

## ЛОКАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МГД-ГЕНЕРАТОРА С Т-СЛОЕМ

В. В. Овчинников, В. С. Славин

(Красноярск)

Эффект образования самоподдерживающегося токового слоя (Т-слоя) в потоке ионизированного газа, движущегося в поперечном магнитном поле, исследовался численно на одномерных моделях магнитной гидродинамики [1—3]. При этом было установлено, что появление Т-слоя усиливает взаимодействие потока с магнитным полем, что может быть использовано для создания эффективного МГД-генератора электрической энергии. Принципиальная возможность создания такого генератора показана в [4], в которой на основе одномерной модели просчитывается произвольно выбранный генераторный режим. Однако ввиду сложности математической модели, записанной в форме системы уравнений в частных производных, на ее основе очень трудно провести анализ режимов работы МГД-генераторов на Т-слое. С использованием уже имеющейся информации о характере газодинамического процесса в потоке, содержащем Т-слой, в [5] предложена элементарная теория МГДГ с Т-слоем, где Т-слой представлялся непроницаемым и недеформируемым поршнем. Такой подход позволил установить соотношение между индукцией магнитного поля в канале, степенью раскрытия рабочей части по отношению к критическому сечению, параметрами торможения рабочего тела на входе, температурой Т-слоя и его скоростью. При этом результат параметрически зависел от толщины Т-слоя, которая оставалась неопределенной. Для того чтобы избавиться от такой неопределенности, необходимо рассмотреть физические процессы в Т-слое, которые формируют его структуру и определенные размеры. Подобная задача решена в [6], где рассмотрена стационарная структура Т-слоя, стабилизированного теплопроводным механизмом потерь тепла. Однако в МГД-генераторе, в котором характерная длина канала  $l^* \sim 10$  м, а характерная скорость  $u^* \sim 10^3$  м/с, время выхода на это стационарное решение  $\tau_s \gg \tau^* = l^*/u^* \sim 10^{-2}$  с.

Рассмотрим процесс в канале МГД-генератора со сплошными электродами (фиг. 1,  $D$  — скорость ударной волны). Рабочее тело неэлектропроводно и после расширения в ускоряющем сопле движется со сверхзвуковой скоростью. В рабочую часть канала поток вносит изобарическое возмущение температуры, которое обладает электропроводностью и взаимодействует с магнитным полем. В результате магнитогидродинамического процесса из температурного возмущения формируется самоподдерживающийся токовый слой, структуру которого найдем из решения системы уравнений магнитной газодинамики в переменных Лагранжа, где будем считать, что выполняется соотношение  $B_{\text{инд}}/B_0 \approx R_m(1-k) = \mu_0 \sigma \delta(1-k) \ll 1$ , позволяющее пренебречь индуцированным магнитным полем, т. е.  $B_{\text{инд}} = 0$ ,  $\partial E/\partial x = 0$ :

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & d\rho^{-1}/dt - \partial v/\partial s = 0; \\
 (2) \quad & dx/dt = v; \\
 (3) \quad & \rho dv/dt = -\rho \partial p/\partial s + B_0 j; \\
 (4) \quad & c_V \rho dT/dt - RT d\rho/dt = j^2/\sigma - q_{\text{изл}}; \\
 (5) \quad & \frac{\partial}{\partial s}(j/\sigma) = -B_0 \frac{\partial v}{\partial s}; \\
 (6) \quad & j = -\rho \partial \psi/\partial s; \\
 (7) \quad & p = R\rho T; \\
 (8) \quad & \sigma = \sigma_0(T/T_c)^n.
 \end{aligned}$$

Здесь  $v$  — скорость относительного движения различных участков Т-слоя. При достижении силового баланса поле скоростей выравнивается и  $v = 0$ . Рабочее тело считается идеальным газом с показателем адиабаты  $\gamma = 1,2$  и молекулярным весом  $\mu = 30$ , что наиболее близко имитирует продукты сгорания с примерным составом  $25\% \text{CO}_2 + 5\% \text{H}_2\text{O} + 70\% \text{N}_2$ . Систему уравнений (1) — (8) можно упростить, если принять во внимание тот факт, что при параметрах процесса  $p \sim 10^5 \text{Н/м}^2$ ,  $T \sim 2 \cdot 10^3 \text{К}$ ,  $T_c \sim 10^4 \text{К}$ ,  $\sigma \sim 10^3 \text{мо/м}$ ,  $u \sim 10^3 \text{м/с}$ ,  $B \sim 2\text{Т}$ ,  $\delta_0 \sim 10^{-1} \text{м}$  (начальный размер Т-

слоя) характерные времена соотносятся как

$$(9) \quad \tau_F \ll \tau_Q < \tau^*,$$

где  $\tau_F = \delta_0 / \sqrt{\gamma R T_c} \sim \rho / \sigma B^2 \sim 10^{-5} - 10^{-4}$  с — время установления силового баланса в Т-слое, порядок которого определяется из оценки членов в уравнении движения (3);  $\tau_Q = c_V \rho T_c / \sigma u^2 B^2 \sim 10^{-3}$  с — время установления теплового баланса.

