = h_\infty[1 + 0{,}5(\gamma-1)\,\mathrm{M}_\infty^2], \quad h_w = b_1 T_w + b_2 T_w^2/2,$$
$$\tilde{s} = \arccos(\cos\bar{s}\cos\beta + \sin\bar{s}\sin\beta\cos\eta), \qquad v_m = (2h_{e0})^{0,5}.$$

Для оценки влияния вдува на тепловой поток в зоне завесы воспользуемся данными [14] и формулами из [2], полученными на основе обработки результатов численных расчетов пространственного турбулентного пограничного слоя и вязкого ударного слоя [15, 16]:

$$q_w = \Big(\frac{\alpha}{c_p}\Big)^0 (1 - \zeta_1 b^{\zeta_2})(h_r - h_w), \qquad \Big(\frac{\alpha}{c_p}\Big)^0 = \frac{16{,}4 V_\infty^{1,25} \rho_\infty^{0,8} 2{,}2(p_e/p_{e0})(u_e/v_m)}{R_N^{0,2}(1 + h_w/h_{e0})^{2/3} k^{0,4} \bar{r}_{2w}^{0,2}},$$
$$k = (\gamma - 1 + 2/\mathrm{M}_\infty^2)/(\gamma+1), \qquad \tilde{s}_A \leqslant \tilde{s} \leqslant \tilde{s}_B. \tag{1.16}$$

Для закона вдува газа-охладителя $(\rho v)_w(\tilde{s}) = (\rho v)_w(0)(1 + a\sin^2\tilde{s})$ справедливо соотношение [2]

$$b = \frac{2(\rho v)_w(0)\{1 - \cos\tilde{s}_1 + a[2/3 - \cos\tilde{s}_1 + (1/3)\cos^3\tilde{s}_1]\}}{(\alpha/c_p)^0(\bar{s} - \bar{s}_1)[2\cos\theta + (\bar{s} - \bar{s}_1)\sin\theta]},$$
$$\cos\tilde{s}_1 = \cos\bar{s}_1\cos\beta + \sin\bar{s}_1\sin\beta\cos\eta, \qquad \bar{s}_1 = \bar{s}_A = \pi/2 - \theta.$$

В (1.10)–(1.16) p — давление; h — энтальпия; α — коэффициент теплоотдачи; $\tilde{s}_*$ — координата точки перехода ламинарного режима в турбулентный в системе координат с началом в точке торможения; ζ_1, ζ_2 — параметры аппроксимации; β — угол атаки; Pr — число Прандтля; V_∞, ρ_∞, M_∞ — скорость, плотность и число Маха в набегающем потоке; γ — показатель адиабаты. Индекс $e0$ соответствует условиям на внешней границе пограничного слоя в точке торможения; ∞ — в набегающем потоке; "$*$" — характерным параметрам; нуль вверху — параметрам теплообмена α/c_p, q_w в отсутствие вдува.

При решении трехмерной ОЗ температура $T_w(s,\eta,t)$, конвективный $q_w(s,\eta,t)$ и суммарный $Q_w(s,\eta,t) = q_w(s,\eta,t) - \varepsilon\sigma T_w^4$ тепловые потоки на границе определяются по математической модели (1.1)–(1.3), (1.5)–(1.9) с дополнительным условием — заданием температуры на тыльной поверхности оболочки как функции продольной и окружной координат и времени $T(L,s,\eta,t) = T_L^{exp}(s,\eta,t)$.

2. Алгоритмы решения прямой и обратной задач. При решении трехмерных ПЗ и ОЗ использовались алгоритмы из [6], основанные на методе расщепления по пространственным переменным n_1, s, η [17]. В ПЗ одномерные уравнения сохранения энергии и теплопроводности, получаемые в результате расщепления на каждом временном слое, в направлениях n_1, s, η рассчитывались с переменным шагом итерационно-интерполяционным методом (ИИМ) [18]. Особенность расчета температуры в направлении s состояла в том, что он производился насквозь начиная с наветренной стороны при выполнении в точке $s = 0$ условий равенства температур и тепловых потоков (условий "сшивки"), так как при движении тела под ненулевым углом атаки условие симметрии в этой точке не выполняется. В результате окружная координата η менялась в диапазоне $[0,\pi/2]$, а температура для других значений η определялась из условий симметрии в точках $\eta = 0$ и $\eta = \pi$. При расчете температуры по всем направлениям использовалась система разностных уравнений с трехдиагональной матрицей, полученная по логической схеме ИИМ для уравнения параболического типа общего вида с самыми общими граничными условиями, включающими условия первого, второго и третьего рода [18]. В направлениях n_1, s системы разностных уравнений решались методом немонотонной, а в направлении η — методом циклической прогонки [19] с итерациями по коэффициентам с заданной точностью.

