

УДК 532.526

## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА КРЫЛЕ МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ\***

**В.В. КОЗЛОВ<sup>1</sup>, И.Д. ЗВЕРКОВ<sup>1</sup>, Б.Ю. ЗАНИН<sup>1</sup>, А.В. ДОВГАЛЬ<sup>1</sup> В.Я. РУДЯК<sup>2,3</sup>,  
Е.Г. БОРД<sup>2</sup>, Д.Ф. КРАНЧЕВ<sup>2,3</sup>**

<sup>1</sup>*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный архитектурно-строительный  
университет*

<sup>3</sup>*Новосибирский государственный технический университет*

Исследован процесс перехода от ламинарного режима течения к турбулентному в пограничном слое крыла малого удлинения. Выполнены эксперименты, в которых определена структура течения, его средние во времени и пульсационные характеристики. Проведен анализ линейной устойчивости изменений профилей скорости ламинарного течения. Результаты расчетов, полученные в приближении локальной параллельности потока, хорошо предсказывают развитие возмущений на начальной стадии перехода к турбулентности.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Аэродинамические характеристики крыльев, используемых при низких числах Рейнольдса, в большой мере определяются двумя возможными взаимосвязанными явлениями: отрывом потока и ламинарно-турбулентным переходом в пристенной зоне течения. Отрыв ламинарного пограничного слоя, как правило, сопровождается его турбулизацией. Последующее присоединение потока к поверхности крыла приводит к образованию местной отрывной зоны (отрывного пузыря), располагающейся в средней части крыла или вблизи его передней кромки. Ключевую роль в формировании подобных течений играет переход к турбулентности, завершающийся в пределах области отрыва.

Обзор экспериментальных результатов, относящихся к исследованию образования местной отрывной зоны в окрестности передней кромки стреловидного и прямого профиля при дозвуковом и сверхзвуковом обтекании, содержится в [1, гл. IX]. Приводятся различные эмпирические критерии для формпараметра, коэффициента восстановления давления, полного давления, позволяющие определить положение точек ламинарного отрыва и последующего присоединения потока на профиле. Последовательное изучение и классификация отрывных пузырей на основании экспериментальных данных, по-видимому, впервые представлены в [2].

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке программы Минобрнауки РФ “Развитие научного потенциала высшей школы”, 2006–2008 гг. (код проекта РНП 2.1.1.471) и РФФИ (грант № 03-01-06145).

В этой работе также используются критерии, построенные по формпараметру и коэффициенту восстановления давления для определения положения ламинарного отрыва и присоединения течения. В работе [3] численно исследуется течение в отрывной зоне в среднем положении хорды относительно тонкого профиля крыла. В работе [4] модифицируется интегральное уравнение импульсов Кармана, при этом используются различные представления течения в отрывной зоне и в области присоединенного течения. В результате авторы приходят к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для формпараметра и толщины пограничного слоя, которая интегрируется с использованием корреляционной зависимости локального числа Рейнольдса в положении отрыва от максимальной толщины отрывной зоны. В работе [5] предложена полуэмпирическая модель развития течения, вызванного появлением местной отрывной зоны, допускающая продолжение ее в область присоединенного турбулизованного течения.

Следующим шагом в моделировании задач обтекания крыла явилось применение линейной теории гидродинамической устойчивости для расчета развития малых возмущений ламинарного течения. В этом случае положение перехода к турбулентности за точкой отрыва определяется по “ $e^N$ -методу”, предложенному для пограничного слоя в работах [9, 10]. Такой подход к определению характеристик отрывных течений, возникающих в различных условиях, включая обтекание аэродинамических профилей и крыльев, использован рядом авторов [11–15]. В его основе лежит возможность применения линейной теории устойчивости для описания начальной стадии развития волновых возмущений в локальных областях отрыва ламинарного потока, установленная в итоге многочисленных исследований последнего времени (см. ссылки на оригинальные работы в [16, 17]). Сопоставление экспериментальных, теоретических и численных результатов указывает на то, что в двумерных течениях основные характеристики малых колебаний, нарастающих за точкой отрыва, удовлетворительно предсказываются теорией устойчивости в приближении параллельности потока.

В настоящей работе экспериментально и теоретически изучается неустойчивость течения по оси симметрии модели крыла в рамках двумерной локально-параллельной теории устойчивости.

