УДК 532.517.4

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЗОНЫ ТУРБУЛЕНТНОГО СМЕШЕНИЯ И ЛОКАЛЬНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ ПОЛЯ ПЛОТНОСТИ В ПИКНОКЛИНЕ

О. Ф. Воропаева, Г. Г. Черных

Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск E-mails: vorop@ict.nsc.ru, chernykh@ict.nsc.ru

Разработана численная модель и исследовано взаимодействие зоны турбулентного смешения и локального возмущения поля плотности в пикноклине. Показано, что течение, генерируемое локальным возмущением поля плотности, может порождать энергию турбулентности в зоне турбулентного смешения и увеличивать время ее "жизни".

Ключевые слова: зона турбулентного смешения, локальное возмущение поля плотности, пикноклин, модифицированная  $(e-\varepsilon)$ -модель турбулентности, численное моделирование.

Введение. Задача о динамике локализованных турбулентных образований (зон турбулентного смешения, пятен турбулентности) в устойчиво стратифицированной среде хорошо известна [1, 2]. Пятна турбулентности оказывают существенное влияние на формирование тонкослойной вертикальной микроструктуры течений в океане [2]. Плоская модельная задача о развитии зоны турбулентного смешения в линейно стратифицированной среде рассмотрена в работе [3], в которой построена математическая модель течения, включающая уравнение баланса энергии турбулентности, и представлены результаты расчетов. Из них следует, что на начальном этапе под действием турбулентной диффузии происходит расширение зоны турбулентного смешения, а затем ее вертикальный коллапс, обусловленный влиянием силы тяжести. Показано, что эволюция зоны турбулентного смешения сопровождается активной генерацией внутренних волн. В [4] исследование течения проведено на основе численной модели с дифференциальными уравнениями переноса нормальных напряжений Рейнольдса. В экспериментальной работе [5], посвященной изучению эволюции зоны турбулентного смешения в пикноклине, показано, что в течении могут генерироваться внутренние волны солитонного типа. Численное моделирование динамики зоны турбулентного смешения в жидкости с нелинейной устойчивой стратификацией осуществлено в [6]. Подробный обзор исследований эволюции плоских пятен турбулентности в стратифицированной среде представлен в работах [7, 8]. Данная задача для случая отсутствия турбулентных возмущений известна как задача о динамике локального возмущения поля плотности в устойчиво стратифицированной среде (см., например, работы [3, 6, 9–12] и библиографию к ним). В работе [13] экспериментально исследовалось взаимодействие

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 07-01-00363а), а также в рамках Интеграционного проекта СО РАН № 23 и совместного Интеграционного проекта СО РАН, ДВО РАН, УРО РАН № 103.

двух ламинарных пятен полностью перемешанной жидкости в линейно стратифицированной среде. Экспериментальное исследование взаимодействия двух областей перемешанной жидкости в пикноклине проведено в [14].

Анализ работ по данной тематике показывает, что в настоящее время имеются достаточно эффективные численные модели, описывающие динамику одиночных локальных зон турбулентного и ламинарного смешения в пикноклине. Однако исследования в области математического моделирования взаимодействия этих течений практически отсутствуют. В настоящей работе данная задача решается на основе модифицированной  $(e-\varepsilon)$ -модели турбулентности.

1. Постановка задачи. Для описания течения используется система осредненных уравнений гидродинамики в приближении Обербека — Буссинеска

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \langle p_1 \rangle}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \langle u'^2 \rangle - \frac{\partial}{\partial y} \langle u'v' \rangle,$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \langle p_1 \rangle}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \langle u'v' \rangle - \frac{\partial}{\partial y} \langle v'^2 \rangle - g \frac{\langle \rho_1 \rangle}{\rho_0},$$

$$\frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial t} + U \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial x} + V \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial y} + V \frac{d\rho_s}{dy} = -\frac{\partial}{\partial x} \langle u'\rho' \rangle - \frac{\partial}{\partial y} \langle v'\rho' \rangle,$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0,$$
(1)

