

3. Результаты многочисленных экспериментов, проведенных при рассмотренных выше условиях, но для различных начальных напряжений, показаны на фиг. 4. Здесь по оси абсцисс отложено напряжение, а по оси ординат приведены в процентах от начальной энергии: η_k — энергия, подводимая к ускоряющим электродам; η_e — энергетический к. п. д. ускорителя; и η_n — суммарные потери в электродах. Полный теплоотвод в электродах находился в предположении, что тепловые потоки в наружный анод и внутренний (катод) электроды одинаковы [1].

Из приведенных для баланса энергии графиков видно, что: 1) к электродам во всех случаях подводится 70—80% начальной энергии конденсаторов. Остальная часть энергии (30—20%) теряется в конденсаторах и подводящей цепи; 2) в диапазоне начальных напряжений $V_0 = 2-5$ кэ (начальных энергий $W_0 = 3-18.5$ кдж) все энергетические характеристики, энергетический к. п. д., потери в канале и подводимая к электродам энергия слабо зависят от напряжения; 3) с переходом от профилированного канала с узким горлом к квазицилиндрическому энергетический к. п. д. увеличивается с 40—45% до 55—60% при одновременном уменьшении тепловых потерь в ускоряющих электродах.

Автор благодарен Г. М. Бам-Зеликовичу за внимание, С. В. Гусеву и Э. И. Парфеновой за помощь при проведении и обработке экспериментов.

Поступила 27 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Р у ш а й л о А. М. Измерение тепловых потоков и оценка температуры электродов в импульсном электромагнитном ускорителе плазмы. ПМТФ, 1965, № 4.

НИЗКОЧАСТОТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМЫ В ПЛОСКОСТНЫХ ДИОДАХ

Г. В. Гордеев

(Ленинград)

Рассматриваются низкочастотные колебания плазмы в плоскостных диодах методом кинетического уравнения с учетом асимметрии граничных условий на границах плазмы с приэлектродными барьерами. Показывается, что волны, движущиеся от катода к аноду, могут возбуждаться при меньшей скорости дрейфа электронов, чем в случае неограниченной плазмы, за счет того, что на эти волны накатываются волны, отраженные от электродов. Выведено условие возникновения незатухающих колебаний плазмы при длине волны, равной расстоянию между электродами.

В работе [1] было выведено дисперсионное уравнение колебаний плазмы в плоскостных диодах методом кинетического уравнения с учетом асимметрии граничных условий на границах плазмы с приэлектродными областями. Асимметрия граничных условий связана с наличием внешнего напряжения, наложенного между электродами, при котором одни и те же заряженные частицы могут ускоряться при движении на один электрод и замедляться при движении на другой электрод. В той же работе [1] полученное таким образом дисперсионное уравнение исследовалось в случае, когда колебания плазмы будут высокочастотными (электронными). В предлагаемой работе исследование дисперсионного уравнения, полученного в [1], будет продолжено на случай, когда колебания плазмы являются низкочастотными (ионными).

В работе [2] рассматривались низкочастотные колебания в неограниченной плазме; там было выведено условие возбуждения волн за счет энергии электронов, дрейфующих во внешнем поле, без наличия добавочного пучка частиц. Экспериментальная проверка этой теории, изложенная в работе [3], качественно подтвердила вывод теории о возбуждении колебаний плазмы без наличия добавочного пучка частиц. Количественные же результаты теории несколько расходятся с результатами эксперимента. В данной работе будет показано, что учет влияния границ плазмы на колебания в ней значительно приближает количественные выводы теории к результатам эксперимента.

1. Дисперсионное уравнение колебаний плазмы в плоскостных диодах имеет следующий вид [1]:

$$\text{Det} \{ [1 + A_1(k) + A_2(k)] \delta_{kk_1} + B_1(-k, -k_1) + B_2(k, k_1) \} = 0 \quad (1.1)$$

Здесь $k = \pi n / l$, $k_1 = \pi m / l$ — волновые числа, причем $k > 0$, если волна распространяется от анода к катоду, и $k < 0$ при обратном направлении распространения.

волны, l — половина расстояния между катодной и анодной границами плазмы, n и m — целые числа. Члены A_α и B_α выражаются через довольно сложные интегралы, вид которых приведен в работе [1]. Заметим только, что B_α будет поправкой к A_α , возникающей при учете влияния границ на колебания плазмы. Рассмотрим низкочастотные колебания, декремент затухания γ которых значительно меньше их частоты ω . Фазовая скорость таких колебаний находится в узком интервале: она должна быть значительно меньше тепловой (изотермической) скорости электронов и значительно больше тепловой (изотермической) скорости ионов [2]; она может быть меньше тепловой скорости на один и, самое большее, на два порядка величины.

