

УДК 533.6.011

Численное моделирование газодинамики процесса взаимодействия недорасширенных струй с наклонной преградой*

А.С. Епихин^{1,2}, Т.Г. Елизарова³

¹Институт системного программирования им. В.П. Иванникова РАН, Москва

²Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

³Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

E-mail: andrey.epikhin@bk.ru

Представлены результаты численного моделирования сложных ударно-волновых структур, возникающих при взаимодействии сильно недорасширенных струй с наклонной преградой. Исследования проведены при углах отклонения пластины 45°, 60° и 90°, что соответствует различным типам интерференции скачков уплотнения. Для расчёта газодинамических характеристик течения использовался программный комплекс OpenFOAM и решатель QGDFoam, который базируется на решении системы регуляризованных (квазигазодинамических) уравнений. Выполнено сравнение структур течения и распределения давления на преграде с результатами, полученными с применением схемы Курганова–Тадмора, и экспериментальными данными. Выявлены особенности применения данного подхода для расчета сложных ударно-волновых структур потока с наличием тройных точек, контактных разрывов и низкоэнтропийных струек.

Ключевые слова: численное моделирование, струйные взаимодействия, ударно-волновые структуры, регуляризованные (квазигазодинамические) уравнения, QGDFoam, OpenFOAM.

Введение

Интерес к исследованию истечения газа в вакуум обусловлен широким спектром научных и практических приложений. Например, при проектировании ракетно-космической техники часто имеют место ситуации, когда надстроечные элементы (антенны, мишени, защитные щитки), расположенные на плоской, цилиндрической или сферической поверхностях, попадают в область взаимодействия истекающих в разреженное пространство струй. На сегодняшний день известно достаточное количество работ, посвященных изучению процессов истечения свободных сверхзвуковых недорасширенных струй в затопленное пространство [1 – 5]. При этом исследования, связанные с взаимодействием струй с преградами, как правило, проводятся для одиночных осесимметричных струй [6 – 11]. Таким образом, в настоящее время существует не так много работ, где рассматривается взаимодействие блочных недорасширенных струй с преградами. В этом случае взаимодействие возмущенного струйного потока с выступающими элементами

* Работа выполнена при поддержке РФФ (грант № 19-11-00169).

сопровождается сложными ударно-волновыми структурами с наличием областей трехмерного отрывного течения. Как правило изучение таких течений проводится с применением дорогостоящих экспериментальных методов. Согласно работам [12, 13] можно выделить шесть режимов интерференции ударных волн. Авторами этих исследований на основе анализа экспериментальных результатов были выявлены особенности структуры течения для каждого режима и даны приближенные подходы к оценке газодинамических параметров. В указанных работах рассматривались равномерные потоки.

В последнее время для решения подобных задач все чаще применяются программные пакеты численного моделирования [14 – 16], но для эффективного использования подобного программного обеспечения необходимо проводить его валидацию. Численное моделирование взаимодействия газодинамики высотных струйных течений представляет собой трудную задачу. Это обусловлено, прежде всего, сложной геометрией расчетных областей, определяющей конструктивными узлами конкретных изделий, многоблочностью струй, разновеликостью характерных размеров сопел и конструкций изделий и другими факторами, вызывающими такие газодинамические особенности течений, как интерферирующие ударно-волновые структуры, контактные разрывы и низкоэнтропийные струйки, отрывные зоны, локальную нестационарность и т.д. Выбор численного алгоритма решения уравнений сохранения является самостоятельной задачей и оказывает влияние на характеристики получаемого решения и его соответствие исходной постановке задачи.

Многие из существующих явных методов на основе схем типа Годунова (схема HLL, HLLC, Roe и др.), реализованных в вычислительных пакетах, приводят к возникновению неустойчивостей на скачках уплотнения. В свою очередь схема Курганова–Тадмора позволяет избавиться от данной проблемы, но при этом она является достаточно диссипативной [17]. К недостатку перечисленных схем относится ограниченность области их применимости при значениях числа Маха $M < 1$, что затрудняет расчет и снижает его точность в области отрывных дозвуковых течений. Альтернативой вышеописанным подходам может служить использование гибридных подходов [18] и алгоритмов, основанных на регуляризованных (квазигазодинамических (КГД)) уравнениях газодинамики [19]. Регуляризованные уравнения газодинамики являются аналогом уравнений Навье–Стокса и применяются для описания течений в задачах различного типа. КГД-алгоритмы, основанные на этих уравнениях, отличаются однородностью разностных аппроксимаций, простота реализации и физически обусловленная понятию регулируемая численная диссипация. Данный подход хорошо зарекомендовал себя при решении задач истечения сверхзвуковых идеально расширенных струй в затопленное пространство [20]. Также КГД-алгоритм применялся для расчета нестационарного взаимодействия струйного течения с преградой, расположенной перпендикулярно оси струи [21], и ряда задач о взаимодействии параллельно истекающих струй.

