

УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРНЫХ И МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА НА ДЕФОРМИРОВАНИЕ ЗЕРКАЛЬНОЙ АНТЕННЫ

С. К. Голушко, А. В. Юрченко

Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск

Исследовано влияние структурных и механических характеристик композиционного материала на напряженно-деформированное состояние зеркала антенны, выполненного в виде тонкой композитной оболочки вращения и подверженного действию собственного веса, ветровой и температурной нагрузок. Краевая задача для системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая поведение такой конструкции, сведена к последовательности краевых задач для неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Для решения получаемых при этом жестких систем уравнений использован метод дискретной ортогонализации Годунова.

Постановка задачи и метод решения. Для обеспечения оперативной мобильной связи широко используются спутниковые системы, важным элементом которых являются зеркальные антенны. Основные требования, предъявляемые к таким антеннам, — прочность и минимальное отклонение профиля зеркала от заданного. Широкие возможности для обеспечения этих требований открывает использование композиционных материалов (КМ).

Рассматривается зеркало антенны, выполненное в виде тонкой армированной параболической оболочки вращения, с фокусным расстоянием f , диаметром раскрытия D и толщиной $2h$. Исследуется поведение конструкции в зависимости от структурных и механических характеристик композита при фиксированных параметрах нагружения и закрепления, заданной геометрии и линейных размерах.

При моделировании зеркала используются структурная модель армированного слоя, структурный критерий разрушения [1] и классическая линейная модель тонкой оболочки. Решается краевая задача для системы 19 алгебраических и дифференциальных уравнений в частных производных относительно 19 неизвестных функций. Исходная краевая задача сводится к последовательности краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений методом разделения переменных с применением тригонометрического базиса [2]. В общем случае каждая из получаемых систем обыкновенных дифференциальных уравнений записывается в виде

$$\frac{d\mathbf{y}_m}{dr} = A_m(r)\mathbf{y}_m + \mathbf{b}_m(r), \quad (1)$$

где $\mathbf{y}_m(r)$ — вектор-функция разрешающих коэффициентов при гармонике с номером m ; r — расстояние от отсчетной поверхности до оси вращения; $A_m(r)$ — матрица системы

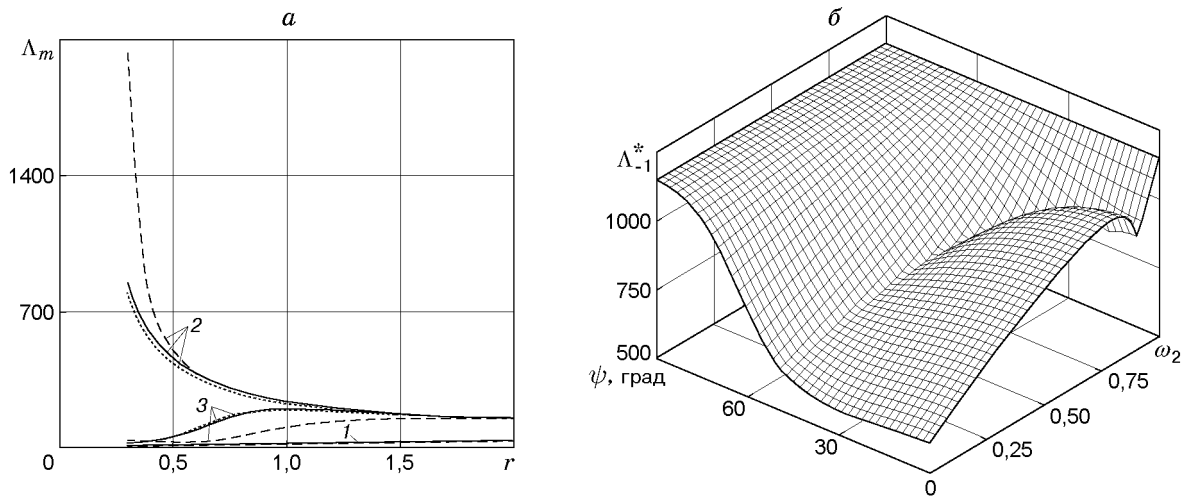


Рис. 1

размерности 8×8 ; $\mathbf{b}_m(r)$ — вектор свободных членов. Система (1) и граничные условия вида

$$G_l \mathbf{y}_m(r_{\min}) = \mathbf{g}_{l,m}, \quad G_r \mathbf{y}_m(r_{\max}) = \mathbf{g}_{r,m} \quad (2)$$