Из этого следует, что можно разбить задачу на два этапа. На первом — определить структуру Т-слоя, образованную в результате адиабатического воздействия объемных электродинамических сил. При этом часть массы газа в Т-слое подвергается сжатию и соответственно нагреву, а оставшаяся остынет при адиабатическом расширении. На втором этапе следует решать уравнение энергии (4), в котором знак правой части  $j^2/\sigma - q_{изл}$  определит направление процесса.

Итак, решается следующая система безразмерных уравнений, в которой пренебрегается конвективным движением и неадиабатическим воздействием джоулевой диссипации и излучения:

$$(10) \quad \partial p / \partial s + \partial \psi / \partial s = 0;$$

$$(11) \quad \rho dT / dt = (\gamma - 1) T d\rho / dt;$$

$$(12) \quad \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\rho}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial s} \right) = 0;$$

$$(13) \quad \sigma = T^n;$$

$$(14) \quad p = \rho T;$$

$$(15) \quad \partial x / \partial s = \rho^{-1}.$$

Масштабами безразмеривания выбраны:  $p_1$  — давление за скачком уплотнения, отраженным от Т-слоя (см. фиг. 1),  $T_c$  — начальная температура Т-слоя,  $\sigma_0$  — коэффициент из аппроксимирующего выражения (8),  $\delta_0$  — начальный размер Т-слоя. В качестве начальных условий на размере  $\delta_0$  задается изобарическое возмущение температуры с параметрами  $T(s, t = 0) = T_c$ ,  $p(s, t = 0) = p_0$ . Распределение давления для  $t \geq \tau_F$  найдем, решая стационарную задачу с граничными условиями  $p(s = 0) = p_0$ ,  $x(s = 0) = 0$ ,  $p(s = 1) = p_1$ , где  $\Delta = p_2/p_1$  — характерный параметр задачи.

Решение представляется в виде

$$(16) \quad \psi = 1 - p;$$

$$(17) \quad p = [1 - (1 - \Delta^\beta)s]^{1/\beta};$$

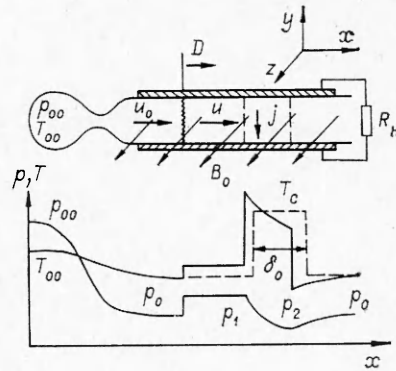
$$(18) \quad x = \frac{p_0^{1/\gamma} \beta \gamma}{(1 - \Delta^\beta)(\beta \gamma - 1)} \left[ 1 - p^{\frac{\beta \gamma - 1}{\gamma}} \right];$$

$$(19) \quad T = (p/\rho_0)^{(\gamma-1)/\gamma},$$

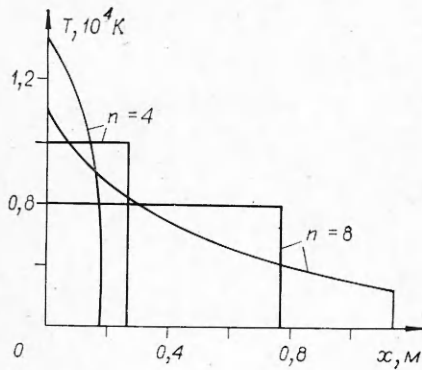
где  $\beta = [(\gamma + 1) - n(\gamma - 1)]/\gamma$ .

Характерные профили температуры приведены на фиг. 2. Решение зависит от степени нелинейности  $n$  в уравнении  $\sigma = T^n$ . Оба режима выбраны из условий  $\sigma_1 \delta_{01} = \sigma_2 \delta_{02}$ , причем  $n = 4$  описывает зависимость  $\sigma(T)$  в диапазоне  $9 \cdot 10^3 \text{ K} \leq T \leq 11 \cdot 10^3 \text{ K}$ , а  $n = 8$  — в диапазоне  $7 \cdot 10^3 \text{ K} \leq T \leq 9 \cdot 10^3 \text{ K}$ .

