

УДК 534.222.2

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ И ВДУВА (ОТСОСА) С НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ НА ВЫНУЖДЕННОЕ КОНВЕКТИВНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ЖИДКОСТИ, НЕ ПОДЧИНЯЮЩЕЙСЯ ЗАКОНУ ДАРСИ

М. А. Седдек

Каирский университет, 11795 Каир, Египет

Представлены результаты исследования влияния магнитного поля и переменной вязкости на вынужденное конвективное двумерное стационарное ламинарное движение жидкости, не подчиняющейся закону Дарси, над пластиной с переменной температурой, помещенной в пористую среду, в условиях вдува (отсоса). Вязкость жидкости обратно пропорциональна температуре. Задача решается численно в предположении малости магнитного числа Рейнольдса. Изучена зависимость профилей скорости и температуры, коэффициентов трения и теплообмена от указанных выше параметров. Показано, что магнитное поле увеличивает напряжение трения на стенке, в то время как интенсивность теплообмена снижается.

Введение. Движение проводящей жидкости в электромагнитном поле встречается в ряде физических процессов. Необходимо отметить класс течений в пограничном слое жидкости, не подчиняющейся закону Дарси, которые имеют важное практическое значение в биомеханике (например, движение крови в альвеолярной оболочке легких), технике (охлаждение поверхностей при испарении) и т. д.

Ранее были предложены идеализированные модели, с помощью которых исследовано влияние отдельных параметров и их совокупности на параметры течения [1–6]. В работе [7] изучалось свободноконвективное течение жидкости с переменной вязкостью и температуропроводностью вдоль вертикальной пластины в присутствии магнитного поля. В большинстве аналитических исследований этой проблемы физические свойства жидкости считались постоянными. Однако известно, что эти свойства, особенно вязкость, зависят от температуры [8]. Для достоверного определения характеристик потока и интенсивности теплообмена необходимо учитывать переменность вязкости.

В настоящей работе рассматривается влияние вдува (отсоса) на вынужденное конвективное движение жидкости, не подчиняющейся закону Дарси, над плоской пластиной с переменной температурой, помещенной в пористую среду. При этом учитывается зависимость вязкости жидкости от температуры и анализируется влияние магнитного поля. Преобразованные нелинейные уравнения в частных производных аппроксимировались обыкновенными дифференциальными уравнениями путем замены производных вдоль пластины “противопоточными” двухточечными разностями. В результате расчетов получены безразмерные профили скоростей и температур, а также значения локального коэффициента трения и числа Нуссельта в широком диапазоне параметров. Необходимо отметить, что настоящая работа расширяет и дополняет исследование [9].

Анализ задачи. Рассмотрим влияние вдува (отсоса) на стационарное двумерное ламинарное вынужденное конвективное течение проводящей и несжимаемой жидкости, не подчиняющейся закону Дарси, над пластиной, помещенной в пористую среду, в присутствии поперечного магнитного поля. Поскольку проводимость (μ), следовательно, магнит-

ное число Рейнольдса) очень мала, принимается, что индуцированное магнитное поле, внешнее электрическое поле и электрическое поле из-за поляризации зарядов незначительны. Свойства жидкости считаются изотропными и постоянными, за исключением вязкости, зависимость которой от температуры принимается в виде (см. [10, 11])

$$1/\mu = (1/\mu_\infty)[1 + \gamma(T - T_\infty)] \quad (1)$$

или

$$1/\mu = \beta(T - T_r), \quad (2)$$

где

$$\beta = \gamma/\mu_\infty, \quad T_r = T_\infty - 1/\gamma.$$

Значения β и T_r постоянны и зависят от выбора реперного состояния и термических свойств жидкости (т. е. от γ). В общем случае $\beta > 0$ для жидкостей и $\beta < 0$ для газов. Скорость U_∞ и температура T_∞ свободного потока однородны.

Основные уравнения записываются в виде

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad (3)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\nu}{k} (u - U_\infty) - \frac{F}{\sqrt{k}} (u^2 - U_\infty^2) - \frac{\sigma B^2}{\rho} u; \quad (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (5)$$

Здесь x, y — координаты вдоль пластины и перпендикулярно ей; u, v — компоненты вектора скорости в направлении x и y соответственно; α, ν — температуропроводность и кинематическая вязкость соответственно; k — проницаемость пористой среды; F — эмпирическая константа в зоне сопротивления второго порядка; T — температура жидкости и пористой среды; μ — динамическая вязкость (переменная); σ — электрическая проводимость; ρ — плотность; B — напряженность магнитного поля.