где  $u' = u'_1, v' = u'_2$  — пульсационные составляющие скорости в направлении осей  $x = x_1$ ,  $y = x_2$ ;  $U = U_1, V = U_2$  — компоненты скорости осредненного движения; g = (0, -g) ускорение свободного падения;  $\rho_s = \rho_s(y)$  — плотность невозмущенной устойчиво стратифицированной жидкости;  $\rho_0 = \rho_s(0)$ ;  $\langle \rho_1 \rangle = \langle \rho \rangle - \rho_s$  — осредненный дефект плотности;  $\langle \rho \rangle$  — осредненная плотность;  $p_1$  — отклонение давления от гидростатического, обусловленного стратификацией; штрихом отмечены пульсационные компоненты; угловые скобки обозначают операцию осреднения.

Система уравнений (1) является незамкнутой. Для ее замыкания используется модифицированная ( $e-\varepsilon$ )-модель турбулентности, основанная на уравнениях переноса энергии турбулентности e, скорости диссипации  $\varepsilon$  и касательной компонеты тензора рейнольдсовых напряжений  $\langle u'v' \rangle$ , а также алгебраических представлениях нормальных (i = j = 1, 2) компонент тензора рейнольдсовых напряжений  $\langle u'_i u'_j \rangle$ , компонент вектора турбулентных потоков  $\langle u'_i \rho' \rangle$  и дисперсии флуктуаций поля плотности  $\langle \rho'^2 \rangle$  [6, 8, 15]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial t} + U_k \frac{\partial e}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( c_s \frac{e}{\varepsilon} \left\langle u'_k u'_k \right\rangle \frac{\partial e}{\partial x_k} \right) + P - \varepsilon, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{c_s}{\sigma} \frac{e}{\varepsilon} \left\langle u'_k u'_k \right\rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{e} P - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{e}, \\ \frac{\partial \left\langle u' v' \right\rangle}{\partial t} + U_k \frac{\partial \left\langle u' v' \right\rangle}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( c_s \frac{e}{\varepsilon} \left\langle u'_k u'_k \right\rangle \frac{\partial \left\langle u' v' \right\rangle}{\partial x_k} \right) + (1 - c_2) P_{12} - c_1 \frac{\varepsilon}{e} \left\langle u' v' \right\rangle, \\ \frac{\left\langle u'_i u'_j \right\rangle}{e} &= \frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{1 - c_2}{c_1} \left( \frac{P_{ij}}{\varepsilon} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P}{\varepsilon} \right), \end{aligned}$$

$$-\langle u_i'\rho'\rangle = \frac{e}{c_{1T}\varepsilon} \Big(\langle u_i'^2\rangle \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial x_i} - (1 - c_{2T}) \frac{g_i}{\rho_0} \langle \rho'^2 \rangle \Big),$$
$$\langle \rho'^2 \rangle = -\frac{2}{c_T} \frac{e}{\varepsilon} \langle v'\rho' \rangle \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial y} \qquad (k = 1, 2).$$

Здесь  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера;  $c_1 = 2,2, c_2 = 0,55, c_{1T} = 3,2, c_{2T} = 0,5, c_T = 1,25, c_{\varepsilon 1} = 1,45, c_{\varepsilon 2} = 1,92, c_s = 0,25, \sigma = 1,3$  — эмпирические постоянные [15]; по повторяющемуся индексу k проводится суммирование. Члены, описывающие порождение энергии за счет осредненного движения и действия силы тяжести, определяются стандартным образом:

$$P_{ij} = -\left(\langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \langle u_j' u_k' \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \frac{g_i}{\rho_0} \langle u_j' \rho' \rangle - \frac{g_j}{\rho_0} \langle u_i' \rho' \rangle\right), \qquad P = \frac{P_{kk}}{2}$$