Условия на границе Т-слоя ( $p_1$ ,  $p_2$  и скорость  $u$ ) в свою очередь определяются набором независимых параметров, которые в совокупности однозначно характеризуют генераторный процесс. Это следующие величины:  $p_{00}$  — давление в камере сгорания,  $T_{00}$  — температура в камере сгорания



Фиг. 1



Ф и г. 2

рания,  $c_p, c_v$  — удельные теплоемкости рабочего тела,  $\varepsilon(T, p, \delta)$  — степень черноты плазменного слоя с температурой  $T$ , давлением  $p$  и размером  $\delta$ ,  $A_*$  — критическое сечение канала,  $A$  — сечение рабочей части,  $T_c$  — начальная температура Т-слоя,  $\delta_0$  — начальные размеры Т-слоя,  $B_0$  — индукция внешнего магнитного поля,  $R_H$  — сопротивление нагрузки.

Из этой совокупности размерных параметров можно составить безразмерные комплексы, которые характеризуют процесс:  $N = B_0^2 / 2\mu_0 p_{00}$  — отношение магнитного давления к давлению в камере сгорания,  $R_{m0} = \mu_0 \sigma_0 \delta_0 c_{00}$  —

аналог магнитного числа Рейнольдса, определенный через скорость звука в камере сгорания  $c_{00}$ ,  $\gamma = c_p / c_v$  — показатель адиабаты,  $M_0 = u_0 / c_0$  — число Маха невозмущенного потока в рабочей части канала, который связан со степенью расширения соотношением

$$A/A_* = [2/(\gamma + 1)]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} / M_0,$$

$K = E/uB_0$  — параметр нагрузки (полагая заданным значение  $K$ , будем считать, что сопротивление нагрузки всегда может быть подобрано),

$\sum_{\text{изл}} = \frac{4\varepsilon_0 \sigma_{\text{С-В}} T_c^4}{\sigma_0 c_{00}^2 B_0^2 \delta_0}$  — безразмерный параметр, определяющий отношение лучистых потерь конкретного рабочего тела к энергетическим возможностям

МГД-канала (здесь степень черноты  $\varepsilon_0$  определяется как  $\varepsilon(T_c, p_{00}, \delta_0)$ ).

Для определенности будем рассматривать режимы с  $p_{00} = 10^6$  Па,  $T_{00} = 3000$  К,  $B_0 = 2$  Т,  $T_c = 10^4$  К,  $\sigma_0 = 3 \cdot 10^3$  мо/м,  $\delta_0 = 0,25$  м. Тогда  $N = 1,6$ ;  $R_{m0} = 1$ ;  $\gamma = 1,2$ . Исследуемые режимы отличаются различной степенью расширения канала, для которых число  $M_0$  имеет соответственно значения 1,5; 2; 2,5; 3. Параметр нагрузки при этом будет меняться в диапазоне  $0 \leq K \leq 1$ .

Выпишем соотношения, связывающие условия на границе Т-слоя с безразмерными параметрами МГД-генератора:

$$(20) \quad p_1 = p_0 \left( \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right);$$

$$(21) \quad p_2 = p_0 (c_2/c_0)^{2\gamma/(\gamma-1)},$$

где  $M_1 = (u_0 - D)/c_0$  — число Маха ударной волны;  $c_2 = c_0 - [(\gamma - 1)/2](u_0 - u)$  — скорость звука в волне разрежения ( $u$  — скорость Т-слоя). Параметры с индексом нуль соответствуют параметрам невозмущенного потока, которые в свою очередь определяются из следующих соотношений:

$$(22) \quad p_0 = p_{00} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{-\gamma/(\gamma-1)}, \quad T_0 = T_{00} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{-1},$$

$$c_0 = (\gamma R T_0)^{1/2}, \quad u_0 = c_0 M_0.$$

Скорость фронта ударной волны определится из уравнения неразрывности:

$$(23) \quad \frac{u_0 - D}{u - D} = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\frac{\gamma+1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} = \frac{\frac{\gamma+1}{2} \left( \frac{u_0 - D}{c_0} \right)^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} \left( \frac{u_0 - D}{c_0} \right)^2}.$$

Введем параметр  $\lambda = u/c_0$  — безразмерную скорость Т-слоя. Тогда из соотношений (20) — (23) найдем отношение давлений:

$$(24) \quad f(M_0, \lambda) = \frac{p_1}{p_0} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left\{ \frac{\gamma+1}{4} (M_0 - \lambda) + \left[ \left( \frac{\gamma+1}{4} (M_0 - \lambda) \right)^2 + 1 \right]^{1/2} \right\} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}.$$

В условиях силового баланса выполняется условие

$$\frac{dp}{dx} = jB_0 = -\sigma(x) u B_0^2 (1-K)$$

или в интегральном виде

$$(25) \quad p_1 - p_2 = u B_0^2 (1-K) \int_0^\delta \sigma(x) dx.$$

Определим из этого уравнения безразмерную скорость, используя (20) — (23):

$$(26) \quad \lambda = \frac{(1-\Delta) f(M_0, \lambda) \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}{2R_{m0} N (1-K) \Delta_\sigma \Delta_\delta},$$