Граничные условия записываются в виде

$$\begin{aligned} y = 0, \quad x > 0: \quad v = v_w(x) = ax^{-1/2}, \quad u = 0, \quad T = T_w(x) = T_\infty + Ax^\lambda, \\ y \rightarrow \infty: \quad u \rightarrow U_\infty, \quad T \rightarrow T_\infty, \end{aligned} \quad (6)$$

где v_w — массовый поток на стенке; a, A — константы ($A > 0$).

Второй и третий члены в правой части уравнения (4) учитывают соответственно силы сопротивления первого (закон Дарси) и второго порядка.

Вводя переменные

$$\begin{aligned} \eta = (U_\infty x / \nu)^{1/2} (y/x), \quad \psi = (U_\infty \nu x)^{1/2} f(\xi, \eta), \quad \xi = \nu x / (U_\infty k), \\ \theta(\xi, \eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = \frac{T - T_\infty}{Ax^\lambda}, \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \end{aligned} \quad (7)$$

уравнения (4), (5) преобразуем к виду

$$f''' - \frac{\theta' f''}{\theta - \theta_r} - \left(\frac{\theta}{\theta_r} - 1 \right) \left[\frac{f f''}{2} - M f' + \xi(1 - f') + \xi \text{Re}_k (1 - f'^2) \right] = \xi \left(\frac{\theta}{\theta_r} - 1 \right) \left(f'' \frac{\partial f}{\partial \xi} - f' \frac{\partial f'}{\partial \xi} \right); \quad (8)$$

$$\theta'' + \frac{1}{2} \text{Pr} f \theta' - \lambda \text{Pr} f' \theta = \text{Pr} \xi \left(f' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \theta' \right). \quad (9)$$

Граничные условия (6) принимают форму

$$f(\xi, 0) = f_w, \quad f'(\xi, 0) = 0, \quad \theta(\xi, 0) = 1, \quad f'(\xi, \infty) = 1, \quad \theta(\xi, \infty) = 0, \quad (10)$$

где ξ — безразмерная продольная координата; штрих означает дифференцирование по η ; $\text{Pr} = \nu/\alpha$ — число Прандтля; $M = \sigma B^2 x / (\rho U_\infty)$ — магнитный параметр; $\text{Re}_k = U_\infty \sqrt{k} / \nu$ — модифицированное локальное число Рейнольдса; $f_w = -2a / (U_\infty \nu)^{1/2}$ — параметр вдува (отсоса); $\theta_r = (T_r - T_\infty) / (T_w - T_\infty) = -1 / (\gamma(T_w - T_\infty))$ — константа.

Следует отметить, что в случае $\gamma \rightarrow 0$ (т. е. $\mu = \mu_\infty$ — константа) $\theta_r \rightarrow \infty$ и уравнение (8) при $M = 0$ совпадает с приведенным в [9]. Также следует подчеркнуть, что величина θ_r отрицательна для жидкостей и положительна для газов.

В данной задаче наиболее важными параметрами являются коэффициент трения на стенке и число Нуссельта, определяемые соотношениями

$$C_f = 2\tau_w / (\rho U_\infty^2), \quad \text{Nu} = xq_w / (K(T_w - T_\infty)),$$

где $\tau_w = \mu_w (\partial u / \partial y)_{y=0}$; $q_w = -K (\partial T / \partial y)_{y=0} = -KA (U_\infty / \nu)^{1/2} \theta'(\xi, 0) x^{\lambda-0,5}$.

Используя (1), (3), (8) и указанные выше безразмерные параметры, можно записать

$$C_f \text{Re}^{1/2} = (2\theta_r / (\theta_r - 1)) f''(\xi, 0), \quad \text{Nu} \text{Re}^{-1/2} = -\theta'(\xi, 0).$$

Уравнения пограничного слоя (8), (9) совместно с граничными условиями (10) аппроксимировались системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений путем замены производных по ξ двухточечными “противопоточными” конечными разностями. Эти уравнения интегрировались пристрелкой с использованием метода Рунге — Кутты четвертого порядка с шагом 0,01. В таблице представлены значения $f''(\xi, 0)$ и $\theta'(\xi, 0)$ для $\text{Pr} = \text{Re}_k = \xi = 1$, $\lambda = 0$ при различных значениях параметров θ_r , M и f_w . Видно, что с ростом θ_r значения $f''(\xi, 0)$ уменьшаются, а значения $\theta'(\xi, 0)$ увеличиваются. В то же время рост магнитного параметра приводит к увеличению $f''(\xi, 0)$ и уменьшению $\theta'(\xi, 0)$. С увеличением интенсивности вдува уменьшаются значения $f''(\xi, 0)$ и $\theta'(\xi, 0)$, в то время как рост скорости отсоса вызывает обратный эффект.

Результаты и их обсуждение. Результаты вычислений характеристик течения представлены на рис. 1–3 при $\lambda = \text{Pr} = 1$ и различных значениях θ_r , f_w , M , Re_k , ξ .