## 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

### 1.1. Методика экспериментов

Эксперименты проводились в дозвуковых аэродинамических трубах ИТПМ СО РАН. Исследовалось обтекание модели прямоугольного крыла, имеющей удлинение (отношение размаха к хорде), равное 1, и формирующий профиль ЦАГИ Р-III-12. Хорда профиля  $c$  равнялась 195 мм, относительная толщина — 12 % от хорды. Эксперименты проведены при нулевом угле атаки модели, скорость потока составляла 12 м/с. Число Рейнольдса, рассчитанное по хорде модели, равнялось  $Re = 1,7 \cdot 10^5$ .

В экспериментах использовались два метода исследований — визуализация “саже-масляными” покрытиями и термоанемометрические измерения. С помощью визуализации были получены пространственные картины течения на поверхности крыла, для чего использовалась смесь порошка двуокиси титана и керосина. Разведенный до необходимой концентрации состав кистью наносился на поверхность модели. Модель находилась в потоке до тех пор, пока на поверхности крыла полностью не формировалась картина течения, которая затем фотографировалась.

Визуализация поля течения осуществлялась в малой аэродинамической трубе МТ-324 с открытой рабочей частью и в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-324 с закрытой рабочей частью.

С помощью термоанемометрических измерений получены профили скорости течения на поверхности модели и данные о развитии возмущений в пограничном слое. Эксперименты с термометрическими измерениями проведены в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-324. Для термоанемометрических исследований был разработан специальный автоматизированный измерительный комплекс, позволявший в автоматическом режиме проводить измерения в большом количестве точек без вмешательства экспериментатора.

## 1.2. Результаты экспериментов

Полученная в результате визуализации картина течения на верхней поверхности модели и ее качественная схематизация представлены на рис. 1, поток здесь направлен сверху вниз. Визуализация течения (см. рис. 1, *a*) свидетельствует об образовании над крылом отрывного пузыря, передняя граница которого находится на расстоянии, равном 28 % хорды. Как известно, над отрывным пузырем поток турбулизуется и снова присоединяется к поверхности [16]. Как показывает “саже-масляная” визуализация, позади пузыря, на его задней границе, образуется трехмерная вихревая структура в виде пары крупномасштабных противоположно вращающихся вихрей.

Далее были проведены термоанемометрические измерения развития возмущений вдоль хорды по оси симметрии модели. Как показала кривая нарастания пульсаций (рис. 2, кривая 1), ламинарно-турбулентный переход начинается в предотрывной области и активно развивается над отрывным пузырем. По спектру частот (рис. 3) видно, что на начальном этапе развития возмущений появляется пакет волн со средней частотой порядка 800 Гц, затем наблюдается рост основной частоты и кратных ей гармоник, после чего вниз по потоку течение турбулизуется и спектр возмущений становится практически сплошным.

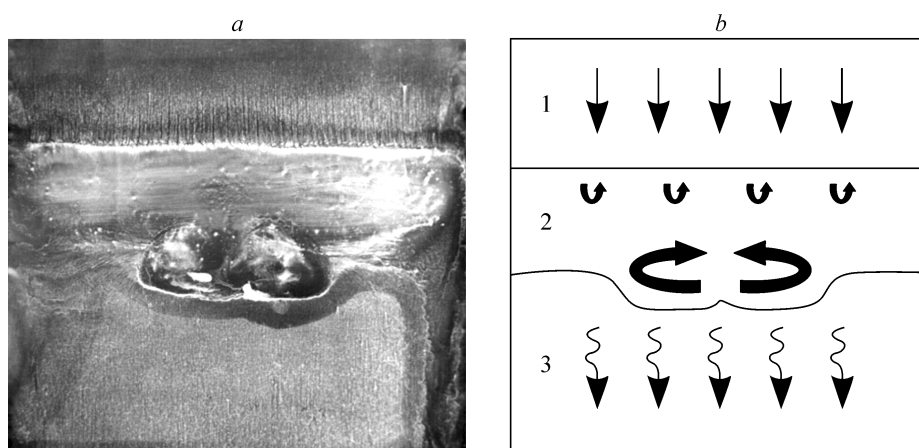


Рис. 1. *a* — Визуализация течения над прямым крылом. Угол атаки  $\alpha = 0^\circ$ , скорость набегающего потока  $V_\infty = 12$  м/с,  $Re = 1,7 \cdot 10^5$ , *b* — схематизация областей течения: ламинарного (1), отрывного пузыря (2), турбулентного (3).