где

$$(27) \quad \Delta_\sigma = \int_0^\delta \sigma(x) dx / \sigma_0 \delta, \quad \Delta_\delta = \delta / \delta_0.$$

Определяя  $\Delta = p_2/p_1$  из соотношений (20), (21), получим

$$(28) \quad \Delta = \left[ 1 - \frac{\gamma-1}{2} (M_0 - \lambda) \right]^{2\gamma/(\gamma-1)} / f(M_0, \lambda).$$

Используя решение для Т-слоя (17) — (19), выразим значение интегралов (27) через параметры потока

$$(29) \quad \Delta_\sigma = \frac{\beta \gamma f^{-\frac{(\gamma-1)n}{\gamma}}}{(1-\Delta^\beta) (\gamma+1)} \left[ 1 - \Delta^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right];$$

$$(30) \quad \Delta_\delta = \frac{f^{-1/\gamma} \beta \gamma}{(1-\Delta^\beta) (\beta \gamma - 1)} \left[ 1 - \Delta^{\frac{\beta \gamma - 1}{\gamma}} \right].$$

Таким образом, соотношения (24), (17) — (19), (26), (30) в неявном виде связывают решение в Т-слое с параметрами МГД-генератора. Численно разрешая эти уравнения, можно установить зависимость  $\Delta$  и  $\lambda$  от следующего набора безразмерных характеристик:  $M_0$ ,  $N$ ,  $R_{m0}$ ,  $K$ ,  $\gamma$ ,  $n$ .

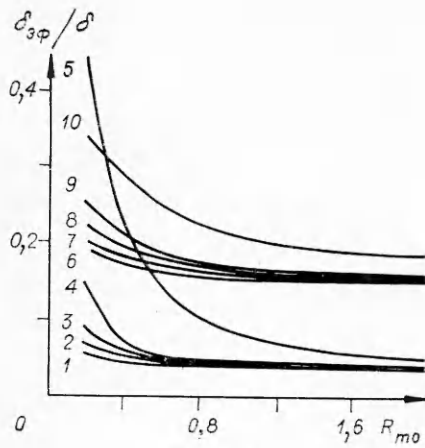
Важнейшей характеристикой МГД-генератора как тепловой машины является показатель  $\eta_N$  — степень преобразования энтальпии газа в электрическую энергию, который для МГД-генератора на Т-слое определяется в виде

$$(31) \quad \eta_N = \frac{(p_1 - p_2) u A K}{\rho_* u_* (c_p T_* + u_*^2/2) A_*}.$$

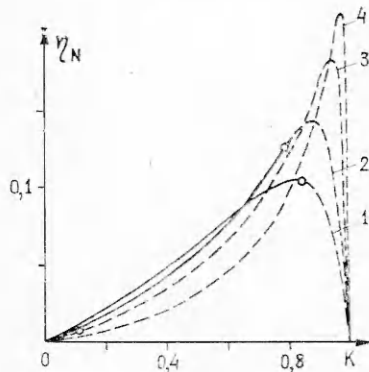
Переходя к безразмерным переменным, соотношение (31) перепишем в виде

$$\eta_N = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\lambda (1-\Delta) K}{M_c} \frac{f(M_0, \lambda)}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}.$$

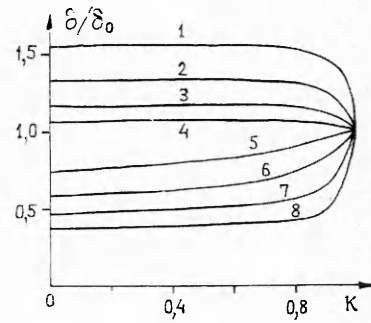
Результат анализа режимов работы МГД-генератора на Т-слое представлен на фиг. 3—5.



Ф и г. 3



Ф и г. 5



Ф и г. 4

При формировании Т-слоя из начального возмущения с размером \$\delta\_0\$ часть нагретого газа при адиабатическом расширении осянет, потеряет при этом электропроводность и не будет взаимодействовать с магнитным полем. С другой стороны, более протяженный Т-слой позволяет пропустить больший ток, а следовательно, обеспечить большую степень преобразования. В этой ситуации встает вопрос об оптимальных размерах начального возмущения. Будем определять эффективный размер Т-слоя \$\delta\_{эф}\$ как сечение, по которому протекает половина полного тока:

$$\int_0^{\delta_{эф}} j(x) dx = I/2.$$

Это соотношение с учетом решения (17) — (19) может быть решено относительно \$\delta\_{эф}\$:

$$\delta_{эф} = \delta \{ 1 - [1 - (1 - \Delta)^\beta] [1 - (0,5(1 + \Delta))^\beta] / (1 - \Delta^\beta) \}^{(\beta\gamma - 1)/\beta\gamma} / (1 - \Delta^{(\beta\gamma - 1)/\gamma}).$$

