УДК 532.546

О ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗОКОНДЕНСАТНОЙ СМЕСИ В ОКРЕСТНОСТИ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА

О. Ю. Динариев, Н. В. Евсеев

Институт физики Земли РАН им. О. Ю. Шмидта, 123995 Москва
E-mail: evseevnick@mail.ru

Рассмотрена задача о течении газоконденсатной смеси вблизи эксплуатационной скважины с трещиной гидроразрыва. В матрице течение полагается трехмерным, на трещине — двумерным. Показано, что для установившегося течения задача расщепляется на физико-химическую (о фазовых переходах) и фильтрационную (об определении поля давлений). Построены численные решения для прямоугольной трещины с конечной и бесконечной проводимостью.

Ключевые слова: газоконденсатная смесь, трещина гидроразрыва, фильтрация, установившееся течение.

Введение. Для газоконденсатных месторождений характерна ситуация, когда при начальных термобарических условиях пластовая углеводородная смесь находится в устойчивом однофазном (газообразном) состоянии. При разработке месторождения давление в пласте понижается, смесь становится термодинамически неустойчивой и появляется жидкая фаза — конденсат (это явление носит название ретроградной конденсации [1, 2]). С точки зрения эффективности разработки месторождения выпадение конденсата является неблагоприятным фактором. Во-первых, переход высших углеводородов в жидкую фазу, как правило, приводит к их необратимым потерям в пласте; во-вторых, появление жидкой фазы приводит к ухудшению транспортных свойств породы и как следствие к уменьшению продуктивности скважин. Для оптимизации системы разработки газоконденсатных месторождений представляет интерес анализ точных решений задачи фильтрации двухфазной многокомпонентной смеси.

Настоящая работа посвящена исследованию фильтрации газоконденсатной смеси в окрестности трещины гидроразрыва. Сформулированы уравнения, описывающие течение газоконденсатной смеси в пористой среде, содержащей проницаемую трещину. Исследованы свойства установившихся течений. Поскольку задача установившейся фильтрации газоконденсатной смеси в одномерном и плоском случаях интегрируется в квадратурах [3–6], свойства точных решений могут быть использованы для интерпретации стационарных исследований газоконденсатных смесей и прогноза продуктивности скважин [7]. Метод решения одномерных и двумерных задач [3–6] обобщается на трехмерный случай. Приведены некоторые численные результаты для задач фильтрации в окрестности трещины гидроразрыва.

1. Основные уравнения. Будем полагать, что M-компонентная газоконденсатная смесь заполняет пористую среду в пространственной области D с кусочно-гладкой границей ∂D; индексы a, b, c, соответствующие порядковым номерам пространственных коор-

Работа выполнена при финансовой поддержке международной компании “Schlumerger Oilfield Services” (код проекта RPO-123).

динат x^a (которые могут не быть декартовыми), принимают значения 1, 2, 3, индексы i, j, k, соответствующие номерам компонентов смеси, принимают значения $1, \ldots, M$. Количество молей i-го компонента смеси в единице объема обозначим через n_i, массу моля i-го компонента — через m_i. Проницаемая трещина, описываемая двумерной поверхностью Γ, проходит через область D. Поверхность Γ полагается гладкой, т. е. возможные эффекты фрактальной размерности [8] не учитываются. Индексы α, β, γ, соответствующие порядковым номерам криволинейных координат ξ^α на поверхности Γ, принимают значения 1, 2. В принятых обозначениях поверхность Γ описывается уравнениями $x^a = X^a(\xi^\alpha)$. По повторяющимся индексам, соответствующим координатам или номерам компонентов, проводится суммирование. Будем использовать следующие обозначения: $g_{ab} = g_{ab}(x^c)$ — ковариантные компоненты метрического тензора в пространстве; $g_{\alpha\beta*} = g_{\alpha\beta*}(\xi^\gamma)$ — ковариантные компоненты метрического тензора на поверхности Γ; $g = \det(g_{ab})$; $g_* = \det(g_{\alpha\beta*})$; $\partial_a = \partial/\partial x^a$; $\partial_{\alpha*} = \partial/\partial\xi^\alpha$; $Z_{,i} = \partial Z/\partial n_i$; ∇_a, $\nabla_{\alpha*}$ — ковариантные производные в пространстве и на поверхности Γ (связность Леви-Чивиты для метрик g_{ab}, $g_{\alpha\beta*}$ соответственно [9]). Заметим, что метрика g_{ab} ($g_{\alpha\beta*}$) может использоваться для поднятия и опускания индексов тензорных полей в области D (на поверхности Γ) [10]. Поскольку рассматриваются только изотермические течения, зависимость параметров от температуры не учитывается.