(G_l, G_r — матрицы размерности 8×4 ; $\mathbf{g}_{l,m}, \mathbf{g}_{r,m}$ — векторы размерности 4) образуют замкнутую краевую задачу.

Системы (1) являются жесткими, что обусловлено их высоким порядком и наличием в них малых параметров, таких как h/R_i и E_0/E_n (R_i — главные радиусы кривизны; E_0, E_n — модули Юнга связующего и армирующих волокон n -го семейства). Кроме того, для оболочек ненулевой гауссовой кривизны с переменными вдоль меридиана параметрами армирования матрица системы существенно зависит от меридиональной координаты. Изложенные выше обстоятельства приводят к тому, что отношение $\Lambda_m(r) = \max_j |\lambda_{j,m}(r)| / \min_j |\lambda_{j,m}(r)|$ ($\lambda_{j,m}(r)$ — собственные значения матрицы $A_m(r)$) становится много больше единицы.

На рис. 1,а представлены зависимости величин Λ_m от радиуса и номера гармоники при расчете напряженно-деформированного состояния алюминиево-углеродного (сплошные линии), титаноуглеродного (пунктирные линии) и углепластикового (штриховые линии) зеркал. Кривые 1 (совпадают для трех типов зеркал) соответствуют $m = 0$, кривые 2 — $m = -1, 1$, кривые 3 — $m = -2, 2$. Величина $\Lambda_m(r)$ существенно зависит как от меридиональной координаты, так и от механических характеристик КМ. Кроме того, для различных гармоник эта зависимость меняется как количественно, так и качественно. При этом максимальные значения достигаются для антисимметричных компонент ($m = -1, 1$). На рис. 1,б представлена зависимость величины $\Lambda_{-1}^* = \max_r \{\Lambda_{-1}(r)\}$ от структурных параметров КМ, полученная при расчете антисимметричных компонент напряженно-деформированного состояния титаноуглеродного зеркала и показывающая существенное влияние структуры армирования на жесткость системы. Так, на рис. 1,б эта величина изменяется в 2 раза. Здесь ω_2 — удельная интенсивность волокон окружного семейства; $\psi_1 = -\psi_3 = \psi$ — углы укладки волокон спиральных семейств.

При решении краевой задачи для жесткой системы дифференциальных уравнений используется метод дискретной ортогонализации Годунова [3].

Напряженно-деформированное состояние зеркала под действием собственного веса. Рассмотрим зеркало параболической антенны с диаметром раскрытия 4 м и фокусным расстоянием 1,5 м, жестко заземленное в центре по радиусу 0,3 м и находящее-