На фиг. 3 дается зависимость безмерной толщины Т-слоя \$\delta\_{эф}/\delta\$ от \$R\_{m0}\$, т. е. фактически от \$\delta\_0\$. С ростом числа \$R\_{m0}\$ величина \$\delta\_{эф}/\delta\$ вначале резко уменьшается, а затем стабилизируется в режиме с \$n\_1 = 4\$ на уровне \$\approx 0,2\$ (\$K = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9\$ — линии 6—10 соответственно), а в режиме с \$n\_2 = 8\$ на уровне \$\approx 0,02\$ (\$K = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9\$ — линии 1—5 соответственно). Это различие объясняется качественным различием в характере распределения температуры по Т-слою. Выпуклый профиль для \$n\_1 = 4\$ создает условие для практически однородного протекания тока по всему объему плазмы, т. е. в этом режиме будет работать весь первоначально нагретый газ. Для случая \$n\_2 = 8\$ стабилизация на уровне 0,02 объясняется наличием слабой фоновой проводимости при низких температурах. Для этого режима можно сделать вывод, что ток в плазме концентрируется в области, прилегающей к левой границе Т-слоя, размеры которого перестают зависеть от размеров начального возмущения. При этом остальная масса газа в Т-слое перестает взаимодействовать с магнитным полем и, попадая под действие волны разрежения, расширяется и увеличивает общий размер \$\delta\$. Подтверждение этому можно обнаружить в характере зависимости \$\delta/\delta\_0\$ в режимах с \$n\_1 = 4\$ (фиг. 4, \$M\_0 = 3; 2,5; 2; 1,5\$ — линии 1—4 соответственно) и \$n\_2 = 8\$ (\$M\_0 = 3; 2,5; 2; 1,5\$ — линии 5—8 соответственно). Следовательно, уже адиабатическое воздействие электродинамической объемной силы приводит к контракции токовой зоны. Естественно, что этот процесс будет усугубляться на

следующем этапе тепловой стабилизации, когда дополнительный джоулев нагрев областей концентрации тока приведет к известному явлению тепловой контракции. Режимы с  $n_1$  и  $n_2$  отличаются в решении для  $T(x)$  знаком производной  $d^2T/dx^2$ . Можно в диапазоне  $n_1 < n^* < n_2$  указать значение  $n^* = 1/(\gamma - 1)$ , для которого решение  $T(x)$  — линейная функция и отношение  $\delta/\delta_0 = 1$ . Итак, повышение температуры начального возмущения, приводящее к выполнению условия  $n > n^*$ , позволяет сформировать однородный токовый слой, в котором работает вся масса изначально нагретого газа, и, наоборот, при начальных условиях, когда  $n < n^*$ , часть массы Т-слоя отбрасывается и энергия, затраченная на ее нагрев, теряется. Следуя результатам, приведенным на фиг. 3, надо параметры начального возмущения выбирать так, чтобы выполнялись соотношения  $n > n^*$  и  $R_{m0} \leq 0,5$ .

На фиг. 5 показана зависимость  $\eta_N(K)$  в режиме с  $n = 4$  для  $M_0 = 1,5; 2; 2,5$  и  $3$  (линии 1—4 соответственно). При этом, поскольку изменение нагрузки непосредственно отражается на газодинамике потока с Т-слоем, зависимость  $\eta_N$  не является симметричной параболой с максимумом при  $K = 0,5$ . Интересна зависимость  $\eta_N$  от числа  $M_0$ . В области практически значимых значений параметра нагрузки ( $0,5 \leq K \leq 0,8$ ) максимальную степень преобразования получим, когда  $M_0$  меняется в диапазоне  $1,5 \leq M \leq 2$ . С ростом числа  $M_0 > 2$ , казалось бы, есть возможность увеличить  $\eta_N$ , но, как будет показано ниже, невыполнение условий энергетического баланса делает эти режимы (они показаны на фиг. 5 штриховой частью кривых) неустойчивыми.

Рассмотрим вопросы устойчивости работы МГД-генератора на Т-слое. После того, как под воздействием электродинамической силы сформируется некоторое распределение  $T(x)$  температуры в Т-слое, включается энергетический механизм, который в зависимости от знака правой части в уравнении энергии (4)  $j^2/\sigma - q_{изл}$  будет определять либо возрастание температуры, либо ее падение. При этом одновременно с перестройкой температуры произойдет и перестройка давления, которая в силу условия  $\tau_F \ll \tau_Q$  описывается уравнением

$$\partial p/\partial x = jB_0 = -\sigma(T)(1-K)uB_0^2.$$

Общую мощность энерговыделения в Т-слое определим как интеграл  $Q_{дж} = \int_0^\delta \sigma(T)[1-K]^2 u^2 B_0^2 dx$ , где  $K, u, B_0$  не зависят от  $x$ , и, следовательно,

$$Q_{дж} \sim \Omega = \int_0^\delta \sigma(T) dx = \sigma_0 \delta \Delta \sigma.$$

Если динамика процесса такова, что  $d\Omega/dt \geq 0$ , то Т-слой будем считать устойчивым и к моменту  $t \sim \tau_Q$  в нем установится стационарная структура, в противном же случае Т-слой неустойчив и должен распасться.