В настоящей работе на примере численного моделирования взаимодействия двух недорасширенных струй с плоской наклонной преградой рассматриваются физические процессы образования разнообразных ударно-волновых структур. Выбраны три режима интерференции ударных волн, которые соответствуют отклонению пластины от осевой плоскости на 45° , 60° и 90° . Расчет выполняется с помощью открытого программного комплекса OpenFOAM, который в последние годы широко используется для расчета высотных струйных взаимодействий. Проводится сравнение распределения давления на преграде с результатами [14], полученными с помощью решателя rhoCentralFoam (схема Курганова–Тадмора), и данными натурального эксперимента, приведенными там же.

1. Численный метод

В работе использовался численный алгоритм решения КГД-системы уравнений, который реализован в решателе QGDFoam пакета OpenFOAM [22, 23]. КГД-система уравнений включает в себя уравнения баланса массы (1), импульса (2) и энергии (3) [19, 22]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}_m = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{j}_m \otimes \mathbf{u}) + \nabla p = \nabla \cdot \Pi, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{j}_m}{\rho} (E + p) \right) + \nabla \cdot \mathbf{q} = \nabla \cdot (\Pi \cdot \mathbf{u}), \quad (3)$$

$$\mathbf{j}_m = \rho(\mathbf{u} - \mathbf{w}),$$

$$\Pi = \Pi_{NS} + \Pi_{QGD},$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{NS} + \mathbf{q}_{QGD},$$

где ρ — плотность, \mathbf{u} — вектор скорости, \mathbf{j}_m — поток массы, p — давление, E — полная энергия, Π — тензор вязких напряжений, \mathbf{q} — тепловой поток, Π_{NS} , \mathbf{q}_{NS} — тензор вязких напряжений и тепловой поток для уравнения Навье–Стокса; \mathbf{w} , Π_{QGD} , \mathbf{q}_{QGD} — дополнительные диссипативные члены в соответствующих уравнениях, пропорциональные коэффициенту τ [22]:

$$\mathbf{w} = \tau / \rho \cdot (\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p),$$

$$\Pi_{QGD} = \tau \cdot (\mathbf{u} \otimes (\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p) + \hat{\mathbf{I}} \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla p + \gamma \cdot p \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u}))),$$

$$\mathbf{q}_{QGD} = \tau \cdot \mathbf{u} \cdot \rho \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla (p / \rho (\gamma - 1)) + p \mathbf{u} \cdot \nabla (1 / \rho)),$$

где $\hat{\mathbf{I}}$ — единичный тензор, γ — показатель адиабаты. КГД-система является расширением классической системы уравнений Навье–Стокса и содержит дополнительные слагаемые, которые пропорциональны малому коэффициенту τ , имеющему размерность времени. Когда параметр τ стремится к нулю, КГД-система уравнений переходит в систему уравнений Навье–Стокса. В безразмерной форме τ пропорционально числу Кнудсена. Для плотных газов величина τ слишком мала, чтобы пользоваться её непосредственным значением, поскольку она не обеспечивает требуемой устойчивости численного алгоритма. В этом случае роль средней длины свободного пробега частиц газа в численном алгоритме может выполнять шаг расчетной сетки по пространству

$$\tau = \alpha_{QGD} \frac{\Delta_h}{a},$$

где α_{QGD} — константа, изменяющаяся в диапазоне от 0 до 1 и являющаяся настроечным параметром численного КГД-алгоритма, Δ_h — размер ячейки, a — скорость звука. При решении задач с высокими значениями чисел Маха и Рейнольдса введенной с помощью τ -слагаемых диссипации оказывается недостаточно, в связи с чем в систему вводится искусственная вязкость в виде дополнительного коэффициента в тензоре вязких напряжений

$$\mu \rightarrow \mu + Sc_{QGD} \cdot p \cdot \tau,$$

где Sc_{QGD} — параметр схемы, обеспечивающий ее устойчивость при высоких значениях локального числа Маха. Для расчета течений с большими градиентами давления (скачками уплотнения) целесообразно использовать динамическое определение параметра Sc_{QGD} , аналогично подходу, представленному в работе [24]:

$$Sc_{QGD} = \frac{\sum (\delta p / \delta n)_f \delta x}{\sum (2p_f)}, \quad (4)$$