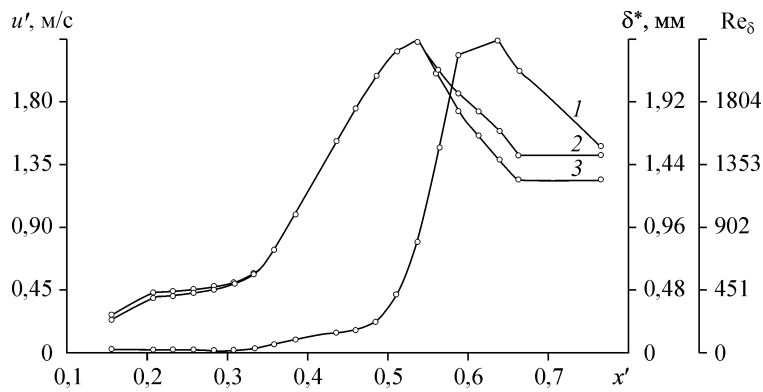


Рис. 2. Кривая нарастания пульсаций (1), толщина вытеснения (2), местное число Рейнольдса (3).

В эксперименте измерялись профили средней скорости течения над крылом. Вид измеренных профилей скорости, нормированных на максимальное значение скорости в данном сечении для разных точек вдоль хорды крыла  $x' = x/c$ , показан на рис. 4. Профили средней скорости значительно трансформируются вниз по хорде. В передней части модели это ламинарные наполненные профили, ниже по потоку у них появляется точка перегиба. Далее вниз по потоку в начале области отрыва на профилях появляется участок, на котором скорость течения положительна, но близка к нулю. Наконец, появляется область возвратного течения —  $x' = 0,513 \div 0,538$ , после чего течение становится турбулентным, об этом свидетельствуют частотные спектры пульсаций для  $x' = 0,56$  и  $0,77$  на рис. 3.

В заключение отметим, что полученные профили скорости качественно согласуются с профилями средней скорости в течениях с отрывными пузырями, полученными в опубликованных ранее работах [19–21].

В табл. 1 определена принятая ниже нумерация отдельных сечений, где проводились экспериментальные измерения и выполнялись расчеты по устойчивости соответствующих профилей скорости. Здесь же приведены критические числа Рейнольдса перехода  $Re_c$ .

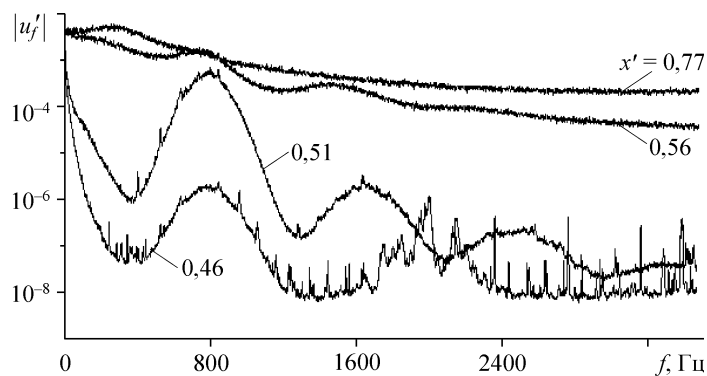


Рис. 3. Частотные спектры для гладкого крыла.

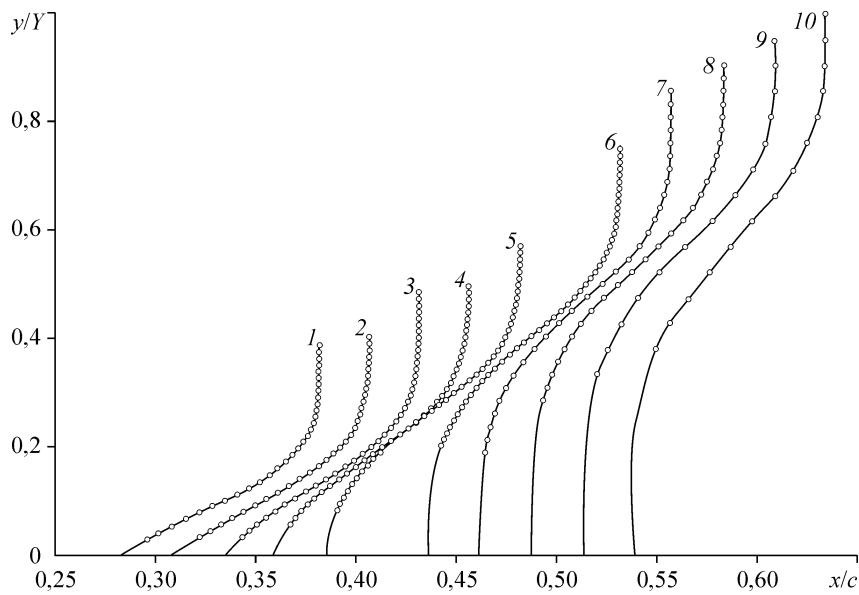


Рис. 4. Профили скорости.