Начальные и граничные условия задаются следующим образом:

$$U = V = \langle \rho_1 \rangle = \langle u'v' \rangle = 0, \quad \varepsilon = \varepsilon_0(r), \quad e = e_0(r), \quad t = 0, \quad r^2 = x^2 + y^2,$$
  

$$U = V = \langle \rho_1 \rangle = \langle u'v' \rangle = \varepsilon = e = 0, \quad r \to \infty, \quad t > 0.$$
(2)

Ламинарное локальное возмущение поля плотности с центром в точке  $x = x_0$  при t = 0 задается в виде

$$\langle \rho_1 \rangle = (\rho_0 - \rho_s) \delta \exp\left(-(\alpha r_l)^8\right), \qquad r_l^2 = (x - x_0)^2 + y^2,$$
(3)

где  $\delta$ ,  $\alpha$  — параметры, определяющие степень перемешивания жидкости внутри области смешения и начальный радиус локального возмущения соответственно. Заметим, что в настоящей работе рассматриваются локальные возмущения поля плотности в виде областей частично перемешанной жидкости ( $\delta < 1$ ). Интерес к изучению подобных локальных возмущений обусловлен тем, что вырождение турбулентности в локализованных областях приводит к неполному перемешиванию жидкости [3]. В качестве функций  $\varepsilon_0(r)$ ,  $e_0(r)$  выбирались функции, значения которых соответствуют автомодельному решению задачи в случае однородной среды (q = 0) и согласуются с экспериментальными данными [16].

Переменные задачи обезразмериваются с использованием масштаба скорости  $U_0 = \sqrt{e_0(0)}$  и масштаба длины R (R — начальный радиус области турбулентного смешения). В результате в обезразмеренных уравнениях вместо величины g получаем выражение  $4\pi^2/\operatorname{Fr}^2$ , в котором плотностное число Фруда Fr и период Вяйсяля — Брента T определяются следующим образом:

$$\mathrm{Fr} = \frac{U_0 T}{R}, \qquad T = \frac{2\pi}{\sqrt{ag}}, \qquad a = -\frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_s}{dy}, \quad y = 0.$$

Плотность невозмущенной жидкости задается в виде

$$\rho_s^*(y) = \rho_0^* - \beta \operatorname{th}(y^*/\beta), \qquad \rho_0^* = 1/(aR)$$
(4)

(знаком "\*" отмечены безразмерные переменные). Распределение (4) соответствует непрерывному аналогу двухслойной жидкости, причем параметр  $\beta$  определяет толщину высокоградиентной прослойки пикноклина.

Численное интегрирование дифференциальных уравнений математической модели проводилось с использованием переменных функция тока — завихренность, метода расщепления по пространственным переменным, а также ортогональных неравномерных сеток, сгущающихся в окрестности зоны турбулентного смешения и слоя с большим градиентом плотности. Тестирование численной модели осуществлялось путем проведения расчетов на последовательности конечно-разностных сеток и сопоставления результатов расчетов с экспериментальными данными [16] о вырождении характеристик безымпульсного турбулентного следа в линейно стратифицированной среде [6, 7]. 2. Взаимодействие турбулизованной области и локального возмущения поля плотности в пикноклине. Прежде чем приступить к изложению результатов численного моделирования взаимодействия течений, возникающих при эволюции двух локальных возмущений (турбулентного и ламинарного) в пикноклине, приведем некоторые данные о динамике каждого из этих течений в отсутствие взаимодействия. Известно, что эти течения характеризуются формированием в каждом квадранте плоскости (x, y) уединенной внутренней волны (см., например, работы [5, 6, 10, 11]). Конвективная картина в верхней полуплоскости иллюстрирует движение частиц жидкости справа от возмущения — против часовой стрелки, слева от возмущения — по часовой стрелке (в нижней полуплоскости течение антисимметрично). С увеличением времени эти волны распространяются вдоль оси x в противоположных направлениях от начального положения локального возмущения. Область турбулентных возмущений растекается со временем симметрично относительно осей координат преимущественно вдоль высокоградиентной прослойки пикноклина.