где $p_f = (p_P - p_N)_f / 2$, $(\delta p / \delta n)_f \delta x = (p_P + p_N)$, p_P и p_N — давление в центрах соседних ячеек.

2. Постановка задачи

В задаче рассматриваются две струи, истекающие из конических сопел диаметром D_a , оси которых параллельны между собой и разнесены на расстояние $a/D_a = 1,8$. Поток набегает на плоскую поверхность, расположенную на расстоянии $H/D_a = 5,9$ от срезов сопел под углом $\theta = 45^\circ, 60^\circ$ и 90° к их осям (рис. 1). Струи имитируются воздухом ($\gamma = 1,4$). Число Маха на срезе сопла $M = 3$, угол полураствора сопла составляет 10° , нерасчетность струй $n = p_a/p_\infty = 30$, где p_a — давление на срезе сопла, p_∞ — давление в окружающей среде. В начальный момент времени окружающая среда неподвижна.

Рассматривается постановка задачи с плоскостью осевой симметрии xOz . Для определения параметра Sc_{QGD} использовалась формула (4), на пластине $Sc_{QGD(wall)} = 0$. На срезе сопла задается фиксированное значение для давления, температуры и скорости. Поверхность пластины считается адиабатической стенкой, на которой заданы условия прилипания для скорости. На свободных границах заданы условия нулевого градиента по нормали. Задача решается в нестационарной постановке.

Расчеты выполнялись с использованием трехмерной неструктурированной сетки из гексаэдров. Проводилось дополнительное сгущение сетки в области взаимодействия двух струй. Общее количество ячеек расчетной сетки составляло порядка $1,8 \cdot 10^6, 8 \cdot 10^6$ и $32 \cdot 10^6$, что соответствует разрешению в области измельчения 20, 40 и 80 ячейкам, приходящимся на срез сопла (cells per diameter, CPD). Таким образом, минимальный размер ячеек в области взаимодействия струй для трех рассмотренных сеток составлял $\Delta = D_a/20, D_a/40, D_a/80$ соответственно. Сходимость численного решения для распределения давления на преграде для $\theta = 60^\circ$ показана на рис. 2.

Получено, что сгущение сетки позволяет более четко разрешить пики давления. Сопоставление трех последовательных расчетов показывает сходимость решения при сгущении узлов сетки. Отметим, что разница значений пика давления между разрешением сетки 40 и 80 ячеек, приходящимся на срез сопла, составляет порядка 6 %.

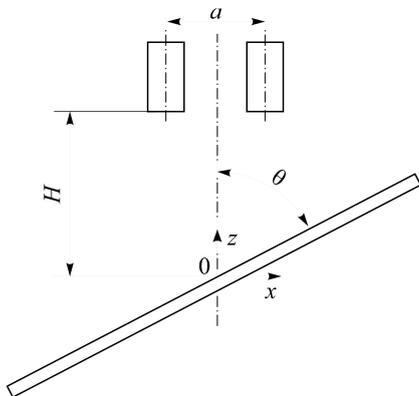


Рис. 1. Постановка задачи.

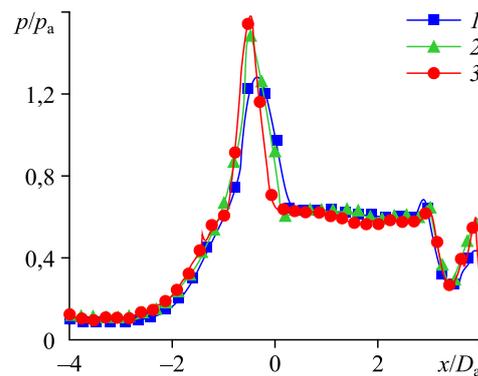


Рис. 2. Распределение давления на пластине в зависимости от сгущения расчетной сетки. 1 — 20 CPD, 2 — 40 CPD, 3 — 80 CPD.