Для определения объемных потерь энергии на излучение воспользуемся простейшей моделью излучающего однородного слоя, для которого  $q_{изл} = 4\epsilon\sigma_{с-в}T^4/\delta$ . Здесь  $\epsilon(T, p, \delta)$  — излучательная способность полусферических объемов газа с составом 90%  $CO_2$  + 10%  $N_2$  [7]. Коэффициент 4 появляется при пересчете полусферы к кубу, излучающему по всем граням. Естественно, что столь грубая модель позволяет претендовать только на качественные результаты.

Итак, решается следующая система безразмерных уравнений с тем же набором граничных условий, что и задача (10)—(15):

$$(32) \quad \partial p/\partial s + \partial \psi/\partial s = 0;$$

$$(33) \quad \rho \frac{dT}{dt} - (\gamma - 1) T \frac{d\rho}{dt} = \omega \left[ \frac{\rho^2}{\sigma} \left( \frac{\partial \psi}{\partial s} \right)^2 - \sum T^4 \right];$$

$$(34) \quad \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\rho}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial s} \right) = 0;$$

$$(35) \quad \partial x / \partial s = \rho^{-1};$$

$$(36) \quad \sigma = T^n, \quad p = \rho T.$$

Безразмерный параметр  $\omega$  определяется как  $\omega = \tau / \tau_Q$ , где  $\tau$  — характерное время. Будем считать, что  $\tau_F \leq \tau \ll \tau_Q$ , т. е.  $\omega < 1$ . Безразмерный комплекс

$$(37) \quad \Sigma = \frac{4\varepsilon \sigma_{C-B} T_c^4}{\langle \sigma \rangle u^2 B_0^2 (1-K)^2 \delta}$$

является динамической характеристикой, поскольку зависит от динамических и локальных параметров  $\varepsilon(T_c, \langle p \rangle, \delta)$ ,  $\langle \sigma(x) \rangle$ ,  $u$ ,  $\delta$ .

В  $T$ -слое  $\varepsilon < 0,1$ , что характерно для объемного излучателя. Поэтому можно предположить существование линейной зависимости

$$(38) \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \frac{\langle p \rangle}{\rho_{00}} \frac{\delta}{\delta_0} = \varepsilon_0 \Delta_p \Delta_\delta,$$

где  $\varepsilon_0 = \varepsilon(T_c, \rho_{00}, \delta_0)$ , а остальные параметры были определены выше

$$u = \lambda c_0 = \lambda c_{00} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{-1/2}, \quad \sigma = \sigma_0 \Delta_\sigma, \quad \delta = \delta_0 \Delta_\delta.$$

Соотношение (37) можно переписать в виде

$$\Sigma = \Sigma_{00} \frac{\Delta_p (1-\Delta)^2 \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)}{\Delta_\delta^2 \Delta_\sigma^2 \lambda^2 (1-K)^2}.$$

Используя уравнение (32), а также уравнение состояния (36), перепишем систему (32)–(35):

$$(39) \quad \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{dp}{dt} = \omega \left[ \frac{p^2}{T^{n+2}} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)^2 - \Sigma T^4 \right];$$

$$(40) \quad \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{p}{T^{n+1}} \frac{\partial p}{\partial s} \right) = 0;$$

$$(41) \quad \partial x / \partial s = \rho^{-1}.$$

Решив систему (39)–(41), можно для каждого набора параметров  $R_{m0}$ ,  $N$ ,  $K$ ,  $\gamma$ ,  $n$ ,  $\Sigma_{00}$  определить значения функционала

$$\Omega(t) = \int_0^\delta \sigma(T) dx.$$

Соответственно из условия  $d\Omega^*/dt = 0$  определим некоторое критическое значение  $\Sigma_{00}^*$ . Тогда, если реальное значение  $\Sigma_{00} \leq \Sigma_{00}^*$ , режим устойчив.

Для решения системы (39)–(41) используем метод разложения по малому параметру  $\omega$ , ограничиваясь первой поправкой:

$$T = \tilde{T}_0 + \omega \tilde{T}_1, \quad p = \tilde{p}_0 + \omega \tilde{p}_1, \quad \Sigma = \Sigma_0 + \omega \Sigma_1,$$

$$\lambda = \lambda_0 + \omega \lambda_1, \quad \Delta = \Delta_0 + \omega \Delta_1, \quad \Delta_\delta = \Delta_{\delta_0} + \omega \Delta_{\delta_1},$$

$$\Delta_\sigma = \Delta_{\sigma_0} + \omega \Delta_{\sigma_1}, \quad \Delta_p = \Delta_p + \omega \Delta_{p_1}.$$

Здесь индексом 0 обозначено нулевое (адиабатическое) решение (16)–(19), индексом 1 — первое приближение решения системы (39)–(41).