Результаты численного моделирования течения, генерируемого при эволюции одиночной локальной области турбулентных возмущений в пикноклине, представлены на рис. 1, 2 ( $\beta = 0.2$ , Fr = 18). На рис. 1 показаны динамика зоны турбулентных возмущений ( $e/e_{\max}(t) = \text{const} = 1; 0.9; \ldots; 0.1; 0.01$ ) и внутренних волн ( $\rho_0 - \langle \rho \rangle = \text{const}$ ). На рис. 2 приведены соответствующие линии тока ( $\psi^* = \text{const} \ c$  шагом 0,0002) и характерное для данного течения поле скорости. Видно, что на начальном этапе турбулентные возмущения внутри зоны смешения выводят частицы стратифицированной жидкости из положения равновесия. Это приводит к генерации уединенных внутренних волн солитонного типа, амплитуда и скорость распространения которых, как показывает анализ численных данных, связаны соотношением Бенджамина [17].



Рис. 1. Изолинии энергии турбулентности (1) и осредненной плотности (2) в задаче о динамике одиночной области турбулентных возмущений в пикноклине в различные моменты времени:

 $a - t/T = 1, \ 6 - t/T = 5, \ s - t/T = 10, \ r - t/T = 15, \ d - t/T = 20$ 



Рис. 2. Линии тока и характерное поле скорости в задаче о динамике одиночной области турбулентных возмущений в пикноклине в различные моменты времени: заштрихованная область — область отрицательных значений функции тока; стрелки — поле скорости, характерное для данного течения; остальные обозначения те же, что на рис. 1

При численном моделировании взаимодействия области турбулентных возмущений и локального возмущения поля плотности в пикноклине центр зоны турбулентного смешения располагался в начале координат, центр ламинарного пятна перемешанной жидкости — в точке  $(x_0, 0)$ . С учетом симметрии (антисимметрии) течения расчет проводился в верхней полуплоскости с постановкой соответствующих условий на оси y = 0. В ходе численных экспериментов варьировались величины  $\alpha$  и  $\delta$ , определяющие характерные параметры локального возмущения поля осредненной плотности, а также начальное расстояние  $x_0$  между центрами возмущений. Ниже представлены результаты расчетов для течения с параметрами  $\beta = 0.2$ , Fr = 18.

На рис. 3, 4 приведены результаты расчетов взаимодействия зоны турбулентного смешения и ламинарного течения, генерируемого локальным возмущением (3) с параметрами  $\alpha = 1,25, \delta = 0,95, x_0^* = x_0/R = 10$ . При указанных значениях параметров  $\alpha$  и  $\delta$  локальное возмущение поля осредненной плотности (3) таково, что амплитуда и длина генерируемых им внутренних волн при больших значениях времени сопоставимы с аналогичными параметрами внутренних волн, порождаемых областью турбулентных возмущений. На рис. 3 представлены изолинии энергии турбулентности и соответствующие им изолинии осред-



Рис. 3. Изолинии энергии турбулентности (1) и осредненной плотности (2) при взаимодействии области турбулентных возмущений и ламинарной перемешанной области ( $\alpha = 1,25, \delta = 0,95$ ) в пикноклине в различные моменты времени:  $a - t/T = 1, \delta - t/T = 5, e - t/T = 10, z - t/T = 15$ 

ненной плотности в различные моменты времени. Видно, что воздействие на зону турбулентных возмущений течения, индуцируемого локальным возмущением поля плотности, приводит к изменению структуры пятна турбулентности. В частности, это изменение проявляется в оттеснении зоны турбулентности от горизонтальной оси, сопровождающемся существенной деформацией пятна под воздействием набегающих внутренних волн. Численные эксперименты показывают, что степень этой деформации зависит от характеристик набегающей уединенной волны: при увеличении параметра  $\alpha$  в соотношении (3) (это означает, что в случае фиксированного значения параметра перемешивания  $\delta$  суммарная энергия данного локального возмущения уменьшается) трансформация внешней границы турбулизованной области становится менее выраженной. Из анализа рис. 3 также следует, что в центре взаимодействия оказывается пара внутренних волн солитонного типа, движущихся навстречу друг другу. Результаты проведенных расчетов и их сопоставление



Рис. 4. Линии тока при взаимодействии области турбулентных возмущений и ламинарной перемешанной области ( $\alpha = 1,25, \delta = 0,95$ ) в различные моменты времени:

 $a-t/T=1,\ b-t/T=5,\ e-t/T=10,\ c-t/T=15;$ заштрихованная область — область отрицательных значений функции тока

с решениями модельных задач для случая отсутствия взаимодействия показывают, что характерные параметры внутренних волн после столкновения при заданных параметрах локальных возмущений меняются незначительно.