Таблица 1

Положение сечений профиля, на которых выполнялся расчет устойчивости развития возмущений

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$x'$	0,28	0,31	0,33	0,36	0,39	0,44	0,46	0,49	0,51	0,54	0,56	0,59
$Re_c$	334	209	134	80	57,5	41,8	38,4	36,5	36	38,5	42,9	61,6

## 2. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ И АНАЛИЗ ДАННЫХ РАСЧЕТОВ РАЗВИТИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

### 2.1. Методика расчетов

Сложность теоретического изучения развития возмущений в рассматриваемом течении обусловлена несколькими факторами: достаточно сложной топологией течения, что приводит к его неавтономности, наличием различных механизмов дестабилизации течения, сосуществованием областей ламинарного и турбулентного режимов течения и т. д. Тем не менее изучение развития возмущений вполне можно проводить в рамках локально-параллельного подхода. Это оправдано, поскольку практически во всем исследованном поле течения толщина пограничного слоя остается относительно малой. Использование локально-параллельной теории позволяет исследовать индивидуальные характеристики устойчивости профилей скорости в отдельных сечениях и, следовательно, дает возможность с максимальной полнотой использовать экспериментальные данные в расчетах.

Применение линейной теории устойчивости приводит к уравнению Орра–Зоммерфельда

$$\Delta^2 \psi = i \operatorname{Re}[(\alpha u - \omega) \Delta \psi - \alpha u'' \psi] \quad (1)$$

относительной амплитуды функции тока возмущений  $\psi$ . Здесь  $\Delta = d^2/dy^2 - \alpha^2$ ,  $\alpha$  — безразмерное волновое число,  $y = Y/Y^*$ , где  $Y$  — координата, направленная по нормали к поверхности профиля,  $\omega$  — безразмерная частота,

$Re = Y^* U^* / \nu$  — число Рейнольдса, определенное по местной толщине пограничного слоя  $Y^*$  и максимальной скорости в данном сечении  $U^*$ ,  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости. Профиль скорости  $u(y)$  определялся сплайн-интерполяцией экспериментальных данных с последующей нормировкой на  $U^*$ .

Уравнение (1) решается с граничными условиями на обтекаемой поверхности

$$\psi(0) = \psi'(0) = 0 \quad (2)$$

и условиями затухания возмущений при  $y \rightarrow 1$

$$\psi(y) = \psi_1 \exp(-\alpha y) + \psi_2 \exp(-\gamma y), \quad \gamma^2 = \alpha^2 + i \operatorname{Re}(\alpha u(y) - \omega). \quad (3)$$

Характеристики устойчивости, определяемые в результате решения задачи (1)–(3) нормируются на локальную толщину вытеснения  $\delta$

$$\delta Y^* = \delta^* = \int_0^{Y^*} (1 - U(Y)/U^*) dY.$$

Результаты решения задачи устойчивости формулируются в автомодельных переменных:  $\alpha_\delta = \alpha \delta$ ,  $\omega_\delta = \omega \delta$ ,  $Re_\delta = Re \delta$ . Обратный переход от автомодельных параметров к размерному волновому числу  $A$  и размерной частоте  $\Omega$  осуществляется преобразованиями:  $A = \alpha_\delta / \delta^*$ ,  $\Omega = 2\pi f = (U^*)^2 F / \nu$ , здесь  $F = \omega_\delta / Re_\delta$  — безразмерный частотный параметр,  $f$  — частота в герцах.

Для численного решения задачи применялась процедура ортогонализации [22, 23]. На границе  $y = 0$  формулируются линейные условия, допускающие решение в форме (2). Интегрирование проводится в направлении к границе  $y = 0$ , при этом базисные функции, использованные для представления решения, нарастают. Линейная независимость решений  $\psi_1$  и  $\psi_2$  обеспечивается применением преобразования ортогонализации

$$\psi_2 \rightarrow \psi_2 - \psi_1 \frac{(\psi_1; \psi_2)}{(\psi_1; \psi_1)},$$

скалярное произведение здесь определено так:  $(a, b) = ab^* + a'b^* + a''b''^* + a'''b'''^*$ .

