УДК 532.517.2:532.533.601.155

РАСЧЕТ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ТЕПЛООБМЕНА В СВЕРХЗВУКОВЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЯХ В ОКРЕСТНОСТИ УСТУПОВ

И. А. Бедарев, Н. Н. Федорова

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Приведены результаты расчетов плоских турбулентных течений в окрестности уступов с углами наклона подветренной грани $\beta = 8, 25, 45^{\circ}$ для чисел Маха $M_{\infty} = 3, 4$. В качестве математической модели используются осредненные уравнения Навье — Стокса, дополненные моделью турбулентности Уилкокса. Для случая безотрывного обтекания ($\beta = 8^{\circ}$) проводился также расчет по уравнениям пограничного слоя. Проведено сравнение расчетных и экспериментальных распределений давления и трения на поверхности обтекаемого тела, полей скорости и давления, а также коэффициентов теплообмена.

Введение. Взаимодействие ударных волн с пограничными слоями — одна из классических проблем газовой динамики. Расчет параметров отрыва пограничного слоя, возникающего в результате такого взаимодействия, важен как для практических приложений, так и для понимания физики данных процессов. Численному исследованию сверхзвуковых турбулентных отрывных течений посвящено большое количество работ. В [1] приведено сравнение результатов расчетов, полученных с использованием различных алгебраических и дифференциальных моделей турбулентности, с экспериментальными данными для таких течений. Показано, что для течений с отрывом использование дифференциальных моделей предпочтительнее, причем необходима их модификация для учета сжимаемости и повышения точности расчета теплообмена. В [2] дан обзор работ по численному моделированию сжимаемых турбулентных течений и сделан вывод, что совпадение расчетных и экспериментальных результатов достигается при использовании моделей турбулентности, разработанных для данного класса течений. В [3] оцениваются возможности моделирования двумерных и пространственных взаимодействий ударных волн с пограничными слоями. Показано, что расчетное распределение статического давления хорошо согласуется с экспериментом, тогда как точность расчета поверхностного трения и теплообмена по имеющимся алгоритмам решения осредненных уравнений Навье — Стокса неудовлетворительна. В [3] для таких течений рекомендуется применять так называемое подсеточное моделирование турбулентности (Large Eddy Simulation), однако данный подход требует наличия мощных ЭВМ и значительных затрат машинного времени. Таким образом, в настоящее время при проведении инженерных расчетов наиболее приемлемым способом замыкания осредненных уравнений Навье — Стокса остается использование дифференциальных моделей турбулентности.

Данная работа является продолжением исследований, посвященных численному моделированию сверхзвуковых турбулентных отрывных течений. В работе [4] проанализировано обтекание ступенек с различными углами наклона наветренной грани и приведено

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 99-01-00565; 99-01-00587).

описание математической модели, численного алгоритма и результатов, полученных с использованием схемы расщепления невязких потоков по физическим процессам, а также показано, что результаты расчетов зависят от разрешающих способностей алгоритма. Использование соотношений первого порядка точности для аппроксимации конвективных членов приводит к размазыванию отрывного скачка и существенному занижению размеров отрывной зоны и тем самым к искажению всех параметров течения.

В [5] численно исследовано развитие сверхзвуковых турбулентных отрывных течений в окрестности двумерных ступенек при изменении углов наклона наветренной грани от 8 до 90°. Анализ экспериментальных и расчетных данных показал, что, несмотря на характерные для таких течений нестационарные эффекты, особенно сильно проявляющиеся в окрестности точек отрыва и присоединения, математическое моделирование на основе осредненных уравнений Навье — Стокса и $(k-\omega)$ -модели турбулентности обеспечивает определение масштабов отрывных зон, газодинамической структуры течений, распределений давления и трения на поверхности.