Пусть $n_{ig} = n_{ig}(t, x^a)$, $n_{ic} = n_{ic}(t, x^a)$ — плотности компонентов газа и конденсата в матрице (измеряемые в молях на единицу объема); $n_{ig*} = n_{ig*}(t, \xi^\alpha)$, $n_{ic*} = n_{ic*}(t, \xi^\alpha)$ — плотности компонентов газа и конденсата в трещине; $s_g = s_g(t, x^a)$, $s_c = s_c(t, x^a)$ — насыщенности газа и конденсата в матрице ($s_g + s_c = 1$); $s_{g*} = s_{g*}(t, \xi^\alpha)$, $s_{c*} = s_{c*}(t, \xi^\alpha)$ — насыщенности газа и конденсата в трещине ($s_{g*} + s_{c*} = 1$).

Для рассматриваемой смеси определена свободная энергия, приходящаяся на единицу объема $f = f(n_i)$ и зависящая от мольных плотностей компонентов n_i. В приложениях к конкрентным задачам функция $f = f(n_i)$ вычисляется с помощью полуэмпирических уравнений состояния [1, 2]. Зная свободную энергию и соотношение Гиббса — Дюгема

$$dp = n_i \, d\varkappa_i, \tag{1}$$

можно рассчитать химический потенциал компонента смеси $\varkappa_i = f_{,i}$ и гидростатическое давление $p = n_i \varkappa_i - f$.

По плотностям компонентов вычисляются химические потенциалы компонентов в газе и конденсате $\varkappa_{ig} = \varkappa_i(n_{jg})$, $\varkappa_{ic} = \varkappa_i(n_{jc})$ и давления в фазах $p_g = p(n_{ig})$, $p_c = p(n_{ic})$ в матрице. Аналогично вычисляются химические потенциалы компонентов в газе и конденсате $\varkappa_{ig*} = \varkappa_i(n_{jg*})$, $\varkappa_{ic*} = \varkappa_i(n_{jc*})$ и давления в фазах $p_{g*} = p(n_{ig*})$, $p_{c*} = p(n_{ic*})$ в трещине. Будем полагать, что в отсутствие капиллярных сил в матрице и трещине выполняются условия локального термодинамического равновесия фаз:

$$\varkappa_{ig} = \varkappa_{ic}, \qquad p_g = p_c; \tag{2}$$

$$\varkappa_{ig*} = \varkappa_{ic*}, \qquad p_{g*} = p_{c*}. \tag{3}$$

Будем также полагать, что пористая среда однородна и изотропна, коэффициент пористости m не зависит от давления, величина раскрытия трещины задана как гладкое поле на поверхности Γ: $h_* = h_*(\xi^\alpha)$, а среда, заполняющая трещину, характеризуется собственным постоянным коэффициентом пористости m_*. Тогда выражение для полной свободной энергии смеси можно записать в виде

$$F = m \int_D \big(s_g f(n_{ig}) + s_c f(n_{ic}) + (s_g n_{ig} + s_c n_{ic}) m_i \varphi\big) g \, dx^1 \, dx^2 \, dx^3 + \\ + m_* \int_\Gamma \big(s_{g*} f(n_{ig*}) + s_{c*} f(n_{ic*}) + (s_{g*} n_{ig*} + s_{c*} n_{ic*}) m_i \varphi\big) h_* g_* \, d\xi^1 \, d\xi^2, \tag{4}$$

где $\varphi = \varphi(x^a)$ — гравитационный потенциал.

При фильтрации газоконденсатной смеси должны выполняться условия локального сохранения компонентов в матрице

$$m\,\partial_t(s_g n_{ig} + s_c n_{ic}) + \nabla_a I_i^a = 0 \tag{5}$$

и в трещине

$$m_* h_*\,\partial_t(s_{g*} n_{ig*} + s_{c*} n_{ic*}) + \nabla_{\alpha*} I_{i*}^\alpha + [I_i^a l_a] = 0. \tag{6}$$

Здесь I_i^a, I_{i*}^α — потоки i-го компонента в матрице и трещине; l_a — единичная нормаль к поверхности Γ; квадратные скобки обозначают скачок величины. При этом скачок вычисляется как разность значений параметра в направлении вектора l_a и значением этого параметра в противоположном направлении.