Спектральный параметр  $\omega$  определяется из условия существования нетривиальных решений, удовлетворяющих граничным условиям (2). Характеристическая функция, удовлетворяющая этим условиям, может быть взята в виде  $F = \psi_1(0)\psi_2'(0) - \psi_1'(0)\psi_2(0)$  из работы [24].

В расчетах применялась программная реализация метода ортогонализации, разработанная авторами [25]. Для тестирования численной процедуры использовались известные решения задачи устойчивости для пограничного слоя с профилем Блазиуса и с профилем Польгаузена, полученные в [26].

В результате выполнения серий расчетов построены кривые нейтральной устойчивости, определены коэффициенты пространственного усиления возмущений, найдены частоты наиболее неустойчивых возмущений. Ниже анализируется характер этих данных и проводится их сопоставление с экспериментальными.

Рис. 5. Зависимость коэффициентов усиления от частоты (а), кривые нейтральной устойчивости (b, c).

### 2.2. Развитие возмущений в начале области отрыва пограничного слоя

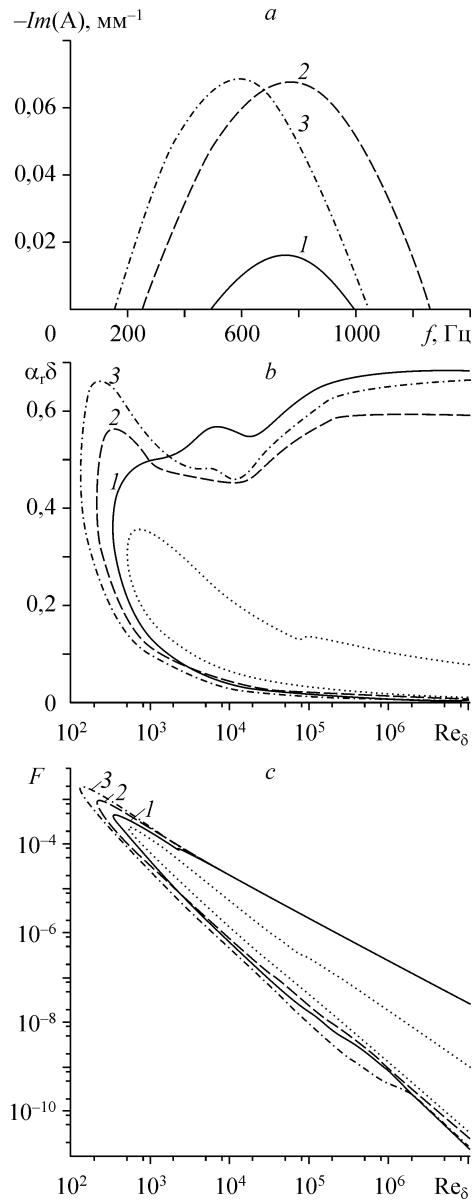
На рис. 5 представлены результаты расчетов, полученные для течения в начале отрыва ламинарного пограничного слоя. На рис. 5, а приведены полученные коэффициенты усиления возмущений вниз по потоку, а на рис. 5, b, c — кривые нейтральной устойчивости.

Значения частоты, соответствующей наиболее неустойчивым возмущениям, находятся в диапазоне наиболее неустойчивых частот, наблюдаемых в эксперименте. Средняя амплитуда пульсаций по данным экспериментов от сечения 1 (см. табл. 1) до сечения 2 возрастает в 1,06 раза, от сечения 2 до сечения 3 — в 1,36 раза. Расчет роста амплитуды наиболее неустойчивых возмущений дает при переходе от сечения 1 к сечению 2 значение 1,076, а от сечения 2 к сечению 3 — 1,377. Таким образом, можно видеть, что имеет место хорошее количественное соответствие данных экспериментов и линейной теории устойчивости.