В работе [6] свойства трех TVD-схем, в которых используются различные способы расщепления вектора невязких потоков, исследованы на задаче моделирования турбулентного отрывного течения в окрестности прямой ступеньки при числе Маха $M_{\infty} = 3$. Показано, что свойства численных решений сильно зависят от разрешающих способностей алгоритма. Исследована зависимость результатов от параметра модели турбулентности, управляющего балансом процессов диссипации и порождения турбулентной кинетической энергии.

В данной работе приведены результаты расчетов плоских турбулентных течений в окрестности уступов с углами наклона подветренной грани $\beta = 8, 25, 45^{\circ}$. Целью работы является проверка эффективности численного алгоритма при измененном порядке взаимодействия, когда пограничный слой сначала взаимодействует с веером волн разрежения, а затем со скачком уплотнения. Расчеты проведены в широком диапазоне чисел Маха и Рейнольдса. Как отмечалось выше, наибольшие трудности вызывает определение коэффициента теплообмена турбулентных течений, поэтому данному вопросу уделялось особое внимание. Кроме того, для проверки применимости упрощенного подхода в случае безотрывного обтекания уступа с углом 8° проводился расчет по уравнениям пограничного слоя, дополненным моделью турбулентности Уилкокса.

1. Математическая модель. В качестве математической модели используются осредненные уравнения Навье — Стокса, дополненные $(k-\omega)$ -моделью турбулентности Уилкокса [7]. Для аппроксимации по времени применяется неявная схема расщепления по пространственным переменным, реализующаяся путем скалярных прогонок. Для аппроксимации производных от невязких потоков используется несколько схем типа TVD, основанных на предложенном Ван Лиром расщеплении вектора невязких потоков [8], и схема расщепления по физическим процессам [9]. Численный алгоритм подробно описан и исследован в [4, 6]. В [6] на примере расчета обтекания прямоугольной ступеньки показано, что схема, основанная на расщеплении вектора невязких потоков по физическим процессам, обладает лучшими разрешающими свойствами, поэтому для расчетов она была выбрана в качестве основной.

2. Результаты расчетов. Расчеты проведены в условиях физических экспериментов [10], в которых содержатся все необходимые для сравнения результаты: распределения давления и трения на поверхности обтекаемого тела, поля давления и скорости во всей области изучаемого течения, а также распределение коэффициентов теплообмена.

Схема течения при обтекании уступа зависит от угла наклона его подветренной грани β и числа Маха. При $\beta = 8^{\circ}$ течение остается безотрывным, при $\beta = 25$, 45° появляется отрыв, вызванный взаимодействием пограничного слоя с более интенсивной, чем



Рис. 1. Экспериментальная схема течения:

1— граница пограничного слоя, 2— веер вол
н разрежения за углом расширения, 3— λ -конфигурация ударных вол
н, состоящая из отрывного скачка и скачка, исходящего из точки присоединения, 4— веер вторичных вол
н разрежения, исходящих из тройной точки λ -конфигурации

в случае $\beta = 8^{\circ}$, ударной волной в угле сжатия. На рис. 1 представлена полученная в эксперименте схема течения для уступа высотой h = 15 мм с углом наклона подветренной грани $\beta = 25^{\circ}$ при $M_{\infty} = 4$. В частности, показана отрывная зона, ограниченная точками отрыва S и присоединения R. Наличие веера вторичных волн разрежения 4 зависит от соотношения параметров на отрывном, присоединенном и замыкающем скачках и положения тройной точки λ -конфигурации.

Расчет газодинамических параметров. На рис. 2 представлены расчетные распределения поверхностного давления P_w/P_{w1} и коэффициента трения C_f для уступа высотой h = 15 мм с углом $\beta = 8^{\circ}$ при $M_{\infty} = 3$. Расчеты выполнялись двумя методами: по уравнениям Навье — Стокса и уравнениям пограничного слоя. В обоих случаях для замыкания системы использовалась $(k-\omega)$ -модель турбулентности Уилкокса.