Предположим, что граница $\partial\Gamma$ поверхности Γ представляет собой кусочно-гладкую кривую. Пусть k^α — единичная внутренняя нормаль к $\partial\Gamma$ в геометрии поверхности Γ, ds — мера на $\partial\Gamma$, $\gamma_1 = \partial\Gamma \cap \partial D$ — пересечение поверхности трещины с границей рассматриваемой пространственной области D, $\gamma_2 = \partial\Gamma - \gamma_1$ — часть границы трещины, расположенная внутри области D. Предположим также, что на кривой γ_2 внутренние потоки I_{i*}^α обращаются в нуль.

Используя динамические уравнения (5), (6), условия фазового равновесия (2), (3) и принятые предположения, вычислим производную по времени от полной свободной энергии смеси (4):

$$\begin{gathered}\frac{dF}{dt} = \Sigma_1 + \Sigma_2,\\ \Sigma_1 = \int\limits_{\partial D} K^a I_i^a(\varkappa_i + m_i\varphi)\,dA + \int\limits_{\gamma_1} k_\alpha I_{i*}^\alpha(\varkappa_{i*} + m_i\varphi)\,ds;\end{gathered} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\Sigma_2 = \int\limits_D I_i^a \partial_a(\varkappa_i + m_i\varphi) g\,dx^1\,dx^2\,dx^3 &+ \\ + \int\limits_\Gamma \big(I_{i*}^\alpha \partial_{\alpha*}(\varkappa_i + m_i\varphi) + (\varkappa_i - \varkappa_{i*})[I_i^a l_a]\big) g_*\,d\xi^1\,d\xi^2&\end{aligned} \tag{8}$$

(K^a — единичная внутренняя нормаль к поверхности ∂D). В (7) слагаемое Σ_1 описывает изменение свободной энергии за счет потока через границу области, слагаемое Σ_2 — изменение свободной энергии за счет процессов внутри области. Для изотермических процессов аналогом известного условия неотрицательности производства энтропии является неравенство

$$\Sigma_2 \leqslant 0. \tag{9}$$

Для потоков примем предположение о переносе компонентов вследствие течения фаз в порах:

$$I_i^a = n_{ig} u_g^a + n_{ic} u_c^a; \tag{10}$$

$$I_{i*}^\alpha = h_*(n_{ig*} u_{g*}^\alpha + n_{ic*} u_{c*}^\alpha). \tag{11}$$

Здесь u_g^a, u_c^a — скорости фильтрации газа и конденсата в матрице; u_{g*}^α, u_{c*}^α — скорости фильтрации газа и конденсата в трещине. Кроме того, примем условие равенства химических потенциалов в трещине и матрице:

$$\varkappa_{i*} = \varkappa_i\big|_\Gamma. \tag{12}$$

Из соотношения (12) следует, что плотности компонентов в фазах и давления для смеси в матрице и трещине совпадают:

$$n_{ig*} = n_{ig}\big|_\Gamma, \qquad n_{ic*} = n_{ic}\big|_\Gamma, \qquad p_* = p\big|_\Gamma. \tag{13}$$

Однако в общем случае значения насыщенности в трещине и матрице могут различаться:

$$s_{g*} \neq s_g\big|_{\Gamma}.$$

Используя соотношения (1), (10), (11), (13), выражение (8) преобразуем к виду

$$\Sigma_2 = \int\limits_D \big(u_g^a(\partial_a p + \rho_g \partial_a \varphi) + u_c^a(\partial_a p + \rho_c \partial_a \varphi)\big) g\, dx^1\, dx^2\, dx^3 +$$

$$+ \int\limits_\Gamma \big(u_{g*}^\alpha(\partial_{\alpha*} p + \rho_g \partial_{\alpha*} \varphi) + u_{c*}^\alpha(\partial_{\alpha*} p + \rho_c \partial_{\alpha*} \varphi)\big) g_*\, d\xi^1\, d\xi^2, \quad (14)$$

где $\rho_g = m_i n_{ig}$, $\rho_c = m_i n_{ic}$ — массовые плотности газа и конденсата соответственно.

Из (14) следует, что для выполнения неравенства (9) достаточно, чтобы для фаз в матрице и трещине был справедлив закон Дарси:

$$u_g^a = -k f_g \mu_g^{-1} g^{ab}(\partial_b p + \rho_g \partial_b \varphi); \quad (15)$$

$$u_c^a = -k f_c \mu_c^{-1} g^{ab}(\partial_b p + \rho_c \partial_b \varphi); \quad (16)$$

$$u_{g*}^\alpha = -k_* f_{g*} \mu_g^{-1} g^{\alpha\beta}(\partial_{\beta*} p + \rho_g \partial_{\beta*} \varphi); \quad (17)$$

$$u_{c*}^\alpha = -k_* f_{c*} \mu_c^{-1} g^{\alpha\beta}(\partial_{\beta*} p + \rho_c \partial_{\beta*} \varphi). \quad (18)$$