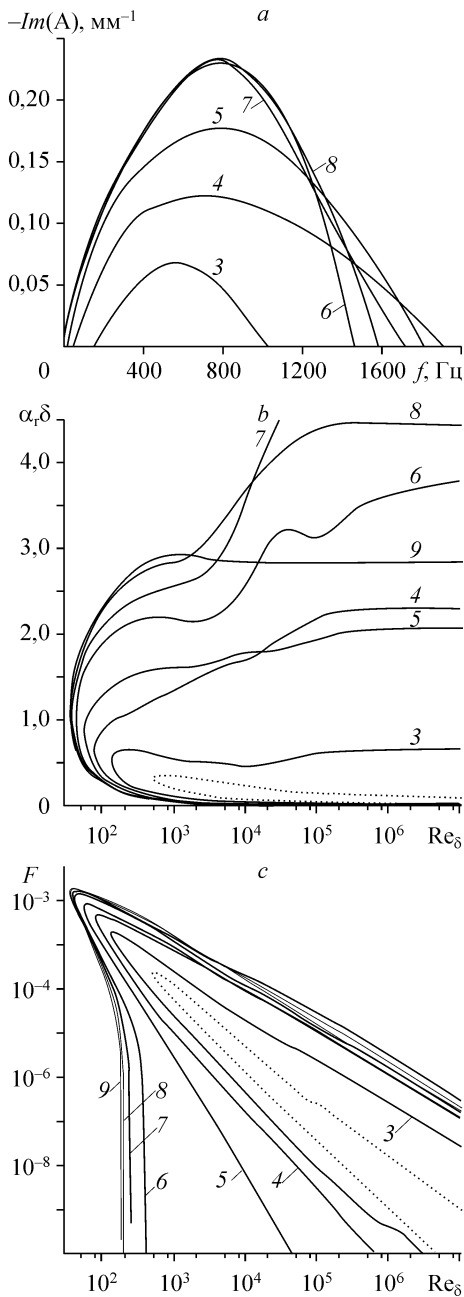
Критические числа Рейнольдса в расчетах для этой области сечений уменьшаются (см. табл. 1) от  $Re_c = 334$  до 134, при этом области неустойчивости вблизи этих критических чисел расширяются.

### 2.3. Развитие возмущений в области интенсивного роста толщины пограничного слоя над отрывным пузырем

На участке профиля, соответствующего сечениям 4–8, происходит качественная перестройка поля течения, в профилях скорости появляется точка перегиба, что свидетельствует о формировании в течении внутреннего слоя сдвига. Появление в нем внутреннего слоя сдвига означает включение еще одного механизма неустойчивости. Наряду с вязкой неустойчивостью пограничного слоя появляется неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. Таким образом, в течении имеет место суперпозиция двух механизмов дестабилизации: вязкая неустойчивость пограничного слоя и неустойчивость Кельвина–Гельмгольца.



Качественное изменение свойств течения иллюстрируется кривыми нейтральной устойчивости на рис. 6, *b*, *c*. Поскольку коэффициенты усиления, соответствующие неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, существенно больше коэффициентов усиления обычной волны Толлмина–Шлихтинга, появление в течении, даже на небольшом участке, слоя сдвига приводит к резкому уменьшению критического числа Рейнольдса и топологической перестройке кривых нейтральной устойчивости (сравни кривые 3–5 и 6–8 на рис. 6, *b* и 6, *c*). Критические числа Рейнольдса при этом меняются от 134 до 36,8. Вертикальные асимптотические участки на кривых 6–8 (см. рис. 6, *c*) демонстрируют неустойчивость течения по отношению к низкочастотным возмущениям, характерную для слоя сдвига.



Сопоставление зависимостей коэффициентов усиления от частоты, представленных на рис. 6, *a* со спектральными разложениями пульсаций, полученными в экспериментах (рис. 7, *a*, *b*), показывает, что диапазоны частот наиболее неустойчивых возмущений практически совпадают для всех сечений. В сечениях 6–8, то есть на участке наибольшего усиления возмущений, имеет место хорошее количественное соответствие результатов расчетов и экспериментальных данных по частоте наиболее неустойчивых возмущений.

Средняя амплитуда пульсаций по данным экспериментов возрастает от сечения 6 до сечения 7 в 1,13 раза, от сечения 7 до сечения 8 — в 1,34 раза. Расчет роста амплитуды наиболее неустойчивых возмущений дает при переходе от сечения 6 к сечению 7 значение 3,3, а от сечения 7 к сечению 8 — 3,43.

Поведение коэффициентов усиления, полученных для данных сечений при местных значениях чисел Рейнольдса, показывает, что в сечениях 6–8 наиболее неустойчивыми являются возмущения с близкими частотами, при этом и значения коэффициентов усиления для этих сечений оказываются близки. Малое изменение характеристик устойчивости трех следующих подряд сечений, с одной стороны, свидетельствует об экспоненциальном характере развития возмущений в этой области, а с другой стороны, показывает,

Рис. 6. Зависимость коэффициентов усиления от частоты (*a*), кривые нейтральной устойчивости (*b*, *c*).



Рис. 7. Амплитуды пульсаций продольной компоненты скорости, полученные в эксперименте.

