

УДК 519.6; 621.391 : 53.08

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ УСТРАНЕНИЯ ИСКАЖЕНИЙ СМАЗАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ*

В. Р. Фазылов, Н. К. Щербакова

Казанский государственный университет им. В. И. Ульянова-Ленина

420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18

E-mail: Valery.Fazylov@ksu.ru

Предложен способ устранения искажений регистрируемого изображения, вызванных случайными шумами и прямолинейным равномерным движением объекта или системы регистрации. Модель восстановления сигнала основана на методе статистической регуляризации, а полученная система линейных уравнений и неравенств решается методом опорных векторов с составным шагом. Преимущество данного подхода заключается в том, что итерационный характер алгоритма позволяет учесть априорную информацию о решении, представленную в виде неравенств. Приведены результаты численных экспериментов, демонстрирующие эффективность алгоритма.

Ключевые слова: статистическая регуляризация, восстановление смазанных изображений, метод опорных векторов с составным шагом.

Постановка задачи. Пусть интенсивность исходного изображения в точке (ω, y) на плоскости XOY задана функцией $g(\omega, y)$. Задача линейного смазывания предполагает, что объект или система регистрации движется равномерно и прямолинейно. Предположим, что движение происходит по оси OX . В приближении геометрической оптики связь между регистрируемым изображением $G(x, y)$ и исходным $g(\omega, y)$ можно представить в виде [1]

$$Af \equiv \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega, y)K(x - \omega)d\omega = G(x, y). \quad (1)$$

В случае линейного смазывания

$$K(z) = \begin{cases} \text{const}, & |z| \leq z_0, \\ 0, & |z| > z_0, \end{cases} \quad (2)$$

где z_0 — параметр смазывания, пропорциональный смещению объекта за время регистрации. При каждом фиксированном y уравнение (1) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма первого рода:

$$Az \equiv \int_{-\infty}^{\infty} K(x - s)z(s)ds = u(x), \quad -\infty < x < \infty. \quad (3)$$

Далее предлагается приближенный метод решения уравнения (3) и приводятся результаты численного эксперимента.

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-01-00674-а).

Описание метода. Пусть некоторой функции u соответствует единственное решение уравнения (3) — функция z , причем известна не сама функция u , а ее приближение u_δ с погрешностью δ : $|u_\delta - u| < \delta \forall x$.

Рассмотрим некоторый k -шаговый линейный итерационный метод решения уравнения (3) с точными данными

$$z_{n+1} = z_n + f(z_{n-1+1}, \dots, z_n, u), \quad n = k - 1, k, k + 1, \dots, \quad (4)$$

обладающий тем свойством, что при определенном выборе начального приближения $z_0(s), z_1(s), \dots, z_{k-1}(s)$ порождаемая им последовательность z_n сходится:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = z. \quad (5)$$

Заметим, что если в (4) вместо функции u используется u_δ , то предельное соотношение (5), вообще говоря, не имеет места. Однако удовлетворительное приближенное решение z уравнения (3) можно получить методом (4) и заменой u величиной u_δ , если дополнительно использовать идею регуляризации.

В работе [2, с. 112] предложен так называемый псевдоитерационный алгоритм решения задачи (3), позволяющий находить u_δ сразу, не проводя итерационного процесса. Его особенность заключается в поиске решения с учетом свойств уравнений типа свертки в фурье-области. Псевдоитерационный алгоритм имеет несомненное преимущество, обусловленное экономией вычислений. Однако он не дает возможности использовать априорную информацию о принадлежности точного решения задачи выпуклому множеству Q , например множеству неотрицательных функций. Наличие такой информации характерно для широкого класса задач обработки изображений. Этого недостатка лишен подход к решению (3), основанный на методе статистической регуляризации в сочетании с методом опорных векторов с составным шагом [3].

В соответствии с методикой [4], уравнение (3) представляется в виде

$$K\psi + \xi = f, \quad (6)$$

где K — преобразующая матрица размера $m \times n$, соответствующая передаточной функции (2); ψ — искомый вектор размера n ; f — вектор смазанных данных размера m ; ξ — вектор ошибок измерений.

Для получения статистической регуляризованной оценки восстанавливаемого сигнала по смазанному изображению выражение (6) согласно [5] представляется в виде

$$HK\psi + \eta = Hf, \quad (7)$$

$$\alpha^{1/2} D_p \psi + \varphi = 0, \quad (8)$$

где $\eta = H\xi$; α — параметр регуляризации:

$$\alpha = \frac{\text{Sp}(K\Omega_p^{-1}K^T)}{f^T f - \text{Sp}(V)} \quad (9)$$

(V — ковариационная матрица ошибок).

Если выбрать матрицу H так, что $H^T H = V$, то, как указано в [5], решение системы (7), (8), соответствующее минимуму суммы $\|\eta\|^2 + \|\varphi\|^2$, совпадает со статистической регуляризованной оценкой. В простейшем случае в качестве матрицы H можно взять диагональную матрицу σI , где σ — оценка среднеквадратичного отклонения ошибки наблюдения, I — единичная матрица.