Конвективная картина рассматриваемого течения показана на рис. 4, на котором приведены линии тока  $\psi^* = \text{const}$  в различные моменты времени (шаг изолиний составляет 0,0002). В области отрицательных значений функции тока  $\psi$  частицы жидкости движутся по часовой стрелке, в области положительных значений  $\psi$  — против часовой стрелки. На начальном этапе течение характеризуется наличием двух пар конвективных вихрей, движущихся вправо и влево от соответствующих локальных возмущений вдоль горизонтальной оси. Развитие этого течения приводит к столкновению центральных конвективных вихрей. При завершении взаимодействия конвективная картина характеризуется объединением вихрей одинаковой направленности справа и слева от зоны взаимодействия.



Рис. 5. Зависимости суммарных энергий турбулентности E и внутренних волн P от времени:

сплошные линии — расчет взаимодействия при  $\alpha = 1,25, \delta = 0,95,$  штриховые линии — расчеты турбулентного и ламинарного локальных возмущений в отсутствие взаимодействия

Рис. 6. Зависимости суммарных энергий турбулентности E (светлые точки) и внутренних волн P (темные точки) от времени при взаимодействии области турбулентных возмущений и локальной перемешанной области при  $\delta = 0.95$  и различных значениях параметра  $\alpha$ :

 $1-\alpha=1,25;\ 2-\alpha=0,85;\ 3-\alpha=0,75;\ 4-\alpha=0,5;$ штриховые линии — расчет динамики турбулизованной области в отсутствие взаимодействия

На рис. 5, 6 приведены зависимости суммарных энергий турбулентности E и внутренних волн P от времени. Величину P можно представить в виде суммы кинетической  $P_k$  и потенциальной  $P_p$  составляющих этой энергии:

$$E(t) = \int_{0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^* dx^* dy^*,$$

$$P(t) = \int_{0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{U^{*2} + V^{*2}}{2} + \frac{4\pi^2}{\mathrm{Fr}^2} \langle \rho_1 \rangle^* y^* \right) dx^* \, dy^* = P_k(t) + P_p(t)$$

На рис. 5 приведены данные, соответствующие решению задачи о взаимодействии турбулентного пятна с локальным возмущением (3) при  $\alpha = 1,25$ ,  $\delta = 0,95$ . Для сравнения показаны суммарные энергии  $P_{lam}^*$ ,  $P_{turb}^*$ ,  $E_{turb}^*$  ламинарного и турбулентного возмущений в отсутствие их взаимодействия. На этапе, предшествующем взаимодействию, течение характеризуется вырождением (монотонным убыванием) суммарной энергии турбулентности E, идентичным вырождению  $E_{turb}$  в случае динамики турбулизованной области в отсутствие взаимодействия. При этом значения суммарной энергии внутренних волн P близки к постоянным и лишь незначительно превышают значения  $P_{lam}^*$ , соответствующие решению задачи о динамике одиночного ламинарного локального возмущения поля плотности. Процесс формирования волновой картины течения, генерируемого зоной турбулентного смешения, происходит достаточно медленно. При сближении двух конвективных вихрей наблюдается переход части кинетической  $P_k$  энергии внутренних волн в потенциальную энергию  $P_p$ . В дальнейшем процесс взаимодействия сопровождается увеличение кинетической энергии внутренних волн, в результате чего происходит увеличение суммарной энергии внутренних волн  $P = P_k + P_p$ , которое характеризуется также несколько более быстрым, чем в случае отсутствия взаимодействия, убыванием суммарной энергии турбулентного движения. После завершения взаимодействия величина суммарной энергии внутренних волн восстанавливается до значений, характерных для этого течения до начала взаимодействия.