Для рассматриваемых волн приближенные вычисления членов B_2 и A_α дают

$$A_1 = \frac{1}{k^2 a_1^2} + i \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \frac{[\omega - (\omega k)]}{k^2 a_1^2 s_1 |k|}, \quad A_2 = \frac{\omega_2^2}{[\omega - i(\gamma - \tau_2^{-1})]^2} \quad (1.2)$$

$$B_2(k, k_1) = (-1)^{n-m} \frac{i \omega_2^2}{\omega^2 k l} \left(i + \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \frac{w_2}{s_2} \right)$$

$$a_1 = \left(\frac{\kappa T_1}{4\pi e^2 n_1} \right)^{1/2}, \quad s_\alpha = \left(\frac{\kappa T_\alpha}{m_\alpha} \right)^{1/2}, \quad \omega_2 = \left(\frac{4\pi e^2 n_2}{m_2} \right)^{1/2}$$

Здесь ω — частота колебаний, γ — декремент затухания, a_1 — дебаевский радиус электрона, κT_1 — температура электронов в эрг, n_1 — их концентрации, e — заряд электрона, w_α — скорость дрейфа электронов ($\alpha = 1$) и ионов ($\alpha = 2$), s_α — их тепловая (изотермическая) скорость, ω_2 — предельная частота ионных колебаний плазмы, n_2 — концентрация ионов, m_2 — их масса, τ_2 — время между столкновениями ионов с нейтральными атомами. Вычисление B_1 несколько усложняется, так как при $|B_2| \ll 1$ метод стационарной фазы, использованный при оценке отброшенных членов в B_2 не всегда применим. Пусть n — число волн, укладывающихся на расстоянии между электродами. Введем $\delta = 2\pi n \omega / k s_1$.

Если $\delta \gg 1$, то можно пользоваться методом стационарной фазы, и, приближенно вычисляя B_1 , имеем

$$B_1(-k, -k_1) = (-1)^{n-m} \frac{i}{4k^2 a_1^2 k_1 l} \quad (1.3)$$

Если же $\delta < 1$, то метод стационарной фазы при оценке интегралов, входящих в выражение для B_1 , не годится, и нужно пользоваться другим методом.

Если $\delta \ll 1$, то в интегралах типа

$$J_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp \varphi_\alpha(u) du \quad \left(\varphi_\alpha = \frac{i\alpha\delta}{u} - \frac{u^2}{2}, \quad \alpha = 1, 2 \right)$$

входящих в выражение для B_1 (см. формулу (20) работы [1]), удобнее интегрирование вести от 0 до 1 и от 1 до ∞ ; приближенно будем иметь

$$J_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{i\alpha\delta/u} du + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_1^\infty e^{-1/2 u^2} du \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\alpha\delta} + 0.16$$

Таким образом, при $\delta \ll 1$ имеем для B_1 приближенно

$$\begin{aligned} B_1(-k, -k_1) &\approx (-1)^{n-m} \frac{i}{4k^2 a_1^2 k_1 l} \left[2.28 + \frac{4}{\sqrt{2\pi}} (e^{-i\delta} + e^{-i2\delta}) \right] \approx \\ &\approx (-1)^{n-m} \frac{i}{4k^2 a_1^2 k_1 l} \left(5.5 - \frac{12}{\sqrt{2\pi}} i \sin \delta \right) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Подставляя в уравнение (1.1) формулы (1.2), а также формулу (1.3) в случае $\delta \gg 1$ или формулу (1.4) в случае $\delta \ll 1$, выделяя вещественную и мнимую часть уравнения (1.1) и разрешая их относительно частоты и затухания волн, можно получить поправки к ним, обусловленные наличием границ плазмы.

2. Исследуем сначала случай, когда $\delta \gg 1$. В этом случае поправочные члены B_α не сказываются на частоте колебаний. Для последней получается известная формула Лэнгмюра и Гонкса [4]