При расчете по уравнениям пограничного слоя в качестве внешнего воздействия задавалось полученное в эксперименте распределение давления вдоль поверхности. Анализ результатов показал, что интегральные параметры хорошо предсказываются обоими мето-



Рис. 2. Распределение поверхностного давления (a) и коэффициента трения (б) при $\beta = 8^{\circ}$, $M_{\infty} = 3, h = 15$ мм:

1 — расчет по уравнениям пограничного слоя, 2 — расчет по уравнениям Навье — Стокса, точки— экспериментальные данные



Рис. 3. Распределение поверхностного давления (*a*) и коэффициента трения (*б*) при $\beta = 25^{\circ}$, $M_{\infty} = 3, h = 15$ мм:

1 — расчет по схеме [8], 2 — расчет по схеме [9], точки — экспериментальные данные

дами, а коэффициент трения при расчете по уравнениям пограничного слоя на наклонной грани завышен. Это можно объяснить тем, что в модели пограничного слоя отсутствует уравнение для количества движения в направлении y, что приводит к ошибочным результатам в тех областях, где появляется поперечный импульс.

Приведенные ниже результаты расчетов получены в рамках полных уравнений Навье — Стокса.

На рис. 3 представлены распределения поверхностного давления и коэффициента трения при $\beta = 25^{\circ}$ и $M_{\infty} = 3$. Расчеты проводились с использованием для аппроксимации невязких потоков схем Ван Лира [8] и расщепления по физическим процессам [9]. В отличие от предыдущего случая ($\beta = 8^{\circ}$) в области угла сжатия появляется небольшая отрывная зона. Отрыв можно наблюдать на графике распределения поверхностного трения при $x/h \approx 2$. На рис. 3 показано экспериментальное положение точек отрыва S и присоединения R. Для обеих схем расщепления в области взаимодействия пограничного слоя с возмущениями расчетные результаты согласуются с экспериментальными. Заметим, что особенностью расчета по схеме [9] является наличие за углом сжатия интенсивных волн разрежения, которые отсутствуют при расчете по схеме расщепления невязких потоков [8]. Существование этих волн в эксперименте пока не установлено, некоторые соображения, косвенно подтверждающие наличие волн разрежения, приведены ниже.

Источником указанных волн в расчете является тройная точка, образованная основным скачком уплотнения, отрывным скачком и центрированными волнами сжатия. Множество решений, реализующихся в окрестности тройной точки даже для случая чисто невязкого течения, является достаточно сложным (см., например, [11]) и содержит решение с веером волн разрежения. Такое решение реализуется в окрестности тройной точки даже для случая чисто ком λ -конфигурации, образующейся над отрывной зоной, что подтверждается физическим экспериментом (см. рис. 1). Условия реализации того или иного решения в окрестности тройной точки определяются многими факторами, в том числе эффективной вязкостью в области течения ниже точки присоединения потока. При несовпадении расчетных и экспериментальных значений параметров турбулентности в окрестности тройной точки в расчете возникают условия, которые не наблюдаются в эксперименте, что и приводит к различию расчетных и экспериментальных данных во всей области. Возможной причиной существенных различий могут являться также свойства разностной схемы, выделяющей данное решение из множества допустимых.

На рис. 4 представлено распределение поверхностного давления и коэффициента трения при $\beta = 45^{\circ}$ и $M_{\infty} = 3$. Для уступа с углом наклона подветренной грани $\beta = 45^{\circ}$ харак-



Рис. 4. Распределение поверхностного давления (*a*) и коэффициента трения (*б*) при $\beta = 45^{\circ}$, $M_{\infty} = 3, h = 15$ мм:

1 — расчет по схеме [8], 2 — расчет по схеме [9], точки — экспериментальные данные