Решение ОЗ после применения метода расщепления по пространственным переменным на каждом временном слое проводилось в три этапа. На первом этапе температура в направлении n_1 рассчитывалась на основе заданной температуры $T_L^{exp}(s,\eta,t)$ методом, использованным в работе [6], в которой разностная схема получена для уравнения параболического типа общего вида и позволяет учесть вдув газа-охладителя. Используя полученную таким образом температуру в качестве начального условия, на втором этапе с помощью ИИМ определялась температура в направлении s. Аналогично на третьем этапе находилась температура в направлении η. Затем осуществлялся переход на следующий временной слой, и описанная выше процедура определения температуры повторялась. По найденному температурному полю находился суммарный тепловой поток $Q_w(s,\eta,t)$, затем из граничных условий (1.4) определялся конвективный тепловой поток $q_w(s,\eta,t)$.

Используемый метод решения трехмерной ОЗ позволяет исследовать как быстропротекающие, так и длительные процессы теплообмена. Устойчивость решения достигается за счет применения неявной разностной схемы ИИМ, связанного с теорией сплайнов [20], и сглаживания исходной температуры $T_L^{exp}(s,\eta,t)$ методами из работ [21, 22] либо регуляризации решения методом Тихонова [8]. Устойчивое решение получается также за счет применения для аппроксимации данных аппарата одно- и двумерных кубических B-сплайнов [23]. Перечисленные способы подавления неустойчивости решения используются при решении различных одномерных [11], а также дву- и трехмерных [4–6] ОЗ.

3. Результаты численных расчетов. Численное решение трехмерных ПЗ и ОЗ проводилось с помощью разработанных на языке Фортран программ. Время решения опорных трехмерных вариантов ПЗ и ОЗ до стационарного распределения температуры ($t = 200$ с) на расчетной сетке $11 \times 41 \times 13$ составило примерно 9 мин на компьютере Pentium-3. Тестирование прямой и обратной пространственной задач осуществлялось как на уровне отдельных программных модулей, так и на уровне программ в целом. Основные программные модули, такие как решение одномерного уравнения параболического типа общего вида с самыми общими граничными условиями и решение одномерной граничной ОЗ для этого случая, проверялись на известных решениях [18, 24]. Тестирование пространственной ПЗ в частном случае $t \to \infty$ без учета перетекания тепла по направлениям s, η осуществлялось путем сравнения стационарной температуры поверхности с радиационной равновесной температурой $T_{w,eq}$. При решении ПЗ в полной постановке стационарная температура поверхности удовлетворяла соотношению [3]

$$\int_0^{\pi}\left\{\int_0^{s_A} r_{1w}[q_w-\varepsilon_1\sigma T_w^4+c_{pg}(\rho v)_w(T_{in}-T_w)]\,ds+\int_{s_A}^{s_B} r_{2w}(q_w-\varepsilon_2\sigma T_w^4)\,ds\right\}d\eta=0,$$

которое получается после интегрирования исходной краевой задачи (1.1)–(1.9) в стационарном случае. В качестве тестов использовались также численные решения из [3, 6]. Тестирование пространственной ОЗ осуществлялось сравнением с “точным” решением, в качестве которого использовалось численное решение пространственной ПЗ.