$$\omega = \omega_2 a_1 k / \sqrt{1 + k^2 a_1^2} + (w_2 \cdot k) \quad (2.1)$$

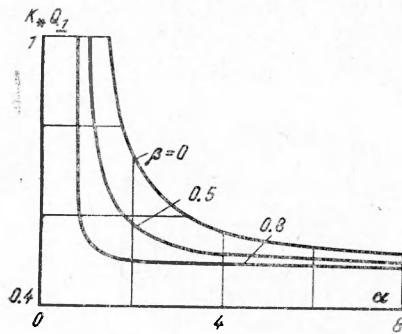
Для затухания имеем приближенно

$$\begin{aligned} \gamma = \frac{1}{\tau_2} + \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{[\omega - (w_1 k)] \omega_2}{(1 + k^2 a_1^2)^{3/2} \omega_1} + \frac{|k| a_1 \omega_2}{4(1 + k^2 a_1^2)^{3/2} k l} \times \\ \times \left[1 + (1 + k^2 a_1^2) \left(1 + \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \frac{w_2}{s_2}\right) \right] \quad \omega_1 = (4\pi e^2 n_1 / m_1)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь ω_1 — лэнгмюровская частота электронных колебаний плазмы. Первые два члена в правой части (2.2) определяют затухание волн в неограниченной плазме [2]; последний член там же является поправкой к ним, возникающей из-за влияния границ плазмы на колебания в ней. Как показано в работе [2], низкочастотные волны, распространяющиеся в направлении дрейфа электронов ($k < 0$), могут возбуждаться за счет энергии электронов, приобретаемой ими во внешнем поле. Волновое число k_* , соответствующее максимуму инкремента колебаний, в неограниченной плазме определяется из соотношения

$$k_* a_1 = \frac{\omega a_2}{w_1} \left(1 + \frac{k_*^2 a_1^2}{2k_*^2 a_1^2 - 1}\right) \quad (2.3)$$

справедливого при условии $2k_*^2 a_1^2 - 1 > 0$. Минимальное значение частоты, удовлетворяющей одновременно соотношениям (2.1) и (2.3), получается при $k^2 a_1^2 \rightarrow 1/2$ и $w_1 / v_s \rightarrow \infty$, где $v_s = (\kappa T_1 / m_2)^{1/2}$ — скорость ионного звука. Оно зависит от скорости дрейфа ионов.



Зависимость $k_* a_1$ от α при различных β

Если $w_2 \ll v_s$, то $\omega_{\min} = 0.6 \omega_2$; если же $w_2 \rightarrow 0.8 v_s$, то $\omega_{\min} \rightarrow 0$.

При учете влияния границ плазмы на колебания в ней, волновое число k_* , соответствующее максимуму инкремента, определяется из соотношения

$$k_* a_1 = \frac{\omega a_1}{w_1} \left(1 + \frac{k_*^2 a_1^2}{2k_*^2 a_1^2 - 1}\right) - \frac{s_1}{w_2} \frac{k_*^2 a_1^2}{k_*^2 a_1^2 - 1} \left[2 + k_*^2 a_1^2 + \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \frac{w_2}{s_2} (1 + k_*^2 a_1^2)\right] \quad (2.4)$$

Как видно из (2.2) и (2.4) при фиксированном давлении газа для установления незатухающей волны с волновым числом $k = k_*$ требуется тем меньшая скорость дрейфа электронов, чем меньше расстояние между электродами. Уменьшение скорости дрейфа электронов, необходимого для установления незатухающей волны при наличии границ плазмы, связано с тем, что потеря энергии волны вследствие затухания частично восполняется за счет энергии волн, отраженных от электродов. С уменьшением расстояния между электродами k_* смещается в сторону меньших k , если параметры плазмы и скорости дрейфа заряженных частиц не изменяются. На фигуре графически представлена зависимость $k_* a_1$ от параметра $\alpha = w_1 / v_s$ при некоторых значениях параметра $\beta = s_1 / \omega_2 l$. Из нее видно, что чем больше β , тем при меньшем α достигается предельное значение $k^2 a_1^2 = 1/2$. В частности, при $\beta = 0.8$ $k^2 a_1^2 \approx 1/2$ уже при $\alpha = 2$. Если при этих значениях α и β взять $w_2 = 0.1 v_s$, что допустимо из-за эффекта перезарядки ионов, то $w = 0.53 \omega_2$, что на $0.1 \omega_2$ меньше значения ω при тех же α и w_2 , но при $\beta = 0$. Следовательно, чем больше β тем ближе вычисленное значение частоты приближается к его значению, определенному на опыте [3]. Точного совпадения теории с экспериментом нельзя ожидать, так как эксперимент [3] проводился с плазмой в газоразрядной трубке, в которой существенное значение имеют боковые границы плазмы, не учитываемые в нашей теории.