Здесь k, k_* — коэффициенты абсолютной проницаемости матрицы и трещины; f_g, f_c — коэффициенты относительных фазовых проницаемостей газа и конденсата в матрице; f_{g*}, f_{c*} — коэффициенты относительных фазовых проницаемостей в трещине. Полагается, что относительные фазовые проницаемости заданы как функции насыщенности конденсата. В соответствии с предположением об однородности пористой среды абсолютная проницаемость матрицы k не зависит от координат. Однако абсолютная проницаемость среды, заполняющей трещину, в общем случае представляет собой функцию на поверхности Γ: $k_* = k_*(\xi^\alpha)$.

Соотношения (2), (10), (11), (13), (15)–(18) замыкают динамическую задачу (5), (6). При этом возможны различные физически содержательные постановки задачи, различающиеся геометрией области D и поверхности Γ, а также граничными и начальными условиями.

Следует отметить, что соотношения (12), (15)–(18) не являются единственно возможным набором соотношений, замыкающих задачу и совместимых с условием (9). Например, существуют усложненные фильтрационные модели, в которых скорости фильтрации нелинейно зависят от градиента давления. Модель, предложенная в данном пункте, является наиболее простой с точки зрения аналитического вида определяющих соотношений, при этом она соответствует большому количеству лабораторных и натурных наблюдений.

2. Аналитические свойства стационарных решений. Исследуем стационарные решения задачи, соответствующие установившимся фильтрационным течениям газоконденсатной смеси. В этом случае уравнения сохранения компонентов (5), (6) сводятся к условиям

$$\nabla_a I_i^a = 0; \quad (19)$$

$$\nabla_{\alpha*} I_{i*}^\alpha + [I_i^a l_a] = 0. \quad (20)$$

Будем полагать, что поверхность Γ лежит внутри области D, двумерная граница ∂D области D распадается на кусочно-гладкие поверхности S_1 и S_2. На поверхности S_1 задано постоянное давление p_r, соответствующее давлению в пласте, на поверхности S_2 —

условие потока через эту поверхность. Поскольку поверхность Γ описывает трещину гидроразрыва, она должна быть геометрически связана с эксплуатационной скважиной. В рассматриваемой постановке траектория ствола скважины описывается некоторой кривой L на поверхности Γ. Примем, что на кривой L задано постоянное давление p_w, соответствующее давлению на забое. Гравитационными силами будем пренебрегать.

Для анализа уравнения (19) удобно выбрать такую систему координат в пространстве, чтобы выполнялись условия $x^1 = p$, $g_{1\alpha} = 0$ и на трещине координаты x^2, x^3 совпадали с внутренними координатами поверхности Γ: $x^2 = \xi^1$, $x^3 = \xi^2$. Такую систему координат можно определить, положив координаты x^2, x^3 постоянными вдоль линий тока (т. е. вдоль линий поля градиента давления). Однако при вычислениях необходимо учитывать, что отображение области D на соответствующую область в координатах p, ξ^α является двулистным, так как при одних и тех же значениях параметров ξ^1, ξ^2 линия тока может подходить к трещине с двух сторон.

В выбранной системе координат трещина описывается уравнением вида $p = p_*(\xi^\alpha)$, граница области ∂D — уравнением $p = p_r$, скважина L — уравнением $p = p_w$, метрическая форма в пространстве по определению имеет вид

$$ds^2 = P^2\,dp^2 + \sigma_{\alpha\beta}\,d\xi^\alpha\,d\xi^\beta. \tag{21}$$

При этом метрическая форма на трещине Γ рассчитывается по формуле

$$g_{\alpha\beta*} = P^2\,\partial_{\alpha*}p_*\,\partial_{\beta*}p_* + \sigma_{\alpha\beta}.$$

Используя метрику (21), систему уравнений (19) в выбранной системе координат можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial p}\Big(\frac{\sigma^{1/2}}{P}\,k(B_g c_{ig} + B_c c_{ic})\Big) = 0,$$

$$B_g = f_g\mu_g^{-1}n_g, \quad B_c = f_c\mu_c^{-1}n_c, \quad n_g = \sum_{i=1}^{M} n_{ig}, \quad n_c = \sum_{i=1}^{M} n_{ic}, \tag{22}$$

$$c_{ig} = n_{ig}/n_g, \qquad c_{ic} = n_{ic}/n_c, \qquad \sigma = \det(\sigma_{\alpha\beta}).$$