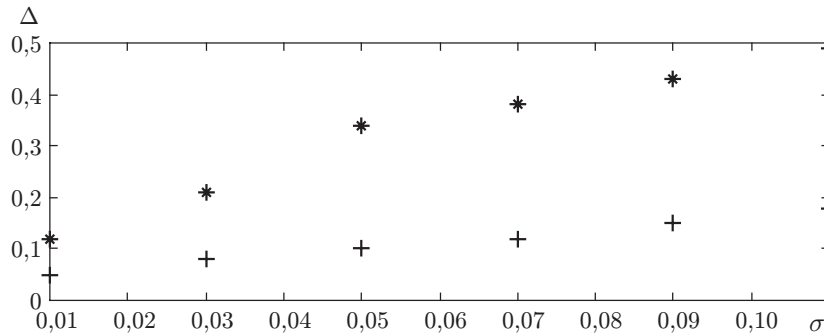


Рис. 1

Для отыскания приближенного решения системы (7), (8) с минимальной суммой $\|\eta\|^2 + \|\varphi\|^2$ воспользуемся методом опорных векторов с составным шагом [6]. Заметим, что в рамках этого метода можно без труда учесть априорную информацию, представленную в виде линейных неравенств [3].

Численные эксперименты. Для проверки эффективности предложенного выше метода были проведены численные эксперименты, в которых варьировались случайная ошибка регистрации смазанных данных и скорость движения регистрирующей системы (константа в выражении (2)).

В качестве распределения, имитирующего смазываемый сигнал, бралась колоколообразная функция Лоренца. К свертке лоренцевой кривой с функцией K , имитирующей смазанное изображение, прибавлялась нормально распределенная случайная составляющая, моделирующая экспериментальный шум. Уровень шума задавался в диапазоне 1–11 % от максимального значения сигнала. Показателем качества восстановления служила среднеквадратичная мера отклонения Δ восстановленного сигнала от точного.

Зависимость среднеквадратичной ошибки восстановления сигнала от уровня шума σ представлена на рис. 1 (* — восстановление без регуляризации ($\alpha = 0$), + — восстановление с регуляризацией). Видно, что регуляризация значительно улучшает качество восстановления сигнала. Результаты восстановления сигнала в зависимости от скорости движения регистрирующей системы, которая в численных экспериментах изменялась от 0,2 до 1,4 отн. ед., показаны на рис. 2 (* — восстановление без регуляризации ($\alpha = 0$)). В данном случае средний уровень ошибки составил 5 % от максимального значения точного сигнала.

В заключение заметим, что изложенный в работе подход к восстановлению смазанного сигнала применим также к задаче реконструктивной обработки дефокусированных изображений, которая в простейшей постановке сводится к решению двумерного интегрального

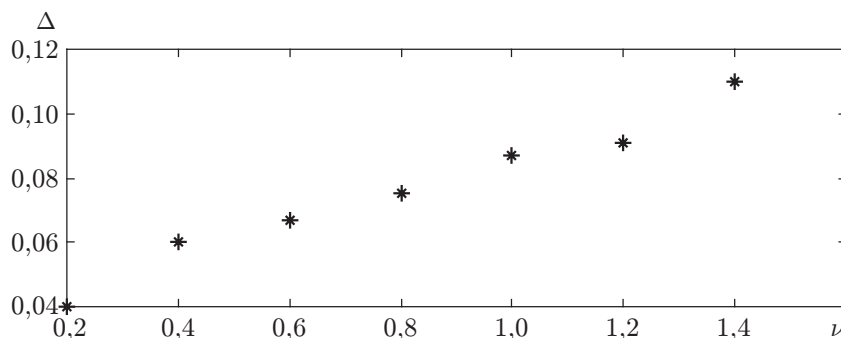


Рис. 2

уравнения типа свертки:

$$Af \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K(x - \omega, y - \nu)g(\omega, \nu)d\omega d\nu = G(x, y), \quad (10)$$

где

$$K(x, \nu) = \begin{cases} \text{const}, & x^2 + \nu^2 \leq R^2, \\ 0, & x^2 + \nu^2 > R^2. \end{cases} \quad (11)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гончарский А. В.** Обратные задачи оптики // Вестн. МГУ. Сер. 15. 1986. № 3. С. 59–77.
2. **Бакушинский А. В., Гончарский А. В.** Итеративные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1989. 127 с.
3. **Фазылов В. Р., Щербакова Н. К.** О решении задач обработки экспериментальных данных методом опорных векторов с составным шагом // Исследования по прикладной математике и информатике. Казань: КГУ, 2004. Вып. 25. С. 143–147.
4. **Василенко Г. И., Тараторин А. М.** Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986. 304 с.
5. **Грачев И. Д., Салахов М. К., Щербакова Н. К.** Проекционный алгоритм сглаживания и дифференцирования многомерных экспериментальных данных // Автометрия. 1989. № 4. С. 76–81.
6. **Фазылов В. Р.** Метод опорных векторов с составным шагом // Сеточные методы для краевых задач и приложения: Матер. 4-го Всерос. сем. Казань: Изд-во Казан. мат. об-ва, 2002. С. 106–109.

Поступила в редакцию 31 марта 2009 г.