3. Рассмотрим теперь случай $\delta \ll 1$. Так как фазовая скорость волн на один-два порядка меньше тепловой скорости электронов, то случай $\delta \ll 1$ возможен только при $n = 1$. Будем рассматривать предельный случай $n = 1$ или $k = k_1$, где

$$k_1 l = \pi \quad (3.1)$$

Ширина приэлектродных слоев порядка дебаевского радиуса электронов. Уравнение (1.1) выведено при предположении, что ширина приэлектродных слоев значительно меньше расстояния между электродами или $a_1 \ll l$. Отсюда и из (3.1) следует, что

$$k_1 a_1 \ll \pi \quad (3.2)$$

Поправочный член B_1 теперь нужно вычислять, пользуясь формулой (1.4) вместо (1.3). Это скажется на частоте колебаний в том, что в формуле (2.1) под корнем войдет добавочный член $3\delta / \sqrt{mkl}$. Учитывая (3.1), (2.2), получим

$$\omega = \frac{\pi a_1 \omega_2}{l \sqrt{1 + \pi^2 a_1^2 / l^2 + 6\omega_2 / \sqrt{2\pi} \omega_1}} \quad (3.3)$$

Так как $\omega_2 / \omega_1 = \sqrt{m/M} \ll 1$, то поправка $6\omega_2 / 2\pi\omega_1$ к единице под квадратным корнем в (3.3) будет не существенной, а значит, поправка B_1 не сказывается заметно на частоте колебаний и при $\delta \ll 1$. Пренебрегая этой поправкой, а также поправкой $\pi^2 a_1^2 / l^2$ к единице под квадратным корнем в (3.3) получим приближенно

$$\omega = \pi a_1 \omega_2 / l \quad (3.4)$$

причем фазовая скорость волн равна скорости ионного звука. Колебания с частотой, обратно пропорциональной расстоянию между электродами, наблюдались в термоэлектронном генераторе [5]. Рассмотрим условие, при котором колебания с частотой (3.4) становятся незатухающими. Затухание волн при $\delta \ll 1$ определяется той же формулой (2.2), только в последнем члене вместо единицы, отдельно стоящей в квадратной скобке, нужно поставить число 5.5. Полагая $\gamma = 0$ и пользуясь (3.1), (3.2), получим условие для установления незатухающих колебаний с $k = \pi / l$ (при $w_2 \ll s_2$)

$$l = l_2 \sqrt{T_1 / T_2} (1.6 + \pi \sqrt{1/2} \pi w_1 / s_1)$$

где l_2 — длина свободного пробега ионов, T_1 и T_2 — температура электронов и ионов. Как видно из (3.5), незатухающие колебания плазмы с волновым числом $k = \pi / l$ и частотой, определяемой из (3.4), возможны при расстоянии между электродами, равном нескольким длинам свободного пробега ионов.

Автор благодарит А. И. Губанова за просмотр рукописи и ценные замечания.

Поступила 9 VI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Гордеев Г. В. Высокочастотные колебания плазмы в плоскостных диодах ПМТФ. 1966, № 5, стр. 50.
2. Гордеев Г. В. Низкочастотные колебания плазмы. Ж. эксперим. и теор. физ. 1954, т. 27, № 1, стр. 18.
3. Недоспасов А. В. Колебания плазмы положительного столба разряда. М. Диссертация, 1964.
4. T o n k s L., L a n g m u i r I. General theory of plasma of an arc. Phys. Rev., 1929, vol. 34, No. 6, p. 876.
5. C o l l w e g R. I., G o t t l i e b M., Oscillations and Saturation Current Measurements in Thermionic Conversion Cells. Z. Appl. Phys., 1961, vol. 32, No. 5, p. 890.

О НЕКОТОРЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПРОЦЕССА ИНДУКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВИЖУЩИХСЯ ПРОВОДЯЩИХ СТЕНОК С ВНЕШНИМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ОБМОТКАМИ ПРИ КОНЕЧНЫХ R_m

В. И. Яковлев (Новосибирск)

В работе рассматривается модельная задача индукционного взаимодействия движущихся ступок проводящей среды с внешними электрическими цепями.

Роль проводящих ступок в рассматриваемой модели выполняют две плоские параллельные между собой твердые стенки конечной толщины с постоянной проводимостью, которые совершают заданные колебательные движения симметрично относительно срединной плоскости. Токи во внешних электрических цепях создают однородное магнитное поле, причем величина этих токов определяется как условиями в самих электрических цепях, так и индукционным воздействием токов в проводящей среде.

Уравнения диффузии магнитного поля внутри проводящей стенки и уравнения Кирггофа для внешних электрических цепей с соответствующими дополнительными условиями при помощи интегральных преобразований приводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которые решаются численным методом. Подсчитаны энергетические характеристики процесса взаимодействия в периодическом режиме работы системы (величина совершаемой движущейся стенкой работы против