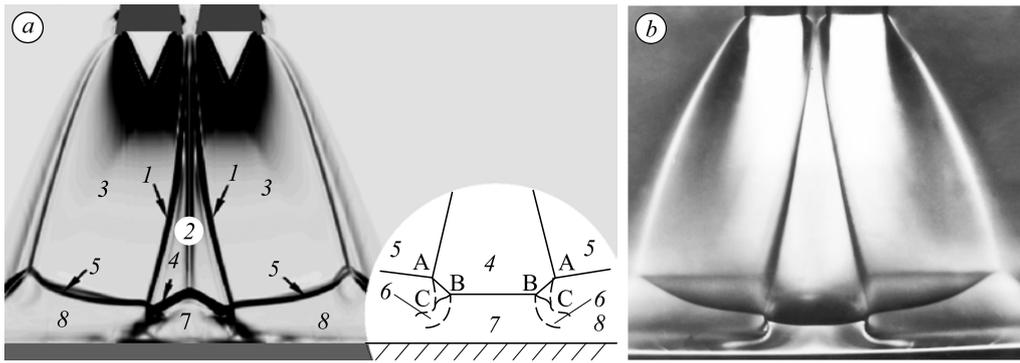


Рис. 3. Структура взаимодействия струй с горизонтальной пластиной.

a — распределение градиента плотности в области взаимодействия двух струй, *b* — теневая фотография [14].

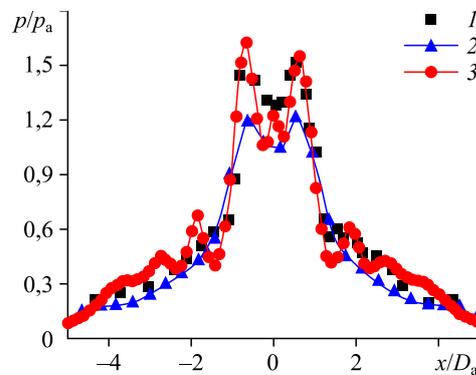
3. Анализ результатов моделирования

Следует отметить, что рассчитанное течение в области взаимодействия струйного потока с преградой является пульсирующим, структура интерферирующих скачков периодически перемещается. В связи с этим на поверхности пластины несколько изменяются точка максимума давления и его величина. Нестационарные особенности течения в данной области обусловлены физическими процессами и не исследуются в представленной работе. Здесь и далее осредненные по времени результаты для решателей QGDFoam и rhoCentralFoam приводятся для сеток с разрешением 80 ячеек, приходящихся на срез сопла.

На рис. 3 представлена структура взаимодействия двух недорасширенных струй с преградой, расположенной под углом $\theta = 90^\circ$. На начальном участке истекающие из сопел недорасширенные струи встречаются перед плоскостью взаимодействия с образованием ударных волн 1, ограничивающих сжатый слой газа 2. Взаимодействие невозмущенной части струи 3 и сжатого слоя газа 2 с поверхностью пластины сопровождается возникновением сильных ударных волн 4 и 5 соответственно, интерференция которых между собой и скачком 1 приводит к образованию конфигурации с двумя тройными точками А и В. Выходящие из точек А и В контактные разрывы являются границами низкоэнтропийной струйки 6, форма и положение которой определяется соотношением давлений в областях 7 и 8. Если давление в области 7 больше чем в 8, то струйка отворачивается в сторону области с меньшим давлением и не доходит до поверхности пластины. При близких значениях давлений низкоэнтропийная струйка тормозится на поверхности пластины и распространяется вдоль плоскости взаимодействия, не попадая в область 8. Форма и положение низкоэнтропийной струйки задает для каждого соотношения давлений расход газа, вытекающего из области 7, и структуру течения, что в свою очередь, определяет уровень давления на поверхности преграды. Примыкающая к плоскости взаимодействия область 7 за ударной волной (между двумя низкоэнтропийными струйками) является зоной повышенного давления на поверхности преграды (рис. 4).

Рис. 4. Распределение давления на преграде при $\theta = 90^\circ$.