На рис. 1 показаны профили скорости и температуры для значений $\xi = 0$ (течение жидкости) и $\xi = 100\,000$ (течение Дарси). Как и следовало ожидать, с ростом параметра θ_r значения f' уменьшаются, а значения θ увеличиваются. Из представленных результатов

θ_r	M	f_w	$f''(\xi, 0)$	$\theta'(\xi, 0)$
-2,00	0	0	1,9743	-4,6371
-1,00	0	0	1,9221	-4,5062
-0,10	0	0	1,7592	-4,4241
-0,01	0	-0,3	1,7958	-4,2057
-0,01	0	-0,1	1,8443	-4,0764
-0,01	0	0	1,9125	-3,8653
-0,01	0	0,1	1,9874	-3,5892
-0,01	0	0,3	2,6651	-3,1973
-0,01	0,2	-0,3	1,8834	-4,2165
-0,01	0,2	-0,1	1,9545	-4,1078
-0,01	0,2	0	2,0213	-3,8942
-0,01	0,2	0,1	2,0924	-3,6152
-0,01	0,2	0,3	2,1815	-3,2391

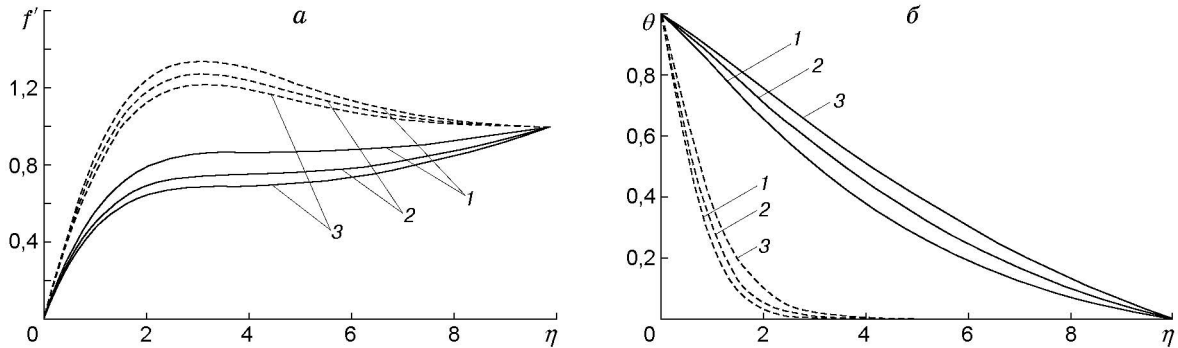


Рис. 1. Профили скорости (а) и температуры (б) при $M = f_w = 0$, $Re_k = 0,01$:
сплошные линии — $\xi = 0$; штриховые — $\xi = 100\,000$; 1 — $\theta_r = -1$; 2 — $\theta_r = -0,1$; 3 —
 $\theta_r = -0,01$

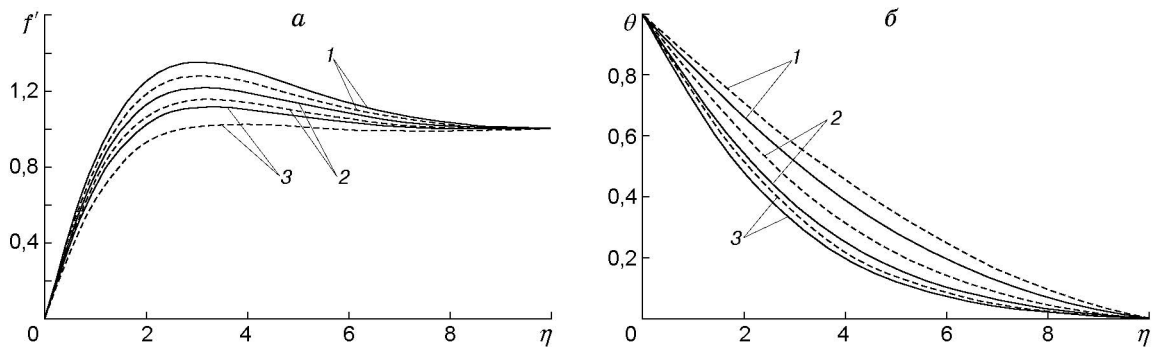


Рис. 2. Профили скорости (а) и температуры (б) при $\theta_r = -2$, $\xi = 0,1$, $Re_k = 0,01$:
сплошные линии — $M = 0$; штриховые — $M = 0,2$; 1 — $f_w = -0,3$; 2 — $f_w = 0$; 3 —
 $f_w = 0,3$