Система уравнений (22) имеет M первых интегралов

$$\sigma^{1/2}k(B_g c_{ig} + B_c c_{ic})/P = q_i(\xi^\alpha). \tag{23}$$

Правые части этих уравнений представляют собой потоки компонентов, поступающие в рассматриваемую область D через границу области ∂D. В случае, когда давление в пласте p_r выше давления насыщения p_D или равно ему, на границе ∂D конденсат отсутствует ($B_c = 0$) и правые части пропорциональны концентрации газа c_{i0}:

$$q_i = c_{i0}q(\xi^\alpha). \tag{24}$$

Если давление в пласте ниже давления насыщения p_D и, следовательно, на границе ∂D имеется конденсат, соотношения (24) будем полагать выполненными, однако при этом набор концентраций c_{i0} интерпретируется как состав подвижной части пластовой смеси.

Полный поток, поступающий к скважине, вычисляется как интеграл по границе ∂D от плотности потока:

$$Q = \int\limits_{\partial D} P^{-1}k(B_g + B_c)\sigma^{1/2}\,d\xi^1\,d\xi^2 = \int\limits_{\partial D} q(\xi^\alpha)\,d\xi^1\,d\xi^2.$$

Используя соотношение (24), набор интегралов (23) приведем к виду

$$\begin{gathered} A_g c_{ig} + A_c c_{ic} = c_{i0}, \\ A_g = \sigma^{1/2}P^{-1}q^{-1}kB_g, \qquad A_c = \sigma^{1/2}P^{-1}q^{-1}kB_c. \end{gathered} \tag{25}$$

Соотношения (25) представляют собой балансовые соотношения при распаде смеси с концентрацией c_{i0} на газ и конденсат с концентрациями c_{ig} и c_{ic} соответственно. Таким образом, справедливо представление

$$A_g = 1 - W, \qquad A_c = W, \tag{26}$$

где функцию $W = W(p)$, представляющую собой мольную долю конденсата в смеси со средней концентрацией c_{i0}, независимо от задачи фильтрации можно определить из эксперимента либо расчетным путем с использованием одного из полуэмпирических уравнений состояния [1, 2]. Аналогично как функции давления p можно найти все характеристики газа и конденсата c_{ig}, c_{ic}, n_g, n_c, μ_g, μ_c.

Из соотношений (26) следует равенство, не содержащее метрических коэффициентов:

$$f_c/f_g = W\mu_c n_g (1-W)^{-1}\mu_g^{-1}n_c^{-1}. \tag{27}$$

В правой части этого равенства содержится функция давления p, в левой части — функция насыщенности конденсата в матрице s_c. Таким образом, соотношение (27) можно интерпретировать как уравнение, определяющее зависимость насыщенности s_c от давления p.

Из сказанного выше следует, что до решения собственно фильтрационной задачи, из которой следует распределение параметров смеси в пространстве, можно получить зависимости $B_g = B_g(p)$, $B_c = B_c(p)$. Вводя обозначение $\Phi = \Phi(p) = B_g(p) + B_c(p)$, из (19) нетрудно получить эллиптическое уравнение для давления в матрице:

$$0 = k^{-1}\sum_{i=1}^{M}\nabla_a I_i^a = g^{ab}\nabla_a(\Phi(p)\nabla_b p). \tag{28}$$

Используя результаты, полученные для потоков компонентов в матрице, систему уравнений (20) преобразуем следующим образом:

$$\begin{gathered} g_*^{\alpha\beta}k^{-1}\nabla_{\alpha *}(k_* h_*(B_{g*}c_{ig} + B_{c*}c_{ic})\nabla_{\beta *}p) = -\Phi c_{i0}[l^a\partial_a p], \\ B_{g*} = f_{g*}\mu_g^{-1}n_g, \qquad B_{c*} = f_{c*}\mu_c^{-1}n_c. \end{gathered} \tag{29}$$

Правая часть системы (29) пропорциональна постоянному вектору c_{i0}, поэтому можно искать такое решение задачи, в котором выражение под знаком производной в левой части системы, зависящее от номера химического компонента, также пропорционально вектору c_{i0}. При этом аналогично (25) получаем балансовые соотношения

$$\begin{gathered} A_{g*}c_{ig} + A_{c*}c_{ic} = c_{i0}, \\ A_{g*} = \Phi_*^{-1}B_{g*}, \qquad A_{c*} = \Phi_*^{-1}B_{c*}, \qquad \Phi_* = B_{g*} + B_{c*}. \end{gathered}$$