Уравнения для первого приближения имеют вид

$$(42) \quad \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\tilde{p}_0}{\tilde{T}_0} \frac{d\tilde{T}_1}{dt} - \frac{d\tilde{p}_1}{dt} = \frac{\tilde{p}_0^2}{\tilde{T}_0^{n+2}} \left( \frac{\partial \tilde{p}_0}{\partial s} \right)^2 - \Sigma_0 \tilde{T}_0^4;$$

$$(43) \quad \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{T}_0^{n+1}} \frac{\partial \tilde{p}_0}{\partial s} + \frac{\tilde{p}_0}{\tilde{T}_0^{n+1}} \frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial s} - \frac{\tilde{p}_0 \tilde{T}_1}{\tilde{T}_0^{n+2}} \frac{\partial \tilde{p}_0}{\partial s} \right] = 0.$$

Начальные условия:  $\tilde{T}_1(s, t=0) = \tilde{p}_1(s, t=0) = 0$ .

Граничные условия:  $\tilde{p}_1(s=0, t) = 1$ ,  $\tilde{p}_1(s=1, t) = \Delta_1$ .

Для решения системы (42), (43) используем преобразование Лапласа и после громоздких, но очевидных операций получаем решение для  $\tilde{T}_2(s, t)$ .

После этого, разрешая условие  $\frac{d\Omega^*}{dt} = n \int_0^1 \tilde{T}_0^{n-1} \tilde{T}_1 ds = 0$  относительно

параметра  $\Sigma_{00}^*$ , находим

$$\Sigma_{00}^* = \frac{\Delta_{00} \lambda_0^2 (1-K)^2 \left[ d_6 I_6 - \frac{\gamma-1}{\gamma} (d_1 I_{13} - d_3 I_{14}) \right]}{\Delta_{00} f(M_0, \lambda_0) \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{-1/(\gamma-1)} \left[ d_5 I_3 - \frac{\gamma-1}{\gamma} (d_2 I_{13} - d_4 I_{14}) \right]},$$

где

$$d_1 = a_2 \frac{1 - \Delta_0 \frac{n(\gamma-1)+1}{\gamma}}{1 - \Delta_0 \frac{\gamma}{\gamma+1}}; \quad d_2 = a_3 \frac{1 - \Delta_0 \frac{n(\gamma-1)+1}{\gamma}}{1 - \Delta_0 \frac{\gamma}{\gamma+1}};$$

$$d_3 = a_2 \frac{\Delta_0 \frac{\gamma+1}{\gamma} - \Delta_0 \frac{n(\gamma-1)+1}{\gamma}}{1 - \Delta_0 \frac{\gamma}{\gamma+1}}; \quad d_4 = a_3 \frac{\Delta_0 \frac{\gamma+1}{\gamma} - \Delta_0 \frac{n(\gamma-1)+1}{\gamma}}{1 - \Delta_0 \frac{\gamma}{\gamma+1}};$$

$$d_5 = \frac{5\gamma}{4\gamma} \frac{4}{3} f(M_0, \lambda_0) \frac{4(\gamma-1)}{\gamma};$$

$$d_6 = \frac{(1 - \Delta_0^\beta)^2 [n(\gamma-1) + \gamma]}{\beta^2 [n(\gamma-1) + 1] f(M_0, \lambda_0) \frac{(n+2)(\gamma-1)}{\gamma}};$$

$$a_2 = \frac{(1 - \Delta_0^\beta)^\gamma}{\beta^2 [n(\gamma-1) + 1] f(M_0, \lambda_0) \frac{(n+2)(\gamma-1)}{\gamma}};$$

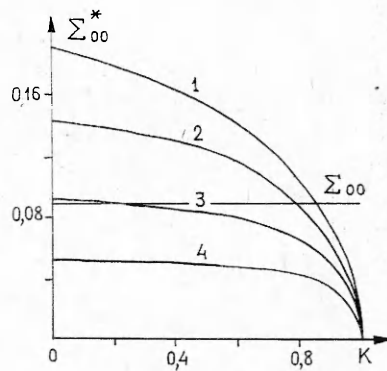
$$a_3 = \frac{\gamma}{4\gamma - 3} f(M_0, \lambda_0) \frac{4(\gamma-1)}{\gamma};$$

$$I_6 = \frac{\beta\gamma \left( 1 - \Delta_0 \frac{n(\gamma-1)+1}{\gamma} \right)}{(1 - \Delta_0^\beta) [n(\gamma-1) + 1]}; \quad I_3 = \frac{\beta\gamma \left( 1 - \Delta_0 \frac{4\gamma-3}{\gamma} \right)}{(4\gamma-3) (1 - \Delta_0^\beta)};$$

$$I_{13} = \frac{\beta\gamma \left( 1 - \Delta_0 \frac{\gamma+1}{\gamma} \right)}{(\gamma+1) (1 - \Delta_0^\beta)}; \quad I_{14} = - \frac{\beta \ln \Delta_0 f(M_0, \lambda)^2}{(1 - \Delta_0^\beta)}.$$