Данные эксперимента (1) и расчетов с использованием rhoCentralFoam (2), QGDFoam (3).



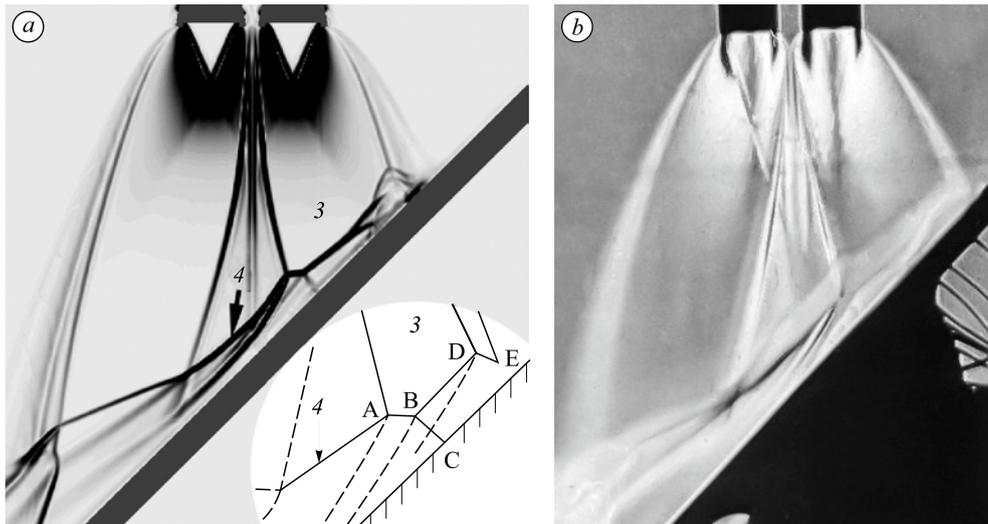
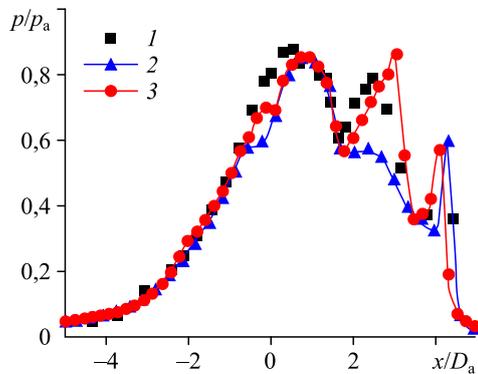


Рис. 5. Структура взаимодействия струй с преградой под углом 45° .
 а — распределение градиента плотности в области взаимодействия двух струй,
 б — теневая фотография [14].

Вне указанной зоны давление интенсивно падает. В периферийной части струи имеет место интерференция всякого скачка с ударной волной 5, приводящая к возникновению тройной конфигурации скачков. В окрестности области взаимодействия струй расчетная кривая лежит несколько ниже экспериментальной. Причина может быть в том, что экспериментальные результаты получены при взаимодействии с преградой слабо подогретой струи, когда исключается наличие конденсированной фазы в сопле, но не гарантируется её отсутствие в потоке струи. Присутствие конденсированной фазы в струе изменяет степень расширения последней и положение внутренних скачков [14]. Также следует отметить, что эпюры давления, полученные с применением решателя rhoCentralFoam, существенно проседают относительно подхода на основе КГД-алгоритма. Это объясняется тем, что схема Курганова–Тадмора является более диссипативной чем КГД-алгоритм и «размазывает» область контактных разрывов (границы низкоэнтропийной струйки 8), что приводит более свободному, чем в эксперименте, вытеканию газа из области 7, поэтому эпюра также проседает относительно экспериментальных результатов.

Изменение угла наклона пластины θ нарушает симметрию картины течения относительно плоскости взаимодействия, что приводит к существенному изменению волновой структуры в различных областях при набегании струй на поверхность пластины. На рис. 5 представлена структура взаимодействия двух недорасширенных струй с преградой, расположенной под углом $\theta = 45^\circ$. При интерференции скачков реализуется конфигурация с двумя тройными точками А и В, при этом точка В фактически является точкой «излома» ударной волны AD, реализующейся при взаимодействии невозмущенной части струи 3 с поверхностью пластины. Из точки В выходит внутренний скачок, а из точки D — контактный разрыв.