В ходе численных экспериментов путем увеличения размера области перемешанной жидкости, а также начальной степени перемешивания жидкости варьировался начальный запас суммарной энергии внутренних волн, генерируемых ламинарным возмущением (3). В результате установлено, что при прохождении через турбулентное пятно уединенной волны значительной амплитуды и длины (по сравнению с характерными размерами области турбулентных возмущений) не только существенно деформируется область турбулентных возмущений, но и прекращается вырождение турбулентности вследствие подкачки за счет энергии осредненного движения (см. рис. 6). На рис. 6 видно, что при фиксированной степени перемешивания жидкости  $\delta$  увеличение начального размера локального возмущения (уменьшение параметра  $\alpha$ ) усиливает описанный эффект, т. е. приводит к более значительному приросту суммарной энергии внутренних волн на этапе взаимодействия и более раннему выходу суммарной энергии турбулентности на практически постоянное значение.

Одна из представленных на рис. 6 ситуаций детально показана на рис. 7, 8, где приведена картина течения при взаимодействии турбулентного пятна (2) с локальным возмущением (3) при  $\alpha = 0.75$ ,  $\delta = 0.95$ ,  $x_0^* = 16$ . На рис. 7, на котором представлены изолинии энергии турбулентности и осредненной плотности, показаны захват и перенос турбулентного пятна внутренней волной солитонного типа, порожденной локальным возмущением поля плотности. На рис. 8, на котором показана соответствующая конвективная картина, видно, что доминирующую роль играют конвективные вихри, генерируемые ламинарным возмущением поля плотности.

В серии методических расчетов задачи взаимодействия исследовалось изменение во времени величин суммарных энергий турбулентности и внутренних волн в зависимости от параметров расчетной сетки, начального расстояния между центрами возмущений  $x_0$  и начального перемешивания  $\delta$ . Анализ данных, полученных в рамках рассмотренной математической модели, показывает, что описанное выше поведение течения практически не зависит от параметров используемой расчетной сетки. Увеличение начального расстояния между локальными возмущениями лишь задерживает момент взаимодействия, не меняя характера процесса. Уменьшение степени перемешивания жидкости внутри локального возмущения поля осредненной плотности при фиксированном радиусе этого возмущения (что соответствует уменьшению начального запаса суммарной энергии внутренних волн) обусловливает более поздний выход суммарной энергии турбулентности на постоянное значение. Методические расчеты показывают, что при Fr = 36 характер течения меняется незначительно.

Следует отметить, что на рассмотренном интервале времени значение суммарной энергии турбулентности при отсутствии взаимодействия уменьшается более чем на три порядка, следовательно, время взаимодействия ограничено временем "жизни" пятна тур-



Рис. 7. Изолинии энергии турбулентности (1) и характерная изолиния осредненной плотности (2) при взаимодействии области турбулентных возмущений и ламинарной перемешанной области ( $\alpha = 0.75$ ,  $\delta = 0.95$ ) в различные моменты времени: a - t/T = 1,  $\delta - t/T = 5$ , e - t/T = 10, e - t/T = 15,  $\partial - t/T = 20$ , e - t/T = 25,  $\varkappa - t/T = 30$ 

булентности. Выявленный в расчетах эффект замедления вырождения турбулентности под воздействием набегающей уединенной внутренней волны наблюдается в ситуациях, когда начальная энергия ламинарного локального возмущения поля плотности сопоставима с начальной суммарной энергией турбулентности или превышает ее.

Заключение. Построена численная модель взаимодействия плоской зоны турбулентного смешения и локального возмущения поля плотности в пикноклине. Модель основана на двумерной системе осредненных уравнений гидродинамики, замкнутой с использованием модифицированной ( $e-\varepsilon$ )-модели турбулентности. Численное моделирование течения осуществлено в широком диапазоне параметров локального возмущения поля плотности. Обнаружено, что генерируемое локальным возмущением поля плотности течение может приводить к существенному порождению энергии турбулентности в зоне турбулентного смешения и увеличению времени ее "жизни".