На фиг. 6 изображена зависимость  $\Sigma_{00}^*$  от параметра нагрузки для различных значений чисел Маха ( $M_0 = 1,5; 2; 2,5; 3$  — линии 1—4 соответственно), когда  $N = 1,6$ ,  $R_{m0} = 1$ ,  $n = 4$ ,  $\gamma = 1,2$ , и показано значение реального параметра  $\Sigma_{00}$ . Точки пересечения прямой  $\Sigma_{00}$  с кривыми и есть граница, разделяющая область устойчивых режимов от неустойчивых.

Таким образом, предложена методика локального анализа МГД-генератора с Т-слоем, которая так же, как известный локальный анализ МГД-генератора со сплошным потоком [8], позволяет выбрать оптимальные режимы работы. Предварительные результаты работы показывают,



Ф и г. 6



что степень преобразования энthalпии продуктов сгорания в электроэнергию на одном Т-слое может составить  $\sim 10\%$ .

Поступила 1 I 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. и др. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики. — ДАН, 1967, т. 173, № 4.
2. Дегтярев А. М., Захлязьминский Л. А. и др. Развитие конечных локальных возмущений электропроводности в потоке слабопроводящего газа в присутствии магнитного поля. — ТВТ, 1969, т. 7, № 3.
3. David A. Oliver. Time dependent phenomena in magnetohydrodynamic generators. — В кн.: Докл. I советско-американского коллоквиума по МГД-преобразованию энергии. М.: изд. ИВТ АН СССР, 1974.
4. Славин В. С., Соколов В. С., Деревянко В. А. Высокоэффективный МГД-генератор, использующий газоплазменные потоки с крупномасштабными неоднородностями. — В кн.: Теплофизические вопросы прямого преобразования энергии. Киев: Наукова думка, 1979.
5. Деревянко В. А., Славин В. С., Соколов В. С. Магнитогидродинамический генератор электроэнергии на продуктах газификации бурых углей. — ПМТФ, 1980, № 5.
6. Соснин Н. В., Фаворский А. П. Установившиеся магнитогидродинамические структуры Т-слоя. М.: Препринт ИПМ АН СССР, 1976, № 64.
7. Каменщиков В. А., Пластинин Ю. А. и др. Радиационные свойства газов при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1971.
8. Саттон Дж., Шерман А. Основы технической магнитной газодинамики. М.: Мир, 1968.

УДК 533.6.011.8

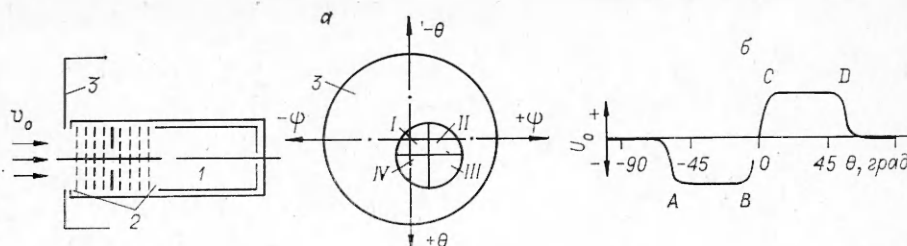
### ИССЛЕДОВАНИЕ УГЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИОННЫХ ДАТЧИКОВ ОРИЕНТАЦИИ В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ

В. Ф. Антонов, В. В. Скворцов, А. А. Успенский  
(Москва)

Одним из главных режимов управления движением космического летательного аппарата является управление его ориентацией, так как оно предшествует всем другим режимам (коррекции, спуску). В частности, большое значение имеет обеспечение стабилизации аппарата относительно осей координат, связанных с вектором скорости полета. Для осуществления этой операции используются датчики различных типов, одним из которых является ионный датчик ориентации, регистрирующий количество ионов верхней атмосферы, попадающих в соответствующее приемное устройство [1, 2].

Составными частями датчика этого типа являются чувствительный элемент (ЧЭ), воспринимающий ионы набегающего потока, и блок электроники, осуществляющий преобразование сигналов с ЧЭ в сигналы для управляющих двигателей аппарата, пропорциональные углу отклонения оси чувствительного элемента от направления вектора скорости полета аппарата.

В исследованном варианте чувствительный элемент ионного датчика представлял собой полую трубку, внутри которой размещаются (фиг. 1, а): коллекторный стакан I в виде цилиндра диаметром 40 мм и длиной 70 мм,



Фиг. 1