При интерференции скачков реализуется конфигурация с двумя тройными точками А и В, при этом точка В фактически является точкой «излома» ударной волны AD, реализующейся при взаимодействии невозмущенной части струи 3 с поверхностью пластины. Из точки В выходит внутренний скачок, а из точки D — контактный разрыв.

Рис. 6. Распределение давления на преграде при $\theta = 45^\circ$.
 Данные эксперимента (1) и расчетов с использованием rhoCentralFoam (2), QGDFOAM (3).

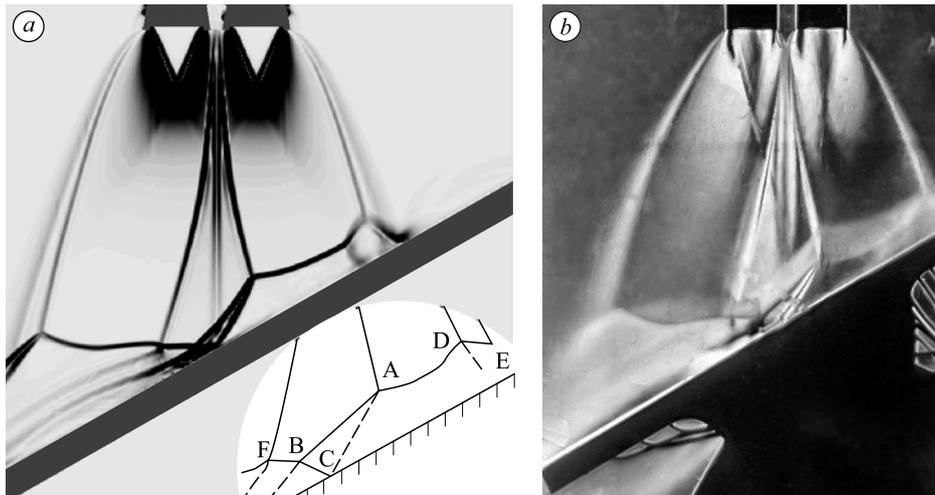


Рис. 7. Структура взаимодействия струй с преградой под углом 60° .
 а — распределение градиентов плотности в области взаимодействия двух струй,
 б — теневая фотография [14].

В рассмотренном диапазоне нерасчетности протяженность скачка АВ оказывается небольшой. В зоне повышенного давления за ударной волной 4 экспериментальная и расчетные эпюры давления согласуются по величине (рис. 6). Контактный разрыв, исходящий из точки D, поджимается к поверхности пластины потоком, прошедшим ударную волну BD. На экспериментальной эпюре давления наблюдается вторая область повышенного давления. Результаты расчета показывают, что газ, прошедший скачок DE, тормозится на поверхности пластины с образованием линии растекания, в окрестности которой эпюра давления носит пикообразный характер. В экспериментальных исследованиях из-за редкого дренажа указанное повышение давления не получено. Расчетные величины давления в первой области хорошо согласуются для двух численных подходов, однако вторая область значительно лучше прорабатывается с помощью КГД-алгоритма. В свою очередь несоответствие величины давления для схемы Курганова–Тадмора можно объяснить отсутствием в расчетной структуре тройной точки В и внутреннего скачка ВС, место падения которого на поверхность преграды, как отмечалось выше, совпадает с зоной повышенного давления [14].

На рис. 7 представлена структура взаимодействия двух недорасширенных струй с преградой, расположенной под углом $\theta = 60^\circ$. В соответствии с теневым снимком при $\theta = 60^\circ$ (рис. 7b) исходящий из точки А контактный разрыв и сверхзвуковой поток, прошедший скачок АВ, достигают поверхности преграды и взаимодействуют с ней с образованием скачка ВС, обеспечивающего разворот потока параллельно поверхности преграды. При этом пересечение указанного скачка с ударной волной AF сопровождается ее изломом с образованием тройной точки В. Аналогичная ударно-волновая структура получена и в расчетах (рис. 7a). На рис. 8 для рассмотренного случая взаимодействия представлено распределение давления на поверхности пластины (в осевой

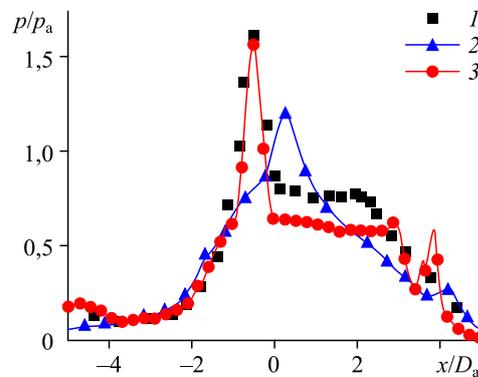


Рис. 8. Распределение давления на преграде при $\theta = 60^\circ$.