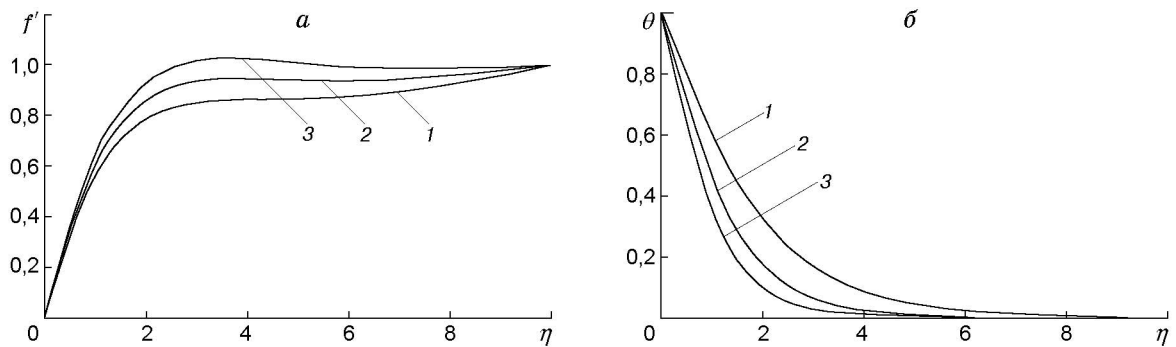


Рис. 3. Профили скорости (а) и температуры (б) при $M = f_w = 0$, $\theta_r = -2$,
 $\xi = 0,1$:
1 — $Re_k = 0$; 2 — $Re_k = 1$; 3 — $Re_k = 2$

следует, что параметр θ_r , характеризующий зависимость вязкости от температуры, существенно влияет на сопротивление и теплообмен, а также на распределение скорости и температуры в пограничном слое над плоской пластиной.

Изменение профилей горизонтальной скорости в пограничном слое в зависимости от параметров M и f_w показано на рис. 2. Видно, что напряженность магнитного поля приводит к уменьшению скорости жидкости, а также толщины пограничного слоя. Скорость увеличивается при вдуве жидкости и уменьшается при отсосе. С ростом напряженности магнитного поля наблюдается увеличение температуры (рис. 2, б). Из рис. 2, б также следует, что отсос жидкости приводит к уменьшению температуры, тогда как вдув — к ее увеличению.

Зависимости профилей скорости и температуры от параметра Re_k приведены на рис. 3. Видно, что с увеличением Re_k скорость возрастает, тогда как температура жидкости падает.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Vasantha R., Nath G., Pop I.** Forced convection along a longitudinal cylinder embedded in a saturated porous medium // Intern. J. Comm. Heat Mass Transfer. 1987. V. 14. P. 639–646.
2. **Nakayama A., Kokudai T., Koyama H.** Non-Darcian boundary layer flow and forced convective heat transfer over a flat plate in a fluid-saturated porous medium // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1990. V. 112. P. 157–162.
3. **Kumari M., Nath G., Pop I.** Non-Darcian effects on forced convection heat transfer over a flat plate in a highly porous medium // Acta Mech. 1990. V. 84. P. 201–207.
4. **Hossain M. A., Banu N., Nakayama A.** Non-Darcy forced convection boundary layer flow over a wedge embedded in a saturated porous medium // Numer. Heat Transfer. 1994. V. A26. P. 399–414.
5. **Bejan A.** Convection heat transfer. N. Y.: Wiley — Intersci., 1995.
6. **Lai F. C., Kulacki F. A.** The influence of lateral mass flux on mixed convection over inclined surfaces in saturated porous media // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1990. V. 112. P. 515–518.
7. **Elbashbeshy E. M. A.** Free convection flow with variable viscosity and thermal diffusivity along a vertical plate in the presence of the magnetic field // Intern. J. Engng Sci. 2000. V. 38. P. 207–213.
8. **Herwig H., Gersten K.** The effect of variable properties on laminar boundary layer flow // Wärm Stoffübertrag. 1986. Bd 20. S. 47–52.
9. **Yih K. A.** Blowing/suction effect on non-Darcy forced convection flow about a flat plate with variable wall temperature in porous media // Acta Mech. 1998. V. 131. P. 255–265.
10. **Lai F. C., Kulacki F. A.** The effect of variable viscosity on convective heat transfer along a vertical surface in a saturated porous medium // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1990. V. 33. P. 1028–1031.
11. **Seddeek M. A.** The effect of variable viscosity on hydromagnetic flow and heat transfer past a continuously moving porous boundary with radiation // Intern. J. Comm. Heat Mass Transfer. 2000. V. 27. P. 1037–1046.

*Поступила в редакцию 30/I 2001 г.,
в окончательном варианте — 5/VII 2001 г.*