В окрестности точки торможения течение в пограничном слое на пористой сферической оболочке считалось ламинарным, на остальной части сферической оболочки и конусе — турбулентным. Использовалась распространенная модель точечного перехода от ламинарного режима течения к турбулентному. Точка перехода $\tilde{s}_*$ определялась из условия смены знака разности значений α/c_p для ламинарного (1.11) и турбулентного (1.14) режимов течения в области $[0,\tilde{s}_1]$, и ее положение зависело от параметров в формулах (1.11), (1.14).

Расчеты проводились для определяющих параметров, взятых из [3, 6]: $c_\Sigma = c_{p1}\rho_1(1-\varphi)+c_{pg}\rho_g\varphi$, $\lambda_\Sigma = \lambda_1(1-\varphi)+\lambda_g\varphi$, $c_{pg} = b_1+b_2T$, $b_1 = 965{,}5$, $b_2 = 0{,}147$, $T_{in} = T_\infty = 300$ K, $c_{p\infty} = 10^3$ Дж/(кг$\cdot$K), $\rho_g = 1{,}3$ кг/м^3, $\lambda_g = 0{,}026$ Вт/(м$\cdot$K), $L = 0{,}005$ м, $\varepsilon_i = 0{,}85$ ($i = 1,2$), $R_N = 0{,}0185$ м, $\rho_\infty = 0{,}208$ кг/м^3, $V_\infty = 2080$ м/с, $\beta = 20°$, $\theta = 5°$, пори-

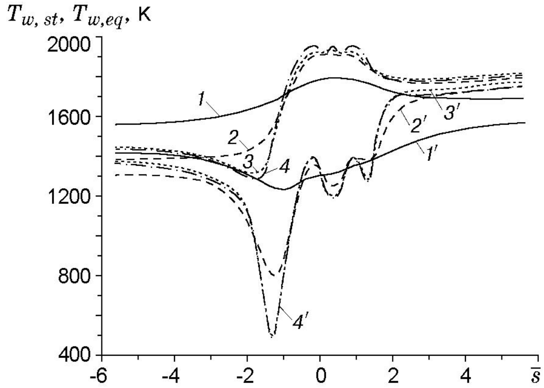

Рис. 2

стость $\varphi = 0{,}34$, $\gamma = 1{,}4$, $\mathrm{M}_\infty = 6$, $\mathrm{Pr} = 0{,}72$, $\zeta_1 = 0{,}285$, $\zeta_2 = 0{,}165$, $a = 0$. Как и в [6], рассматривались материалы оболочки с большим диапазоном теплофизических характеристик: медь ($\lambda = 386$ Вт/(м · K), $\rho = 8950$ кг/м^3, $c_p = 376$ Дж/(кг · K)), углепластик ($\lambda = 0{,}75$ Вт/(м · K), $\rho = 1350$ кг/м^3, $c_p = 1062$ Дж/(кг · K)), сталь ($\lambda = 20$ Вт/(м · K), $\rho = 7800$ кг/м^3, $c_p = 600$ Дж/(кг · K)). Распределение давления на поверхности тела p_e/p_{e0} находилось из решения пространственной газодинамической задачи [25].

На рис. 2–4 представлены результаты решения прямых, на рис. 5, 6 — обратных задач теплообмена в плоскостях симметрии $\eta = 0$, $\eta = \pi$.

На рис. 2 показано влияние вдува газа-охладителя на распределение стационарной температуры $T_{w,st}$ по поверхности ($t = 200$ с) (кривые *1–3*, *1′–3′*) и радиационной равновесной температуры $T_{w,eq}$ (кривые *4*, *4′*) на наветренной ($\bar{s} > \bar{s}_{O_1}$) и подветренной ($\bar{s} \leqslant 0 \cup 0 < \bar{s} < \bar{s}_{O_1}$) сторонах обтекаемого тела. Кривые *1–4* получены без учета, *1′–4′* — с учетом вдува газа-охладителя со скоростью $(\rho v)_w = 1{,}626$ кг/(м$^2 \cdot$ с) и соответствуют медной (кривые *1*, *1′*), стальной (кривые *2*, *2′*) и углепластиковой (кривые *3*, *3′*) оболочкам. Радиационная равновесная температура $T_{w,eq}$ определяет максимально достижимую температуру поверхности в отсутствие перетекания тепла в продольном и окружном направлениях. На конической части оболочки $T_{w,eq}$ находится из нелинейного соотношения