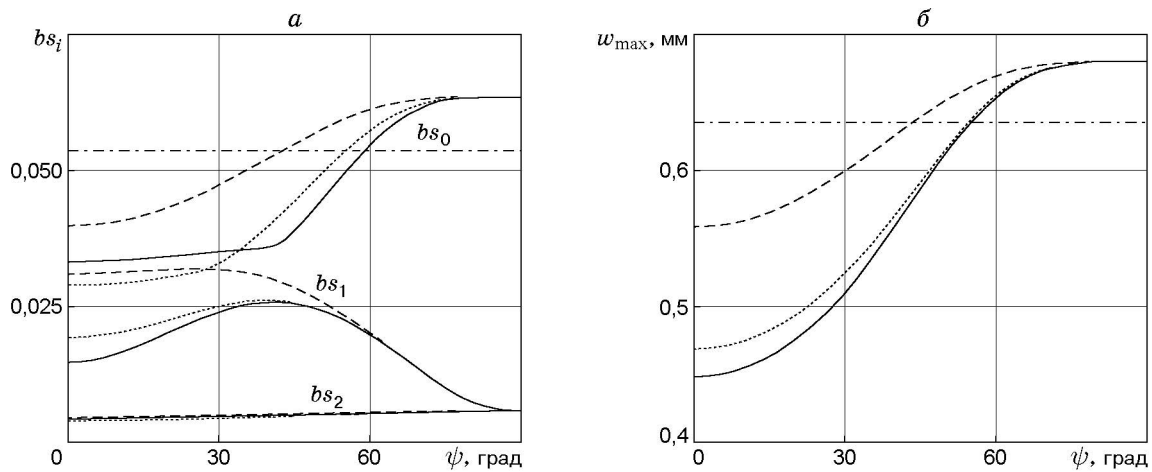


Рис. 2

еся под действием собственного веса. Ось антенны направлена под углом $\beta = 30^\circ$ к поверхности земли. Конструкция изготовлена из алюминия (плотность $\rho_0 = 2,68 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $E_0 = 70 \text{ ГПа}$, предел прочности $\sigma_0^* = 170 \text{ МПа}$), армированного высокомодульными углеродными волокнами ($\rho_n = 1,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $E_n = 780 \text{ ГПа}$, $\sigma_n^* = 2,5 \text{ ГПа}$) с объемной долей $\omega_a = 0,3$. Арматура распределена по трем семействам: окружному и двум спиральным. Удельные интенсивности укладки спиральных семейств ω_1 и ω_3 связаны с ω_2 соотношением $\omega_1 = \omega_3 = (1 - \omega_2)/2$. Осредненная по толщине плотность $\rho \approx 2,446 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, толщина зеркала $2h = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Собственный вес создает осесимметричное и антисимметричное нагружения, которым соответствуют разрешающие системы (1), (2) при $m = 0$ и $m = -1$. Приведенные нагрузки задаются выражениями

$$q_{1,0} = -2h\rho g \sin \beta \sin \theta, \quad q_{2,0} = 0, \quad q_{3,0} = 2h\rho g \sin \beta \cos \theta,$$

$$q_{1,-1} = -2h\rho g \cos \beta \cos \theta, \quad q_{2,-1} = -2h\rho g \cos \beta, \quad q_{3,-1} = -2h\rho g \cos \beta \sin \theta.$$

Здесь q_1, q_2, q_3 — меридиональная, окружная и нормальная составляющие; θ — угол между нормалью к поверхности и осью вращения.

На рис. 2,а представлены зависимости максимальных интенсивностей напряжений в матрице (bs_0), спиральных (bs_1) и окружном (bs_2) семействах арматуры от угла укладки спиральных семейств волокон ψ . На рис. 2,б приведены зависимости $w_{\max}(\psi)$. Сплошные кривые соответствуют значениям $\omega_2 = 0$, пунктирные — $\omega_2 = 0,4$, штриховые — $\omega_2 = 0,8$. Максимальные прогибы и интенсивности напряжений в изотропной алюминиевой конструкции показаны штрихпунктирными линиями. Из приведенных зависимостей следует, что армирование может как улучшить, так и ухудшить жесткостные и прочностные характеристики конструкции. Так, укладка арматуры вдоль меридианов может уменьшить напряжения в матрице почти в 2 раза по сравнению с алюминиевой конструкцией, а прогибы — почти в 1,5 раза.

При воздействии только собственного веса конструкция остается в упругом состоянии при любых параметрах армирования. Поэтому при выборе механических и структурных параметров КМ основное внимание необходимо обращать на то, чтобы максимальные прогибы не превышали значений, допускаемых техническими требованиями.