Данные эксперимента (1) и расчетов с использованием rhoCentralFoam (2), QGDFoam (3).

плоскости), полученного расчетным путем и в эксперименте. Особенностью распределения давления является то, что в дозвуковой области за ударной волной AD до точки возникновения скачка наблюдается полка постоянных значений давления. Эпюра давления на преграде, полученная с помощью схемы Курганова–Тадмора, немного расходится с результатами КГД-алгоритма и экспериментальными данными. Как и в первом случае это объясняется тем, что ввиду диссипативных свойств данного подхода исходящий из точки A контактный разрыв «размазывается» и смещается на более далекое расстояние, что приводит к смене местоположения точки взаимодействия скачка BC со скачком AF. В данном случае указанное расхождение в картине течения существенно сказывается на качественном и количественном характере распределения давления на поверхности преграды [14]. КГД-подход воспроизводит картину течения и эпюры давления точнее, результаты лучше согласуются с экспериментальными данными. Отметим, что сходимость решения для этого варианта в зависимости от расчетной сетки приведена на рис. 2.

Заключение

На примере расчета сложных ударно-волновых структур с наличием тройных точек, контактных разрывов и низкоэнтропийных струек проведена валидация КГД-системы уравнений, реализованной в решателе QGDFoam пакета OpenFOAM. Исследование показало, что КГД-алгоритм на приемлемых для решения практических задач расчетных сетках достаточно точно воспроизводит общую картину течения, четко, без излишнего сглаживания прорабатывает как отдельные изолированные скачки, так и их тройные конфигурации. Наблюдается качественное и количественное согласование расчетных и экспериментальных эпюр давления.

Сравнение полученных результатов с численным алгоритмом на базе схемы Курганова–Тадмора показало, что схема Курганова–Тадмора, основанная на методе Годунова, является более диссипативной и больше сглаживает указанные разрывы. Однако на имеющемся этапе программной реализации в пакете OpenFOAM данная схема более эффективна в плане времени расчета. Поэтому схему Курганова–Тадмора можно рекомендовать для решения практических струйных задач с учетом сложных ударно-волновых структур в отсутствие контактных разрывов или для случаев, когда контактные разрывы несущественно влияют на результат. В других случаях предпочтительнее схемы более высокого порядка или КГД-подход. Благодаря нелинейному характеру искусственной диссипации КГД-подход позволяет более точно определять взаимодействие протяженных контактных разрывов, что дает возможность моделировать структуры течения и эпюры давления не только качественно, но и количественно как для сверхзвуковых, так и дозвуковых течений.

Работа выполнена с использованием оборудования центра коллективного пользования «Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса» НИЦ «Курчатовский институт» (<http://ckp.nrcki.ru/>).

Список литературы

1. Love E.S., Grigsby C.E., Lee L.P., Woodling M.J. Experimental and theoretical studies of axisymmetric free jets // NASA Technical Report. 1959.
2. Franquet E., Perrier V., Gibout S., Bruel P. Free underexpanded jets in a quiescent medium: a review // Progress in Aerospace Sci. 2015. Vol. 77. P. 25–53.
3. Герасимов Ю.И., Ярыгин В.Н. Истечение струй идеального и реальных газов из осесимметричных сопел. Вопросы подобия 1. Истечение струй в вакуум // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2012. Т. 13, № 1. С. 1–22.
4. Запрягаев В.И., Киселев Н.П., Пивоваров А.А. Газодинамическая структура осесимметричной сверхзвуковой недорасширенной струи // Изв. РАН. Мех. жидк. и газа. 2015. № 1. С. 95–107.
5. Zapryagaev V., Kiselev N., Gubanov D. Shock-wave structure of supersonic jet flows // Aerospace. 2018. Vol. 5, No. 2. P. 60-1–60-18.