$$q_w - \varepsilon\sigma T_{w,eq}^4 = 0,$$

на сферической — из условия сохранения энергии на поверхности с учетом стационарного решения для тонкой пористой оболочки

$$q_w - \varepsilon\sigma T_{w,eq}^4 = (\rho v)_w c_{pg}(T_{w,eq} - T_{in}).$$

Из рис. 2 следует, что вдув газа-охладителя приводит к существенному понижению стационарной температуры поверхности и радиационной равновесной температуры. На подветренной стороне пористого сферического затупления, например в точке $\bar{s} \approx -1{,}35$, отличие значений стационарной температуры, полученных без учета и с учетом вдува, для меди составляет примерно 430 K, для стали — 750 K, для углепластика — 1020 K. Значения радиационной температуры в этой точке различаются примерно на 1050 K.

Четко выраженный минимум в распределении радиационной равновесной температуры обусловлен тем, что при движении тела под углом атаки точка торможения смещается на наветренную сторону. В результате происходит перетекание дополнительной массы холодного газа-охладителя на подветренную сторону, что приводит к уменьшению теплового потока и температуры поверхности. Это проявляется в увеличении в формуле (1.16) для конвективного теплового потока в зоне завесы параметра b, представляющего собой

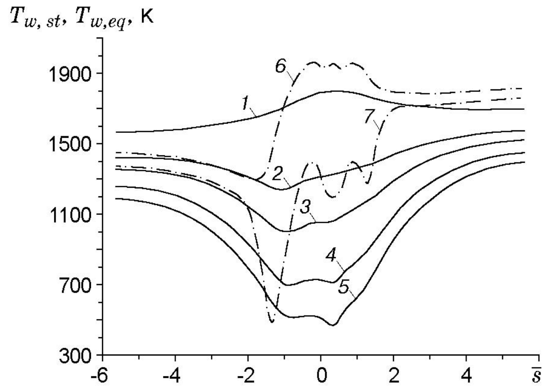

Рис. 3

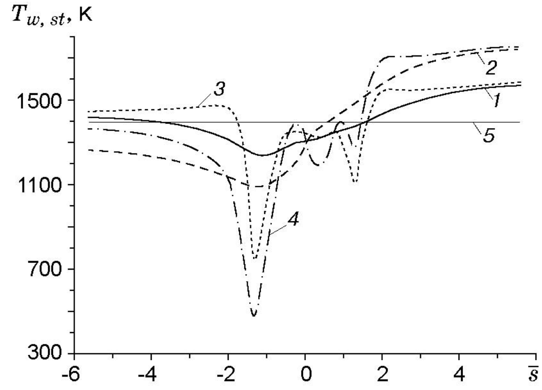

Рис. 4

отношение суммарной массы вдуваемого газа к произведению коэффициента теплообмена в рассматриваемом сечении s в отсутствие вдува и площади поверхности конуса от значения s_1 до текущего значения s [2].

Вследствие перетекания тепла с периферийной части конуса в пористый носок температура на наветренной периферийной части конуса уменьшается по мере увеличения теплопроводности материала λ. На подветренной периферийной части конической поверхности температура $T_{w,st}$ меняется немонотонно в зависимости от λ. Как и в случае отсутствия вдува $(\rho v)_w = 0$ [6], это обусловлено немонотонным распределением теплового потока по окружной координате η и перетеканием тепла в окружном направлении. На пористой сферической части в окрестности лобовой критической точки, где реализуется ламинарный режим течения в пограничном слое, увеличение теплопроводности λ сопровождается ростом стационарной температуры поверхности.

Как и следовало ожидать, наибольший эффект перетекания тепла наблюдается для меди, наименьший — для углепластика. Для углепластика стационарная температура поверхности незначительно отличается от радиационной равновесной, поскольку процесс нагрева близок к одномерному. Вследствие перетекания тепла по продольной и окружной координатам стационарная температура поверхности на периферийной части конуса на наветренной стороне для меди примерно на 200 К ниже, чем для стали и углепластика. На подветренной стороне это различие меньше.