терно образование общирной отрывной зоны. При этом точка отрыва потока стремится к предельному положению непосредственно за вершиной угла расширения. Результаты расчетов по обеим схемам расщепления хорошо согласуются с экспериментальными данными в области взаимодействия пограничного слоя с волнами разрежения и ударными волнами. На рис. 4 видно, что размер отрывной зоны, полученный в расчетах по схемам [8] и [9], соответствует экспериментальному. На рис. 4, а в области $x/h = 1 \div 2$ наблюдается характерное плато, обусловленное λ -конфигурацией отрывного скачка и скачка уплотнения, исходящего из точки присоединения. Различие между расчетами по разным схемам, так же как в предыдущем случае, обусловлено наличием в расчете по схеме [9] падающих на поверхность интенсивных волн разрежения, источником которых является тройная точка.

На рис. 5 представлены профили продольной скорости U/U_e в различных сечениях при $\beta = 45^{\circ}$ и $M_{\infty} = 3$. Значения x/h = 0.9; 1,33 соответствуют области отрыва, x/h = 7.7 — присоединившемуся пограничному слою. За точкой присоединения профили скорости хорошо согласуются с экспериментальными данными, а в области отрыва значительно отличаются от них. На рис. 5 видно, что в возвратном течении максимум скорости



Рис. 5. Профили продольной скорости в различных сечениях при $\beta = 45^{\circ}$, $M_{\infty} = 3$, h = 15 мм: a - x/h = 0.9, $\delta - x/h = 1.33$, e - x/h = 7.7; 1 — расчет по схеме [8], 2 — расчет по схеме [9], точки — экспериментальные данные



Рис. 6. Распределение коэффициента теплообмена при $\beta = 25^{\circ}$, $M_{\infty} = 3$, h = 6 мм: 1 — расчет по схеме [8], 2 — расчет по схеме [9], точки — экспериментальные данные

в расчетах по обеим схемам меньше, чем в эксперименте. Как отмечено в [12], развитие отрыва при взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем, возмущенным волнами разрежения, происходит под влиянием двух процессов. С одной стороны, повышение наполненности профиля скорости, обусловленное ускорением потока в волнах разрежения, препятствует возникновению отрыва, с другой — подавление турбулентных пульсаций в волнах разрежения способствует отрыву. Из анализа расчетных данных следует, что, по-видимому, модель турбулентности не полностью воспроизводит снижение пульсаций в волнах разрежения на наклонной грани, что обусловливает меньшую по модулю скорость в возвратном течении.

Расчет теплообмена. Расчет интенсивности теплообмена — одна из наиболее трудных задач математического моделирования турбулентных течений. Даже если численный алгоритм обеспечивает адекватное реальному процессу описание таких параметров потока, как статическое давление, скорость, температура, поверхностное трение, это не означает, что будут правильно определены коэффициенты теплообмена. Это связано с тем, что теплообмен в большей степени, чем другие параметры, определяется уровнем турбулентности потока. Возможности численного алгоритма и модели турбулентности при расчете интенсивности теплообмена зависят от их способности достоверно описывать процессы порождения и диссипации кинетической энергии турбулентности. Таким образом, расчетом теплообмена проверяется применимость модели турбулентности для условий неравновесного, возмущенного скачками уплотнения и волнами разрежения пограничного слоя. В данной работе проводится сравнение расчетного коэффициента теплообмена при обтекании уступа с углом наклона подветренной грани $\beta = 25^{\circ}$ с экспериментальными данными. Экспериментальное исследование теплообмена проводилось для уступов высотой h = 6 мм. При этом другие газодинамические параметры потока не измерялись.

На рис. 6 представлено распределение относительного коэффициента теплообмена при $\beta = 25^{\circ}$ и $M_{\infty} = 3$. Здесь $\alpha = (\partial T/\partial n)/(T_w - T_{ad})$; α_1 — коэффициент теплообмена перед взаимодействием; T_w — температура горячей стенки; T_{ad} — температура адиабатической стенки. На рис. 6 видно, что на наклонной грани ($x/h = 0 \div 2$) уровень интенсивности теплообмена, полученный в расчетах по схемам [8, 9], существенно занижен. Как отмечалось выше, это может быть обусловлено неадекватным воспроизведением математической моделью процесса гашения турбулентных пульсаций в волнах разрежения.