6. Lamont P.J., Hunt B.L. The impingement of underexpanded, axisymmetric jets on perpendicular and inclined flat plates // J. Fluid Mech. 1980. Vol. 100, No. 3. P. 471–511.
7. Nguyen D.T., Maher B., Hassan Y. Effects of nozzle pressure ratio and nozzle-to-plate distance to flowfield characteristics of an under-expanded jet impinging on a flat surface // Aerospace. 2019. Vol. 6, No. 1. P. 4–1–4–28.
8. Nakai Y., Fujimatsu N., Fujii K. Experimental study of underexpanded supersonic jet impingement on an inclined flat plate // AIAA J. 2006. Vol. 44, No. 11. P. 2691–2699.
9. Гинзбург И.П., Семилетенко Б.Г., Терпигорьев В.С., Усков В.Н. Некоторые особенности взаимодействия сверхзвуковой недорасширенной струи с плоской преградой // Инж.-физ. журн. Т. 19, № 3. С. 412–417.
10. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Ефремов А.В., Цветков А.И. Структура течения и колебания давления при взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи газа с трубной полостью // Журн. техн. физики. 2020. Т. 90, № 8. С. 1254–1266.
11. Герасимов Ю.И., Ярыгин В.Н., Крылов А.Н., Сагдуллин Б.А. Моделирование структуры течения в составной струе за двумя двигателями, расположенными около корпуса космического аппарата // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 3. С. 395–404.
12. Энди Б. Теплообмен на затупленном теле, сталкиваемом со скачком уплотнения // Ракетная техника и космонавтика. 1968. Т. 6, № 1. С. 16–24.
13. Землянский Б.А., Лунев В.В., Власов В.И., Горшков А.Б., Залогин Г.Н. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. М.: Физматлит, 2014. 380 с.
14. Воронин В.В., Епихин А.С., Храмов Н.Е. Численное моделирование газодинамики сложных ударно-волновых структур, сопровождающих высотные струйные взаимодействия при функционировании космических аппаратов // Космонавтика и ракетостроение. 2018. Т. 100, № 1. С. 118–126.
15. McIlroy K., Fujii K. Computational analysis of supersonic underexpanded jets impinging on an inclined flat plate // 37th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit. AIAA Paper. 2007. No. 2007–3859.
16. Бекетаева А.О., Моисеева Е.С., Найманова А.Ж. Численное моделирование взаимодействия ударной волны с пограничным слоем в плоском сверхзвуковом потоке со вдувом струи // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23, № 2. С. 181–191.
17. Kurganov A., Tadmor E. New high-resolution semi-discrete central schemes for Hamilton–Jacobi equations // J. Comp. Phys. 2000. Vol. 160, No. 2. P. 720–742.
18. Kraposhin M.V., Banholzer M., Pfitzner M., Marchevsky I.K. A hybrid pressure-based solver for nonideal single-phase fluid flows at all speeds // Intern. J. Numerical Methods in Fluids. 2018. Vol. 88, No. 2. P. 79–99.
19. Elizarova T.G. Quasi-gas dynamic equations. Berlin: Springer, 2009. 286 p.
20. Epikhin A., Kraposhin M. Prediction of the free jet noise using quasi-gas dynamic equations and acoustic analogy // Lecture Notes in Computer Sci. 2020. Vol. 12143. P. 217–227.
21. Graur I.A., Elizarova T.G., Lengrand J.C. Investigation of shock configurations induced by a plume impinging upon a perpendicular plate // Proceedings of the 23rd Intern. Symp. on Shock Waves. 2001. P. 677–683.
22. Kraposhin M.V., Smirnova E., Elizarova T.G., Istomina M.A. Development of a new OpenFOAM solver using regularized gas dynamic equations // Computers and Fluids. 2018. Vol. 166. P. 163–175.
23. QGDFoam solver: <https://github.com/unicfdlab/QGDSolver>.
24. Ducros F., Ferrand V., Nicoud F., Weber C., Darracq D., Gacherieu C., Poinso T. Large-eddy simulation of the shock / Turbulence interaction // J. Com. Phys. 1999. Vol. 152, No. 2. P. 517–549.

*Статья поступила в редакцию 18 февраля 2021 г.,
после доработки — 18 февраля 2021 г.,
принята к публикации 18 мая 2021 г.*