Зависимости $T_{w,st}(\bar{s})$ (кривые *1–5*) и $T_{w,eq}(\bar{s})$ (кривые *6, 7*) при различных скоростях вдува $(\rho v)_w$ для меди представлены на рис. 3 (*1, 6* — $(\rho v)_w = 0$; *2, 7* — $(\rho v)_w = 1{,}626$ кг/(м$^2 \cdot$ с); *3–5* — $(\rho v)_w = 3$, 6, 10 кг/(м$^2 \cdot$ с)). Из рис. 3 следует, что при увеличении скорости вдува от 0 до 10 кг/(м$^2 \cdot$ с) максимальное уменьшение стационарной температуры поверхности составляет примерно 1350 К, радиационной равновесной температуры — 1120 К.

Исследовалось влияние переноса тепла по направлениям n_1, $\bar{s}$, η на зависимость $T_{w,st}(\bar{s})$ для меди, стали и углепластика. Для каждого из рассматриваемых материалов задача прогрева решалась в одно-, дву- и трехмерной постановках. Анализ численных результатов показал, что перетекание тепла практически не оказывает влияния на распределение стационарной температуры поверхности в случае углепластика и незначительно влияет в случае стали, за исключением точки $\bar{s} \approx -1{,}35$, в которой эффект перетекания приводит к изменению температуры на $100 \div 150$ К. Существенно влияние перетекания тепла по всем направлениям в случае меди (рис. 4). На рис. 4 приведены результаты расчетов при $(\rho v)_w = 1{,}626$ кг/(м$^2 \cdot$ с). Кривая *1* получена с учетом переноса тепла по направлениям n_1, $\bar{s}$, η, кривая *2* — по направлениям n_1, $\bar{s}$, кривая *3* — по направ-

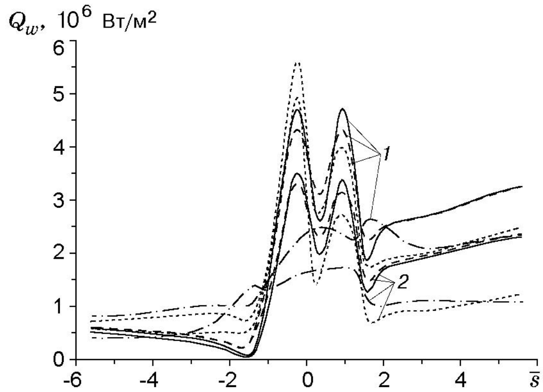

Рис. 5

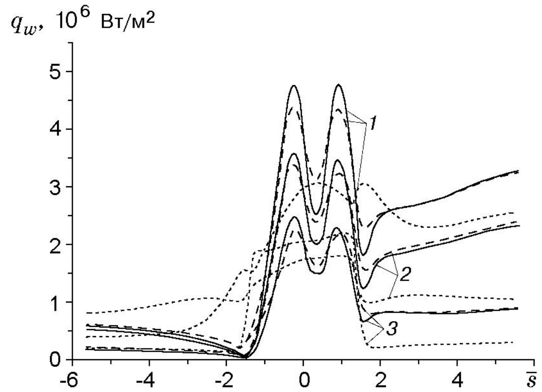

Рис. 6

лениям n_1, η. Кривая *4* соответствует одномерной постановке, кривая *5*, полученная при $\lambda_i \to \infty$ $(i = 1, 2)$, вырождается в прямую, параллельную оси $\bar{s}$, вследствие выравнивания стационарного температурного профиля в оболочке. Для медной, стальной и углепластиковой оболочек стационарная температура поверхности, рассчитанная по одномерной модели (переменные n_1, t), в масштабе графика совпала с радиационной равновесной температурой $T_{w,eq}(\bar{s})$, что является одним из подтверждений правильности алгоритма и программы.