Можно отметить, что результаты расчетов коэффициента теплообмена по обеим схемам расщепления совпадают в области $x/h = 0 \div 6$. Поведение расчетной кривой, полученной по схеме [9], показывает повышение интенсивности теплообмена в области волн



Рис. 7. Распределение коэффициента теплообмена при $\beta = 25^{\circ}$, $M_{\infty} = 3$, h = 6 мм: $1 - \text{Re}_1 = 40 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, $2 - \text{Re}_1 = 58 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, $3 - \text{Re}_1 = 89 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$; линии — расчетные зависимости, точки — экспериментальные данные

сжатия и последующее снижение в том месте, куда попадают вторичные волны разрежения. В эксперименте в этой области наблюдается также уменьшение коэффициента теплообмена. Такое поведение зависимости $\alpha(x)$ косвенно подтверждает существование вторичных волн разрежения, падающих на поверхность пластины достаточно далеко от зоны взаимодействия. Однако снижение интенсивности теплообмена в эксперименте может быть вызвано и другими причинами (например, влиянием трехмерных эффектов). Выяснение причин снижения интенсивности теплообмена в этой области и применимости предлагаемой схемы течения требует проведения дополнительного исследования.

На рис. 7 приведено распределение коэффициента теплообмена для различных чисел Рейнольдса. Расчеты выполнены по схеме [9]. Можно отметить, что расчетная зависимость интенсивности теплообмена от числа Рейнольдса соответствует экспериментальной. В частности, при $\text{Re}_1 = 89 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ расчет воспроизводит зафиксированное экспериментально уменьшение интенсивности теплообмена в области $x/h = 6,0 \div 7,5$, обусловленное волнами разрежения, приходящими из тройной точки λ -конфигурации (см. рис. 1). В данном случае расчет предсказывает более значительное снижение интенсивности теплообмена по сравнению с зафиксированным в эксперименте. Снижение уровня теплообмена при x/h > 10, которое наблюдается в эксперименте для трех значений Re_1 , может быть связано, как показывают расчеты, с действием вторичных волн разрежения. Однако и здесь положение волн смещено вниз по течению, а их влияние на снижение уровня теплообмена более существенно, чем в эксперименте.

В работе [6] при численном моделировании обтекания прямоугольных ступенек показано, что соотношение между процессами порождения и диссипации турбулентности можно контролировать с помощью параметра модели турбулентности, который ограничивает снизу минимум удельной скорости диссипации турбулентной кинетической энергии ω . Введение ограничителя ω_0 позволяет управлять порождением турбулентности на ударной волне и существенно повысить точность расчета протяженности области отрыва. Однако при обтекании уступов, когда порядок взаимодействия пограничного слоя с возмущениями меняется, использование этого ограничителя оказалось малоэффективным. Вероятно, это обусловлено тем, что указанный параметр "управляет" величиной турбулентных пульсаций во внешней (следовой) части пограничного слоя. Как отмечено в [13], именно значения турбулентной вязкости во внешней части пограничного слоя определяют параметры крупномасштабного отрыва. На внутреннюю часть пограничного слоя и отрывную область введенный ограничитель влияет через турбулентную диффузию, которая при обтекании ступенек достаточно высока из-за взаимодействия пограничного слоя со скачком уплотнения. В течении около уступов сдвиговой слой отходит от поверхности обтекаемого тела, а турбулентная диффузия после взаимодействия с волной разрежения невысока. Поэтому изменение ω_0 не влияет на поведение течения на наклонной грани и в районе точки отрыва. Из проведенного анализа следует, что этот параметр не оказывает существенного влияния также на параметры турбулентности в области взаимодействия пограничного слоя с волнами разрежения.