Аналогично (26) справедливы соотношения $A_{g*} = 1 - W$, $A_{c*} = W$. Следовательно, для определения зависимости насыщенности конденсата в трещине s_{c*} от давления p имеет место аналог уравнения (27)

$$f_{c*}/f_{g*} = W\mu_c n_g(1-W)^{-1}\mu_g^{-1}n_c^{-1}.$$

Таким образом, величина Φ_* определена как функция давления p. Суммируя уравнения (29) по номерам компонентов, получаем дифференциальное соотношение для давления p на поверхности Γ, являющееся внутренним граничным условием для задачи (28):

$$g_*^{\alpha\beta}k^{-1}\nabla_{\alpha *}(k_* h_* \Phi_* \nabla_{\beta *}p) + \Phi[l^a\partial_a p] = 0. \tag{30}$$

В соответствии с изложенным выше помимо условия (30) на давление p налагаются граничные условия

$$p\big|_{S_1} = p_r, \qquad \lambda^a\,\partial_a p\big|_{S_2} = 0; \tag{31}$$

$$p\big|_L = p_w, \tag{32}$$

где λ^a — нормаль к поверхности S_2.

В частном случае, когда проводимость трещины достаточно высока ($k_*/k \to +\infty$), задача сводится к уравнению (28), граничным условиям (31) и дополнительному граничному условию

$$p\big|_\Gamma = p_w,$$

заменяющему условия (30), (32).

Таким образом, задача фильтрации газоконденсатной смеси в окрестности трещины гидроразрыва сводится к нелинейному эллиптическому уравнению с граничными условиями, включающими нелинейный эллиптический оператор на трещине (см. (30)). В общем случае эта задача может быть решена только численными методами. Тем не менее полученная задача на давление значительно проще исходной задачи (19), (20), содержащей неизвестные концентрации фаз и насыщенности. Следует отметить, что уравнения (28), (30) записаны в инвариантной форме, не зависящей от используемых систем координат в пространстве и на поверхности Γ, хотя при выводе этих уравнений рассматривалась конкретная система координат (см. (21)).

3. Некоторые численные решения задачи. В постановке, изложенной в п. **2**, задача фильтрации решалась численно для смеси, состав которой соответствует составу смеси, добываемой на объекте № 2 Карачаганакского нефтегазоконденсатного месторождения (Республика Казахстан). Мольный состав смеси следующий: $c_{\mathrm{N_2}} = 0{,}0103$, $c_{\mathrm{CO_2}} = 0{,}0462$, $c_{\mathrm{H_2S}} = 0{,}0432$, $c_{\mathrm{CH_4}} = 0{,}6269$, $c_{\mathrm{C_2H_6}} = 0{,}0822$, $c_{\mathrm{C_3H_8}} = 0{,}0308$, $c_{n\mathrm{C_4H_{10}}} = 0{,}0062$, $c_{i\mathrm{C_4H_{10}}} = 0{,}0103$, $c_{\mathrm{C_5}} = 0{,}0285$, $c_{\mathrm{C_6}} = 0{,}0149$, $c_{\mathrm{C_{7+}}} = 0{,}1005$.

Принятое давление в пласте $p_r = 53{,}5$ МПа близко к давлению насыщения 53,0 МПа, давление на забое $p_w = 41{,}5$ МПа. Расчет термодинамических характеристик и фазовых переходов осуществлялся по уравнению состояния Пенга — Робинсона [1, 2]. Вязкости газа и конденсата принимались постоянными: $\mu_g = 2{,}3 \cdot 10^{-5}$ Па $\cdot$ с, $\mu_c = 4{,}9 \cdot 10^{-4}$ Па $\cdot$ с.

Численное моделирование выполнялось для прямоугольной плоской трещины различной длины при фиксированных размерах расчетной области (рис. 1). Верхняя и нижняя грани расчетной области полагались непроницаемыми, давление на боковых гранях — равным давлению в пласте. Результаты получены для совершенной трещины (с бесконечной проводимостью k_*h_*) и несовершенной трещины (с конечной проводимостью k_*h_*). Для несовершенной трещины принимались два значения проводимости: 400 Д $\cdot$ мм, 1000 Д $\cdot$ мм, проницаемость матрицы полагалась равной 1 мД. Использовалась конечно-разностная сетка, включающая трехмерную расчетную область с размерами $800 \times 200 \times 22$ м, разбитую