На рис. 5, 6 приведены результаты решения ОЗ при $(\rho v)_w = 1{,}626$ кг/(м$^2 \cdot$ с). На рис. 5 показано распределение суммарного теплового потока по обводу при $t = 1$, 5 с (кривые *1, 2* соответственно) для медной оболочки (сплошные линии — "точное" решение трехмерной ОЗ, построенное на основе решения ПЗ, штриховые — численное решение трехмерной ОЗ). Несмотря на сложную немонотонную зависимость $Q_w(\bar{s})$, обусловленную перетеканием тепла и вдувом, значения теплового потока определяются с достаточно высокой точностью. В то же время неучет перетекания тепла по продольной и окружной координатам приводит к большим ошибкам в определении теплового потока. Штрихпунктирными линиями показана зависимость $Q_w(\bar{s})$, полученная без учета перетекания тепла по направлениям $\bar{s}$, η, пунктирными — без учета перетекания тепла по направлению η. Во всех вариантах расчета исходными данными для ОЗ являлось "точное" решение трехмерной ПЗ для температуры на тыльной поверхности оболочки $T_L^{exp}(s, \eta, t)$. Полученные результаты позволяют сделать вывод о необходимости использования трехмерных алгоритмов ОЗ при восстановлении теплового потока к оболочке, выполненной из высокотеплопроводного материала.

На рис. 6 представлены результаты решения трехмерной ОЗ при восстановлении конвективных тепловых потоков на границе высокотеплопроводных материалов в широком временном диапазоне. Сплошные кривые — точное решение трехмерной ОЗ для медной оболочки, штриховые — численное решение с использованием трехмерного алгоритма. Кривые *1–3* соответствуют моментам времени $t = 1$, 5, 200 с. Полученные результаты свидетельствуют о возможности использования разработанного алгоритма решения трехмерной граничной ОЗ для расшифровки показаний датчиков тепловых потоков при длительном времени измерений. Исследовался также вопрос о правомерности использования широко распространенного метода тонкой стенки [13] для определения тепловых потоков на поверхности высокотеплопроводных материалов с учетом вдува. С использованием этого метода суммарный тепловой поток на стенке в отсутствие вдува определяется по формуле

$$Q_w(\bar{s}, \eta, t) = q_w(\bar{s}, \eta, t) - \varepsilon\sigma T_w^4 = \rho c_p L \frac{dT_w}{dt},$$

при наличии вдува — по формуле

$$Q_w(\bar{s}, \eta, t) = q_w(\bar{s}, \eta, t) - \varepsilon\sigma T_w^4 = \rho c_p L \frac{dT_w}{dt} + (\rho v)_w c_{pg}(T_w - T_g).$$

Зависимость $q_w(\bar{s})$, рассчитанная методом тонкой стенки, показана на рис. 6 пунктирными линиями. Полученные результаты свидетельствуют о нецелесообразности использования этого метода для восстановления тепловых потоков в случае высокотеплопроводных материалов.

Аналогично [6] исследовалось влияние ошибок задания исходной температуры $T_L^{exp}(s, \eta, t)$ на решение ОЗ. Для этого задавались возмущения температуры во времени по пилообразному закону с амплитудой, составляющей 1 % ее текущих значений в точках с координатами $\bar{s} = 0{,}89$; 1,04. Сглаживание возмущенной температуры методом регуляризации Тихонова позволило получить устойчивое решение трехмерной ОЗ, удовлетворительно согласующееся с точным решением.