Напряженно-деформированное состояние зеркала под действием собственного веса, температурной и ветровой нагрузок. Для зеркальных антенн рабочими ветровыми нагрузками являются давления $600 \div 800 \text{ кг/м}^2$, что соответствует скорости ветра порядка 20 м/с. Кроме того, антенны должны быть рассчитаны на нагрузки, соот-

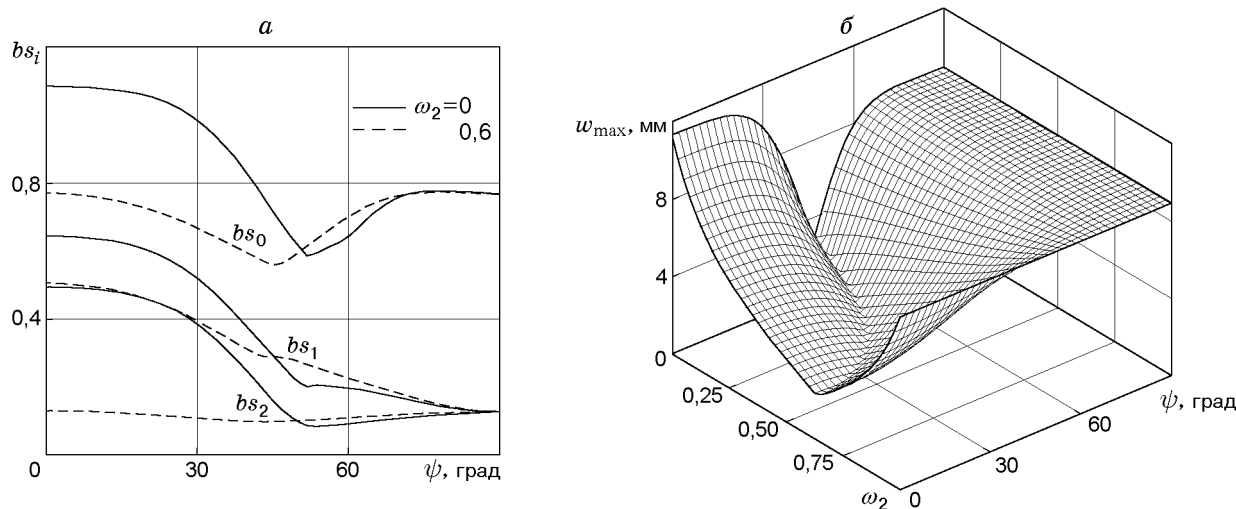


Рис. 3

ветствующие ураганным ветрам со скоростью 40 м/с и выше, при этом ветровая нагрузка может достигать 3000 кг/м^2 и более.

Ветер, так же как и собственный вес, создает симметричное и антисимметричное нагружения, но поскольку плоскости антисимметрии собственного веса и ветра в общем случае могут не совпадать, ветровая нагрузка будет соответствовать гармоникам с номерами $m = -1, 0, 1$. Будем пренебрегать касательными к поверхности составляющими нагрузки. Тогда к составляющим $q_{3,m}$ добавляются слагаемые

$$\Delta q_{3,-1} = v_y p \sin \theta, \quad \Delta q_{3,0} = -v_z p \cos \theta, \quad \Delta q_{3,1} = v_x p \sin \theta,$$

где p — ветровая нагрузка; $\|v_x, v_y, v_z\|$ — направление ветра в ортонормированной системе координат с осями Oz (вдоль оси симметрии по направлению к фокусу зеркала), Ox (параллельной поверхности земли), Oy (перпендикулярной плоскости Oxz , с направлением от поверхности земли).

Рассмотрим случай, когда зеркало параболической антенны с диаметром раскрытия 4 м и фокусным расстоянием 1,5 м выполнено в виде оболочки постоянной толщины $2h = 15 \cdot 10^{-3}$ м. Ось антенны направлена под углом 30° к поверхности земли. Кроме собственного веса на антенну действует сильный боковой ветер, создающий давление $p = 2000 \text{ кг/м}^2$. Предположим, что зеркало антенны нагрето до температуры 75°C . Рассмотрим, как при этом будет вести себя алюминиевая конструкция (коэффициент линейного температурного расширения $\alpha_0 = 2,33 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$), армированная, как и ранее, тремя семействами высокомодульных углеродных волокон ($\alpha_n = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$).