что такое развитие является основным механизмом дестабилизации течения в этой области.

#### 2.4. Развитие возмущений в течении в хвостовой части отрывного пузыря

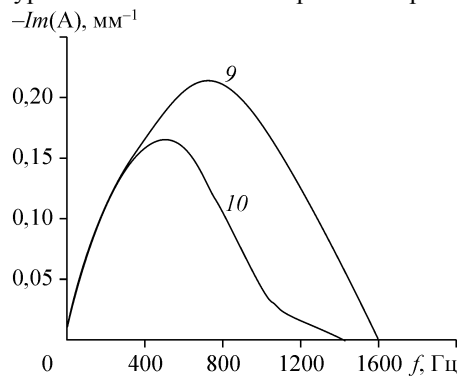
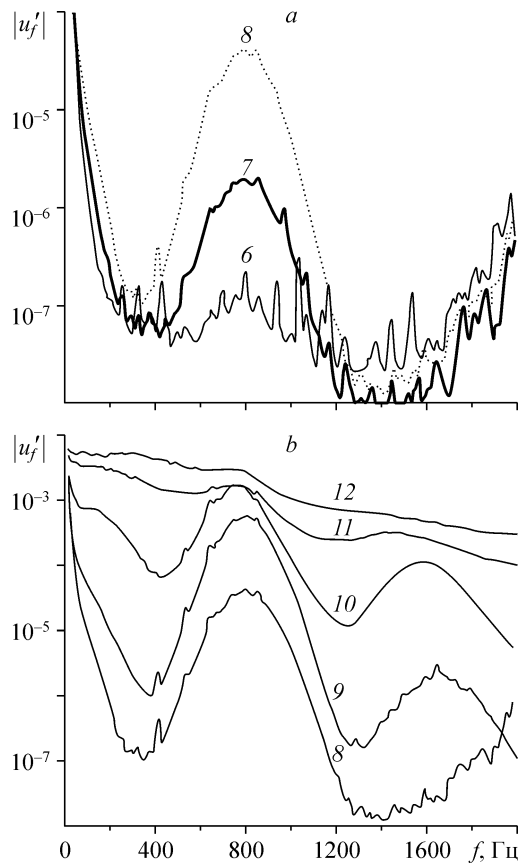
Формирование отрывного течения сопровождается удалением от крыла области с максимальным градиентом скорости. При этом вблизи поверхности появляются области торможения и возвратного течения. В этих областях уменьшаются коэффициенты усиления возмущений. Как видно на рис. 8, в сечении 10 происходит уменьшение наиболее неустойчивой частоты, тогда как в эксперименте она остается неизменной. Это свидетельствует, в частности, о том, что в данной области линейная теория устойчивости перестает работать. На это указывает и рис. 7, *b*, на котором в данном сечении наблюдается уже взаимодействие возмущений основной частоты с кратными гармониками, указывающее на нелинейный характер развития возмущений. О взаимодействии возмущений основной частоты с кратными гармониками свидетельствует также заметное изменение отношения их амплитуд в сечениях 9 и 10.

Амплитуды наиболее неустойчивых возмущений, начиная с сечения 10, увеличиваются незначительно, при этом наблюдается выравнивание уровней амплитуд возмущений, соответствующих основной и комбинационным гармоникам. Таким образом, происходит наполнение спектра как в области низких, так и высоких частот, что следует рассматривать как турбулизацию течения после отрыва.

#### ВЫВОДЫ

В результате выполненных в настоящей работе экспериментальных исследований определена пространственная структура течения вблизи поверхности крыла малого удлинения, измерены профили средней скорости в различных сечениях по хорде модели, амплитуды пульсаций скорости и их частотный состав. Выполнены расчеты линейной устойчивости течения с местной зоной отрыва потока на поверхности крыла и сложным вихревым движением в его хвостовой части. Установлено соответствие эксперимен-

Рис. 8. Зависимость коэффициентов усиления от частоты.