Таким образом, с использованием разработанных алгоритмов решения трехмерных прямой и обратной задач теплообмена исследовано влияние перетекания тепла по продольной и окружной координатам, а также влияние вдува газа-охладителя на характеристики пространственного теплообмена. Показана эффективность совместного применения высокотеплопроводных материалов и вдува газа-охладителя для понижения максимальных температур на теплонапряженных участках оболочки обтекаемого тела. Оценена погрешность использования одно- и двумерных алгоритмов решения ПЗ и ОЗ, а также метода тонкой стенки при восстановлении значений тепловых потоков на поверхности высокотеплопроводных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Зинченко В. И., Катаев А. Г., Якимов А. С.** Исследование температурных режимов обтекаемых тел при вдуве газа с поверхности // ПМТФ. 1992. № 6. С. 57–64.
2. **Зинченко В. И., Лаева В. И., Сандрыкина Т. С.** Расчет температурных режимов обтекаемых тел с различными теплофизическими характеристиками // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 106–114.
3. **Зинченко В. И., Якимов А. С.** Исследование характеристик теплообмена при обтекании затупленного по сфере конуса под углом атаки и вдуве газа с поверхности затупления // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 4. С. 162–169.
4. **Зинченко В. И., Кузин А. Я.** Исследование процессов теплообмена при сверхзвуковом обтекании затупленного по сфере конуса с учетом вдува газа-охладителя // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 5. С. 123–132.
5. **Зинченко В. И., Кузин А. Я.** Исследование теплового состояния затупленного по сфере конуса при гиперзвуковом пространственном обтекании методами решения прямых и обратных задач тепло- и массообмена // Тр. IV Междунар. форума по тепломассообмену, Минск, 22–26 мая 2000 г. Минск: Акад. науч. комплекс “Ин-т тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова” НАНБ, 2000. Т. 3. С. 83–90.
6. **Зинченко В. И., Кузин А. Я.** Влияние перетекания тепла на характеристики теплообмена при сверхзвуковом пространственном обтекании затупленного по сфере конуса // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 1. С. 144–152.
7. **Алифанов О. М.** Обратные задачи как методологическая основа идентификации тепловых математических моделей // Тр. IV Междунар. форума по тепломассообмену, Минск, 22–26 мая 2000 г. Минск: Акад. науч. комплекс “Ин-т тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова” НАНБ, 2000. Т. 3. С. 3–13.

8. **Алифанов О. М.** Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1979.
9. **Алифанов О. М., Ненарокомов А. В.** Трехмерная обратная задача теплопроводности в экстремальной постановке // Докл. РАН. 1992. Т. 325, № 5. С. 950–954.
10. **Алифанов О. М., Ненарокомов А. В.** Трехмерная граничная обратная задача теплопроводности // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37, № 2. С. 231–238.
11. **Кузин А. Я.** Идентификация процессов тепломассопереноса в реагирующих средах // Сопряженные задачи механики и экологии: Избр. докл. междунар. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. С. 190–205.
12. **Землянский Б. А., Степанов Г. Н.** О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1981. № 5. С. 173–177.
13. **Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б.** Тепловая защита. М.: Энергия, 1976.
14. **Харченко В. Н.** Теплообмен в гиперзвуковом турбулентном пограничном слое при вдуве охлаждающего газа через щель // Теплофизика высоких температур. 1972. № 1. С. 101–105.
15. **Зинченко В. И., Федорова О. П.** Исследование пространственного турбулентного пограничного слоя с учетом сопряженного теплообмена // ПМТФ. 1989. № 3. С. 118–124.
16. **Буреев А. В., Зинченко В. И.** Расчет пространственного обтекания сферически затупленных конусов в окрестности плоскости симметрии при различных режимах течения в ударном слое и вдуве газа с поверхности // ПМТФ. 1991. № 6. С. 72–78.
17. **Яненко Н. Н.** Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1967.
18. **Гришин А. М., Кузин А. Я., Миков В. Л. и др.** Решение некоторых обратных задач механики реагирующих сред. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1987.
19. **Самарский А. А., Николаев Е. С.** Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
20. **Гришин А. М., Берцун В. Н.** Итерационно-интерполяционный метод и теория сплайнов // Докл. АН СССР. 1974. Т. 214, № 4. С. 751–754.
21. **Reinsch C. H.** Smoothing by spline functions // Numer. Math. 1967. Bd 10. S. 177–183.
22. **Алифанов О. М., Занцев В. К., Панкратов Б. М. и др.** Алгоритмы диагностики тепловых нагрузок летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1983.
23. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.** Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.
24. **Кузин А. Я., Ярославцев Н. А.** Применение регуляризирующих алгоритмов для решения нелинейной граничной обратной задачи теплопроводности / Том. ун-т. Томск, 1987. Деп. в ВИНИТИ 22.07.87, № 5280 В87.
25. **Антонов В. А., Гольдин В. Д., Пахомов Ф. М.** Аэродинамика тел со вдувом. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990.

Поступила в редакцию 3/XII 2001 г.,
в окончательном варианте — 19/III 2002 г.