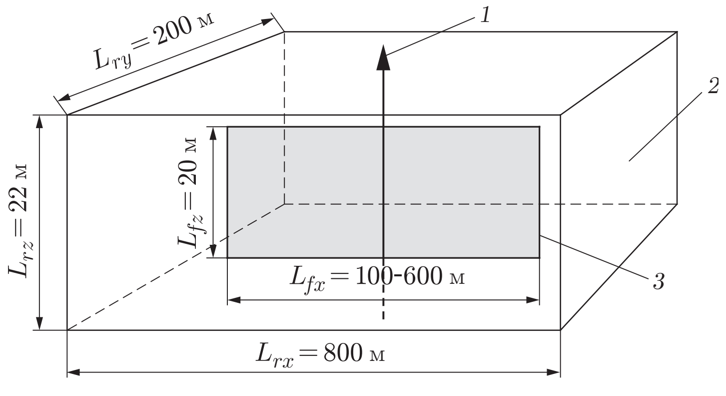

Рис. 1. Геометрия расчетной области и трещины:
1 — скважина; *2* — расчетная область; *3* — трещина

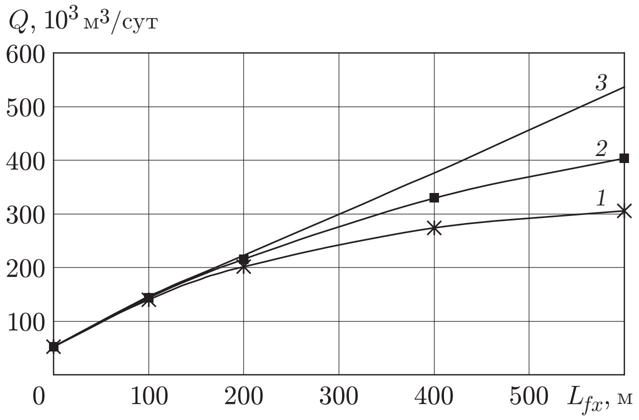

Рис. 2. Зависимость дебита газа от длины трещины L_{fx}:
1 — $k_* h_* = 400$ Д·мм, *2* — $k_* h_* = 1000$ Д·мм, *3* — $k_* h_* = \infty$