Учет ветровой и температурной нагрузок приводит к существенному увеличению напряжений как в матрице, так и в арматуре (рис. 3,а). Для ряда структурных параметров КМ интенсивность напряжений в алюминиевой матрице превышает критическое значение, однако подбором параметров армирования этого можно избежать. Необходимую жесткость зеркала также можно обеспечить выбором параметров армирования (рис. 3,б).

Рассмотрим, как будет вести себя в таких же условиях зеркало, изготовленное на основе титановой матрицы ($\rho_0 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $E_0 = 110 \text{ ГПа}$, $\alpha_0 = 8,3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $\sigma_0^* = 600 \text{ МПа}$) и армированное аналогичным образом. Напряжения в элементах композиционного материала значительно уменьшились (рис. 4,а), а из-за высокого предела прочности титановая матрица остается в упругом состоянии при всех значениях структурных параметров КМ. На рис. 4,б видно, что интервал значений w_{\max} существенно

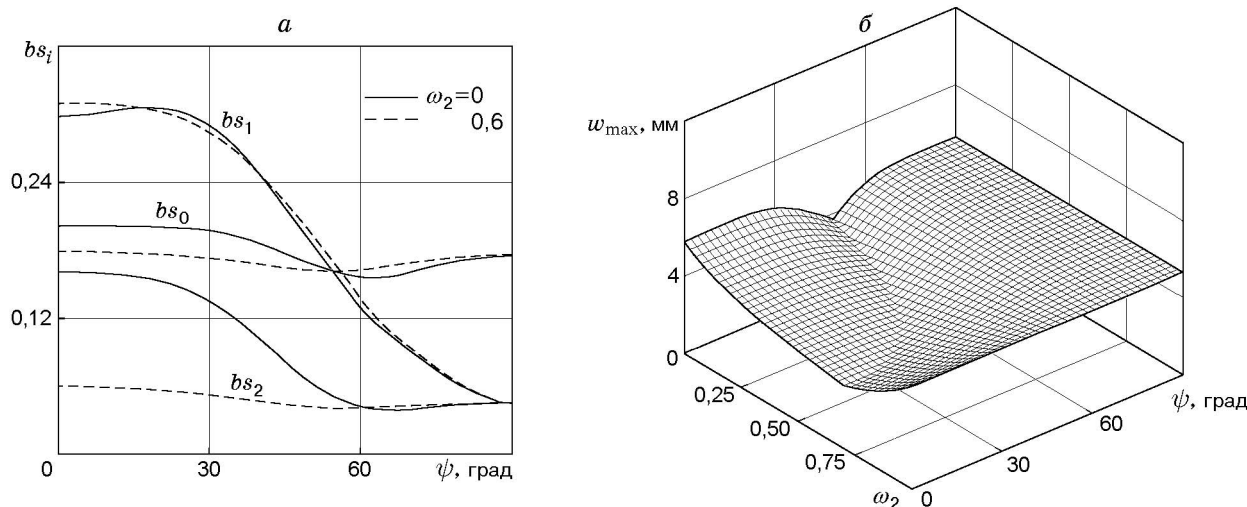


Рис. 4

меньше, чем в случае с алюминиево-углеродной конструкцией. Тем не менее минимальные прогибы зеркальной антенны с титановой матрицей в 1,5 раза больше, чем антенны с алюминиевой матрицей, т. е. использование более высокомодульной матрицы не всегда улучшает жесткостные свойства конструкции. Заметим, что при таком нагружении в алюминиевой изотропной конструкции появились бы пластические деформации ($bs_0 > 1$), в титановом изотропном зеркале, оставшемся в упругом состоянии, прогибы достигли бы значительной величины 5 мм, тогда как в зеркальной антенне с алюминиевой матрицей и углеродными волокнами при определенных параметрах армирования они достигают лишь 2,3 мм.