Рис. 8. Линии тока при взаимодействии области турбулентных возмущений и ламинарной перемешанной области с параметрами  $\alpha = 0.75$ ,  $\delta = 0.95$  в различные моменты времени (обозначения те же, что на рис. 7): заштрихованная область — область отрицательных значений функции тока

Авторы выражают благодарность Л. А. Островскому, Е. Н. Пелиновскому и Л. Ш. Цимрингу за обсуждение постановки задачи.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Наука, 1977.
- 2. Монин А. С. Океанская турбулентность / А. С. Монин, Р. В. Озмидов. Л.: Гидрометеоиздат, 1981.
- 3. Васильев О. Ф., Кузнецов Б. Г., Лыткин Ю. М., Черных Г. Г. Развитие области турбулизованной жидкости в стратифицированной среде // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. № 3. С. 45–52.
- Vasiliev O. F., Kuznetsov B. G., Lytkin Yu. M., Chernykh G. G. Development of the turbulent mixing zone in a stratified medium // Proc. of the Intern. seminar "Heat transfer and turbulent buoyant convection", Dubrovnic (Yugoslavia), Aug. 30 — Sept. 4, 1976. Washington: Hemisphere Publ. Corp., 1977. V. 2. P. 123–136.
- Kao T. W., Pao H. P. Wake collapse in the thermocline and internal solitary waves // J. Fluid Mech. 1980. V. 97, N 1. P. 115–127.
- 6. Воропаева О. Ф., Черных Г. Г. Эволюция зоны турбулентного смешения в жидкости с нелинейной стратификацией // Моделирование в механике. 1989. Т. 3, № 5. С. 3–29.
- Chashechkin Yu. D., Chernykh G. G., Voropayeva O. F. The propagation of a passive admixture from a local instantaneous source in a turbulent mixing zone // Intern. J. Comput. Fluid Dynamics. 2005. V. 19, N 7. P. 517–529.
- Chernykh G. G., Voropayeva O. F. Numerical simulation of turbulent mixing zone in stable stratified medium using second order mathematical models // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2009. V. 24, N 1. P. 15–30.
- 9. Гущин В. А. Метод расщепления для задач динамики неоднородной жидкости // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1981. Т. 21, № 4. С. 1003–1017.
- 10. Зудин А. Н., Черных Г. Г. О влиянии вязкости на динамику локального возмущения поля плотности в пикноклине // Моделирование в механике. 1990. Т. 4, № 3. С. 71–78.
- 11. Maderich V. S., van Heijst G. J. E., Brandt A. Laboratory experiments on intrusive flows and internal waves in a pycnocline // J. Fluid Mech. 2001. V. 432. P. 285–322.
- Chernykh G. G., Zudin A. N. Linear and nonlinear numerical models of local density perturbation dynamics in a stable stratified medium // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2005. V. 20, N 6. P. 513–534.
- Абрамян Т. О., Кудин А. М. Лабораторное исследование взаимодействия пятен перемешанной жидкости при их растекании в стратифицированной среде // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1983. Т. 19, № 8. С. 888–891.
- 14. Honji H., Matsunaga N., Sugihara Y., Sakai K. Experimental observation of internal symmetric solitary waves in a two-layer fluid // Fluid Dynamics Res. 1995. V. 15. P. 89–102.
- Rodi W. Examples of calculation methods for flow and mixing in stratified fluids // J. Geophys. Res. 1987. V. 92. P. 5305–5328.
- Lin J. T., Pao Y. H. Wakes in stratified fluids // Annu. Rev. Fluid Mech. 1979. V. 11. P. 317–336.
- Benjamin T. B. Internal waves of permanent form in fluids of great depth // J. Fluid Mech. 1967. V. 29, N 3. P. 559–592.