Заключение. В работе численно исследовано обтекание сверхзвуковым турбулентным потоком уступов с различными углами наклона подветренной грани. В качестве математической модели использовались осредненные уравнения Навье — Стокса, дополненные $(k-\omega)$ -моделью турбулентности Уилкокса. Для аппроксимации пространственных производных от невязких потоков применялись две схемы типа TVD, основанные на различном расщеплении вектора невязких потоков. Проведены расчеты параметров турбулентных отрывных течений при изменении порядка взаимодействия по алгоритму, использованному ранее для расчета обтекания ступенек. Получено соответствие расчетных данных экспериментальным по всем доступным параметрам, включая интенсивность теплообмена.

Проведенное сравнение показало, что схема расщепления по физическим процессам, имевшая лучшие разрешающие способности, при обратном порядке взаимодействия пограничного слоя с возмущениями обладает некоторыми особенностями, которые не позволяют однозначно судить о ее применимости для данного класса течений. Использование схемы [9] приводит к возникновению вниз по потоку от зоны взаимодействия не наблюдаемых в эксперименте волн разрежения. С физической точки зрения наличие этих волн вполне вероятно, однако отсутствие их в эксперименте может свидетельствовать об их "схемном" происхождении. В то же время уменьшение экспериментального значения коэффициента теплообмена в данной области можно объяснить именно наличием волн разрежения.

Дополнительного исследования требует также способ моделирования турбулентности при взаимодействии турбулентного пограничного слоя с волнами разрежения. Использованная в настоящей работе двухпараметрическая модель турбулентности Уилкокса предсказывает сильное вырождение турбулентных пульсаций в этой области.

ЛИТЕРАТУРА

- Marvin J. G., Coakley T. J. Turbulence modeling for hypersonic flows. N. Y., 1989. (Rep. / NASA; N TM-101079).
- Knight D. D. Turbulence Compres. Flows. Neuilly-sur-Seine, France, 1997. (Rep. / AGARD; N 819).
- 3. Knight D. D., Degrez G. Hypersonic experimental and computational capability, improvement and validation. Neuilly-sur-Seine, France, 1998. (Rep. / AGARD; N 319).
- Borisov A. V., Fedorova N. N. Numerical simulation of turbulent flows near the forward-facing steps // Thermophys. and Aeromech. 1996. V. 3, N 1. P. 69–83.
- 5. Борисов А. В., Желтоводов А. А., Максимов А. И. и др. Экспериментальное и численное исследование сверхзвуковых турбулентных отрывных течений в окрестности двумерных препятствий // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1999. № 2. С. 26–37.
- 6. Бедарев И. А., Федорова Н. Н. Исследование факторов, влияющих на качество предсказания турбулентных отрывных течений // Вычисл. технологии. 1999. Т. 4, № 1. С. 14–32.
- 7. Wilcox D. C. Turbulence modeling for CFD. La Caňada, California: DCW Ind. Inc, 1993.

- Van Leer B. Flux-vector splitting for the euler equations. N. Y., 1982. (Tech. Rep. / ICASE; N 82-30).
- 9. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1981.
- 10. Желтоводов А. А., Трофимов В. М., Шилейн Э. Х., Яковлев В. Н. Задокументированные данные экспериментальных исследований сверхзвуковых турбулентных отрывных течений в окрестности наклонных ступенек и уступов: Отчет / Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР. Инв. № 2030. Новосибирск, 1990.
- 11. Ben-Dor G. Shock wave reflection phenomena. Berlin etc.: Springer-Verlag, 1991.
- 12. Желтоводов А. А., Шилейн Э. Х., Хорстман С. С. Развитие отрыва при взаимодействии скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем, возмущенным волнами разрежения // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 3. С. 58–68.
- Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering application // AIAA J. 1994. V. 32, N 8. P. 1598–1605.

Поступила в редакцию 3/III 2000 г.