тальных и теоретических результатов, полученных для течения в по оси симметрии модели крыла. В частности, получено хорошее согласование данных относительно частот наиболее нарастающих возмущений и коэффициентов их усиления. Выявлены основные этапы развития волновых возмущений ламинарного течения, отличающиеся коэффициентами усиления колебаний и амплитудами пульсаций на различных частотах. Показано, что процесс развития возмущений в течениях на крыле малого удлинения аналогичен известному из предшествующих работ для двумерных областей отрыва.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Чжен П.** Отрывные течения. — М.: Мир, 1973. — Т. 2. — 280 с.
2. **Ward J.W.** The behaviour and effects of laminar separation bubbles on airfoils in incompressible flow // J. of the Royal Aeronaut. Soc. — 1963. — Vol. 67. — P. 783–790.
3. **Briley W.R., McDonald H.** Numerical prediction of incompressible separation bubbles // J. Fluid Mech. — 1975. — Vol. 69. — P. 631–656.
4. **Crimi P., Reeves B.L.** Analysis of leading-edge separation bubbles on airfoils // AIAA J. — 1976. — Vol. 14. — P. 1548–1555.
5. **Roberts W.B.** Calculation of laminar separation bubbles and their effect on airfoil performance // AIAA J. — 1980. — Vol. 18. — P. 25–31.
6. **Vatsa V.N., Carter J.E.** Analysis of airfoil leading-edge separation bubbles // AIAA J. — 1984. — Vol. 22. — P. 1697–1704.
7. **Dini P., Maughmer M.D.** A locally interactive laminar separation bubble model // AIAA Paper 90–0570.
8. **Choi D.H., Kang D.J.** Calculation of separation bubbles using a partially parabolized Navier–Stokes procedure // AIAA J. — 1991. — Vol. 29. — P. 1266–1272.
9. **Smith A.M.O., Gamberoni N.** Transition, pressure gradient and stability theory // Douglas Aircraft Co. Rep. — 1956. — ES 26388.
10. **Van Ingen J.L.** A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region // Rept. UTH-74. — Delft Univ. of Technology, Dept. of Aerosp. Eng., 1956.
11. **Dini P., Selig M.S., Maughmer M.D.** Simplified linear stability transition prediction method for separated boundary layers // AIAA J. — 1992. — Vol. 30. — P. 1953–1961.
12. **Drela M., Giles M.B.** Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils // AIAA J. — 1987. — Vol. 25. — P. 1347–1355.
13. **Van Ingen J.L.** Research on laminar separation bubbles at Delft University of Technology // Separated Flows and Jets / Eds. V.V. Kozlov, A.V. Dovgal. — Springer, 1991. — P. 537–556.
14. **Cebeci T., Egan D.A.** Prediction of transition due to isolated roughness // AIAA J. — 1989. — Vol. 27. — P. 870–875.
15. **Masad J.A., Iyer V.** Transition prediction and control in subsonic flow over a hump. // Phys. Fluids. — 1994. — Vol. 6, No. 1. — P. 313–327.
16. **Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В.** Возникновение турбулентности в пристенных течениях. — Новосибирск: Наука. Сиб. предприятие РАН, 1999. — 328 с.
17. **Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В.** Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях. — Москва–Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, Ин-т компьютерных исследований, 2006. — 304 с.
18. **Довгаль А.В., Сорокин А.М.** Неустойчивость течения в зоне отрыва ламинарного пограничного слоя к сходу периодических вихрей // Теплофизика и аэромеханика. — 2001. — Т. 8, № 2. — С. 189–198.
19. **Brendel M. and Mueller T.J.** Boundary layer measurements on an airfoil at low Reynolds numbers // AIAA J. of Aircraft. — 1988. — Vol. 25, No. 7. — P. 612–617.
20. **Fitzgerald E.J. and Mueller T.J.** Measurements in a separation bubble on an airfoil using laser velocimetry // AIAA J. — 1990. — Vol. 28, No. 4. — P. 584–592.
21. **Диковская Н.Д., Занин Б.Ю.** Экспериментальное и численное исследование устойчивости предотрывного течения на профиле крыла // ПМТФ. — 1999. — Т. 40, № 1. — С. 126–132.
22. **Гольдштик М.А., Штерн В.Н.** Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. — Новосибирск: Наука, 1977. — 366 с.
23. **Годунов С.К.** О численном решении краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи математ. наук. — 1961. — Т. 16, № 3. — С. 171–174.
24. **Бетчов Р., Криминале В.** Вопросы гидродинамической устойчивости. — М.: Мир, 1971. — 350 с.
25. **Рудяк В.Я., Исаков Е.Б.** Устойчивость гетерогенных сред. I. Устойчивость плоского течения Пуазейля. — Препринт НГАС N 2(4)-94, Новосибирск, 1994. — 44 с.
26. **Левченко В.Я., Володин А.Г., Гапонов С.А.** Характеристики устойчивости пограничных слоев. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1975. — 219 с.

*Статья поступила в редакцию 24 апреля 2006 г.*