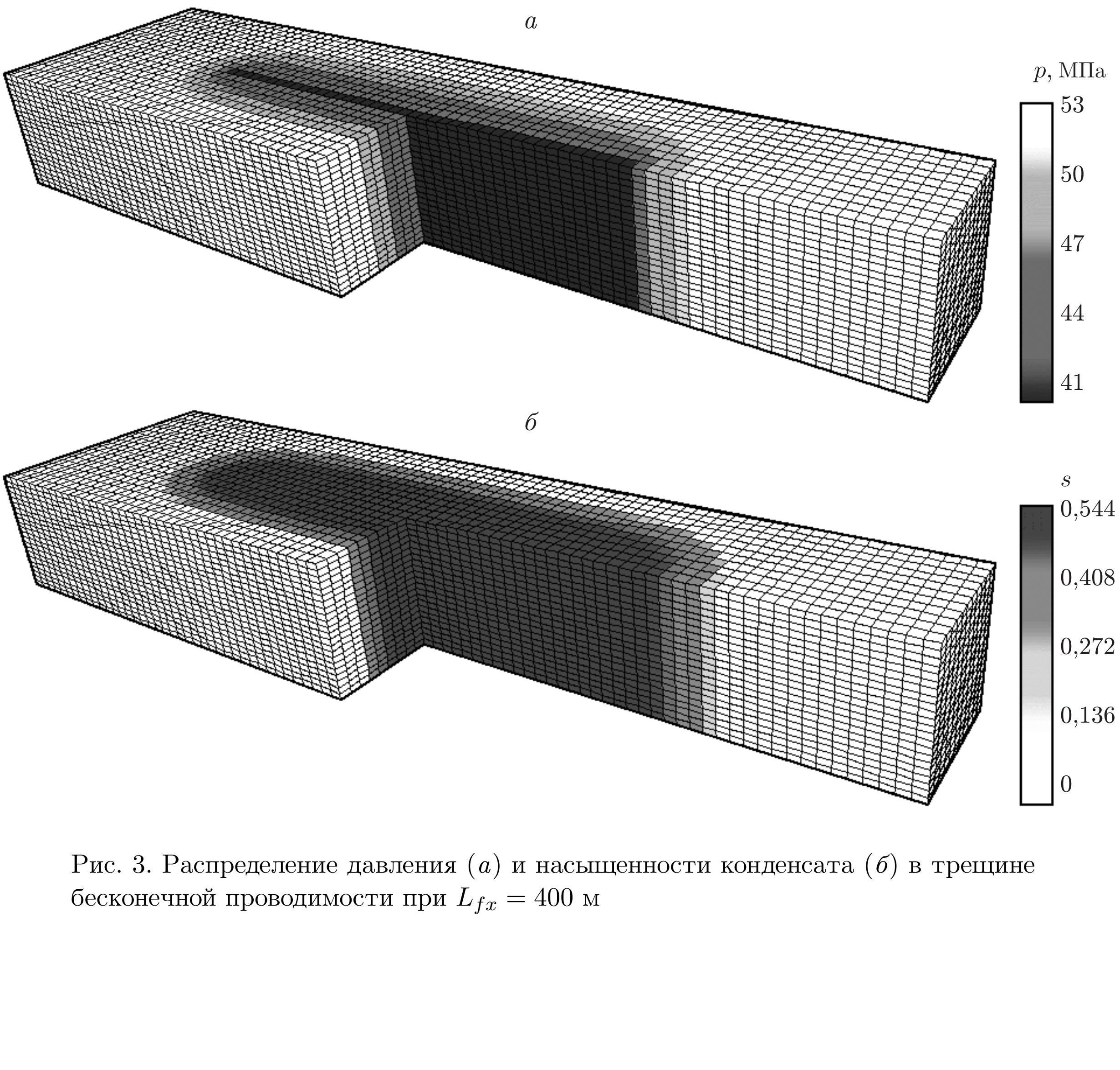

Рис. 3. Распределение давления (*а*) и насыщенности конденсата (*б*) в трещине бесконечной проводимости при $L_{fx} = 400$ м

на $80 \times 20 \times 22$ ячеек, и двумерную трещину с размерами $(100 \div 600) \times 20$ м, разбитую на $(10 \div 60) \times 20$ ячеек.

В расчетах использовались следующие зависимости относительных фазовых проницаемостей от давления:

$$f_g = (s_g - s_{g1})^a/(1 - s_{g1})^a, \qquad f_c = (s_c - s_{c1})^b/(1 - s_{c1})^b.$$

Здесь s_{g1}, s_{c1} — пороги подвижности для газа и конденсата соответственно. Использовались различные относительные фазовые проницаемости:

— в матрице $a = 2$, $b = 3$, $s_{g1} = 0{,}08$, $s_{c1} = 0{,}12$;

— на трещине $a = 2$, $b = 2$, $s_{g1} = 0$, $s_{c1} = 0$.

Результаты расчетов представлены на рис. 2. Видно, что зависимости дебита скважины от длины трещины являются монотонно возрастающими. Для несовершенной трещины кривые выходят на асимптоту, и начиная с определенной длины увеличение трещины не приводит к существенному росту дебита. Таким образом, при заданной проводимости возможен выбор оптимальной длины трещины. Для совершенной трещины дебит в зависимости от длины возрастает практически линейно.

На рис. 3 показано распределение давления и насыщенности конденсата. Видно, что вблизи трещины образуется конденсатный вал со значительным градиентом давления в этой области.

Заключение. Построенная модель фильтрации газоконденсатной смеси в окрестности трещины гидроразрыва позволяет эффективно прогнозировать продуктивность скважины и распределение параметров смеси в матрице и трещине, что может быть использовано при проектировании гидроразрыва.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гуревич Г. Р.** Справочное пособие по расчету фазового состояния и свойств газоконденсатных смесей / Г. Р. Гуревич, А. И. Брусиловский. М.: Недра, 1984.
2. **Баталин О. Ю.** Фазовые равновесия в системах природных углеводородов / О. Ю. Баталин, А. И. Брусиловский. М.: Недра, 1992.
3. **Динариев О. Ю.** Ретроградная конденсация при стационарной радиальной фильтрации // Инж.-физ. журн. 1994. Т. 67, № 1/2. С. 98–102.
4. **Динариев О. Ю.** Многокомпонентные стационарные фильтрационные течения с фазовыми переходами // Прикл. математика и механика. 1994. Т. 58, вып. 6. С. 78–85.
5. **Бабейко А. Ю., Динариев О. Ю.** Моделирование ретроградной конденсации при стационарной радиальной фильтрации // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 6. С. 92–97.
6. **Динариев О. Ю.** Некоторые решения плоской стационарной задачи фильтрации для газоконденсатной смеси // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 2. С. 125–131.
7. **Динариев О. Ю.** Об интерпретации стационарных скважинных исследований для газоконденсатных месторождений // Инж.-физ. журн. 1997. Т. 70, № 3. С. 375–379.
8. **Мандельброт Б.** Фрактальная геометрия природы. М.: Ин-т компьют. исслед., 2002.
9. **Громол Д.** Риманова геометрия в целом / Д. Громол, В. Клингенберг, В. Мейер. М.: Мир, 1971.
10. **Сокольников И. С.** Тензорный анализ. М.: Наука, 1971.

Поступила в редакцию 8/VI 2007 г.