Обеспечение достоверности расчетов. Вопрос о применимости метода дискретной ортогонализации к решению задач расчета напряженно-деформированного состояния оболочечных композитных конструкций представляет большой интерес. Ранее при решении таких задач использовался метод сплайн-коллокации [4–8], для которого известна теоретическая оценка погрешности. В работах [4, 5] представлены результаты решения осесимметричных задач расчета напряженно-деформированного состояния комбинированных резервуаров и сосудов высокого давления. Сравнение данных расчетов, полученных двумя вышеназванными численными методами, показало совпадение численных результатов.

Из сравнения результатов расчетов методами дискретной ортогонализации и сплайн-коллокации в задаче определения напряженно-деформированного состояния зеркала параболической формы (отдельно по гармоникам) следует, что относительные разности компонент решения не превышают 0,05 %. При уменьшении шага сетки для метода дискретной ортогонализации и проведении расчетов с большей точностью для метода сплайн-коллокации результаты сближаются, и относительные разности компонент решения достигают величин порядка 10^{-8} %. Метод дискретной ортогонализации требует в 3–6 раз меньших затрат времени по сравнению с методом сплайн-коллокации.

Выводы. Анализ задач расчета напряженно-деформированного состояния армированного параболического рефлектора, нагруженного собственным весом, показал: конструкция остается недогруженной, что позволяет выбирать структуру армирования исходя из требований жесткости. Из сравнения с изотропной алюминиевой конструкцией следует, что армирование может как улучшить, так и ухудшить технические характеристики зеркала. Ветровые и температурные нагрузки могут привести к сильным деформациям рефлектора и даже к разрушению конструкции. Вместе с тем установлено, что выбором

параметров армирования можно предотвратить разрушение зеркала и значительно уменьшить деформации.

Показано, что структурные и механические характеристики КМ существенно влияют на поведение конструкции: напряжения в матрице изменяются почти в 2 раза, в армирующих волокнах — более чем в 6 раз, максимальные прогибы — более чем в 5 раз. Применение более жесткой матрицы не всегда оправдано с точки зрения уменьшения отклонения профиля зеркала от заданного.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Немировский Ю. В., Резников Б. С.** Прочность элементов конструкций из композитных материалов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1986.
2. **Григоренко Я. М., Василенко А. Т.** Задачи статики анизотропных неоднородных оболочек. М.: Наука, 1992.
3. **Годунов С. К.** О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. 1961. Т. 16, № 3. С. 171–174.
4. **Голушко С. К., Горшков В. В., Юрченко А. В.** Анализ поведения армированного сосуда в геометрически нелинейной постановке // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1999. Вып. 114. С. 155–160.
5. **Голушко С. К., Горшков В. В., Юрченко А. В.** О двух численных методах расчета сопряженных композитных конструкций // Современные методы математического моделирования природных и антропогенных катастроф: Материалы V науч. конф., г. Красноярск, 17–23 авг. 1999 г. Красноярск: Ин-т вычисл. моделирования СО РАН, 1999. С. 49–55.
6. **Golushko S. K.** Direct and inverse problems in mechanics of composite shells // Proc. of the 6th Japan — Russia joint symp. on comput. fluid dynamics, Nagoya, Sept. 21–23, 1998. Nagoya: Nagoya Univ., 1998. P. 125–130.
7. **Голушко С. К., Немировский Ю. В., Одновал С. В.** Особенности поведения армированных куполов при несимметричном нагружении // Тр. Новосиб. гос. архит.-строит. ун-та. 1998. № 1. С. 37–43.
8. **Голушко С. К., Немировский Ю. В., Одновал С. В.** Начальное разрушение армированных куполов и сводов при несимметричном нагружении // Современные методы математического моделирования природных и антропогенных катастроф: Материалы V науч. конф., г. Красноярск, 17–23 авг. 1999 г. Красноярск: Ин-т вычисл. моделирования СО РАН, 1999. С. 44–48.

*Поступила в редакцию 7/V 2001 г.,
в окончательном варианте — 7/VIII 2001 г.*