

УДК 536.25; 621.56

НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ЕСТЕСТВЕННОЕ КОНВЕКТИВНОЕ ТЕЧЕНИЕ НАНОЖИДКОСТИ ВБЛИЗИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ

П. Логанатан, П. Н. Чанд, П. Ганесан

Университет Анны, 600025 Ченнай, Индия

E-mails: logu@annauniv.edu, nimiprasad@yahoo.com, ganesan@annauniv.edu

Исследуется влияние тепловыделения и объемной доли наночастиц на неустановившееся свободное конвективное течение наножидкости вблизи внезапно начинающей движение бесконечной пластины. Изучаются наножидкости с наночастицами оксида алюминия, меди, оксида титана и серебра, имеющими объемную долю, не превышающую 0,04. Для решения безразмерных дифференциальных уравнений задачи используется преобразование Лапласа. Результаты исследования влияния тепловыделения и объемной доли частиц на распределение скорости и температуры в наножидкости представлены в виде графиков. Получены выражения для коэффициента поверхностного трения и числа Нуссельта. Установлено, что среди всех рассмотренных типов наночастиц наиболее существенное влияние на теплофизические свойства наножидкости оказывают наночастицы серебра. Полученные результаты согласуются с известными данными.

Ключевые слова: естественная конвекция, наножидкости, бесконечная вертикальная пластина, тепловыделение.

Введение. Естественное конвективное течение вязкой несжимаемой жидкости вблизи вертикальной пластины изучалось во многих работах, поскольку такое течение реализуется в охлаждающих системах ядерных реакторов, представляющих собой ряд вертикальных параллельных нагреваемых пластин. Охлаждение и нагрев используются в различных производственных и технологических процессах, происходящих в ядерных реакторах, солнечных батареях, энергетических системах, а также при транспортировке энергоресурсов. Применение в этих процессах для переноса тепла таких жидкостей, как вода, этиленгликоль, моторные масла, является неэффективным вследствие их низкой теплопроводности. Во многих металлургических процессах, например при непрерывной вытяжке волокна в покоящейся жидкости или при отжиге медной проволоки, качество конечного продукта зависит от эффективности процесса охлаждения. Низкая теплопроводность обычных жидкостей, используемых для теплопереноса, является основным фактором, препятствующим созданию компактных электронных устройств и ограничивающим их производительность.

Наножидкости, являющиеся продуктом нанотехнологий, получают путем добавления устойчивых суспензий наночастиц в обычные теплоносители. Термин “наножидкости” введен в работе [1] для описания нового класса жидкостей, создаваемых с помощью нанотехнологий и обладающих теплопроводностью, существенно превышающей теплопровод-

ность жидкостей-носителей. При использовании наножидкостей отсутствуют такие нежелательные эффекты, как осаждение, эрозия, значительное снижение давления, имеющие место в случае применения жидкостей с макрочастицами. При этом существенное увеличение теплопроводности наножидкостей происходит при малой объемной доле наночастиц. В наножидкости используются наночастицы металлов (алюминий, медь), карбидов, оксидов металлов, а также частицы графита, углеродные нанотрубки. В качестве жидкостиносителя обычно используется вода или этиленгликоль.

В [2] изучено неустановившееся течение вблизи бесконечной внезапно начинающей движение пластины (задача Стокса). Эта задача является фундаментальной задачей механики жидкости и теории теплопереноса. В [3] получено точное решение задачи о течении вязкой несжимаемой жидкости вблизи бесконечной внезапно начинающей движение пластины. В [4] задача Стокса решена с учетом переноса массы и тепла.

В данной работе задача Стокса решается для случая течения наножидкости. Интерес к этой задаче обусловлен сверхвысокой теплопроводностью наножидкости и незначительной объемной долей наночастиц в жидкости-носителе. В работах [5–8] установлено, что при наличии даже незначительной объемной доли наночастиц (1–5 %) теплопроводность суспензии увеличивается более чем на 20 %.

В [9] показано, что при наличии в воде наночастиц окиси меди с объемной долей 5 % ее теплоотдача увеличивается на 60 %. При проектировании теплообменников увеличение теплопереноса наножидкостей является более важной задачей, чем увеличение теплопроводности.

В [10] представлены экспериментальные данные о свойствах наножидкостей, представляющих собой воду с наночастицами $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ и TiO_2 . Установлено, что в наножидкости с увеличением объемной доли наночастиц и числа Рейнольдса число Нуссельта увеличивается.

В [11] изучено семь механизмов скольжения наночастиц в жидкости-носителе. Установлено, что броуновское движение и термофорез являются основными механизмами, определяющими конвекцию при ламинарном течении в наножидкостях. В [12] изучалась естественная конвекция наножидкости вода — наночастицы TiO_2 . В [13] показано, что существует оптимальное значение объемной доли наночастиц, при котором обеспечивается максимальный теплоперенос в ламинарном и турбулентном течениях. С использованием полученных результатов исследований наножидкостей можно создавать хладагенты нового поколения, применимые в технике и медицине.

В [14] предложена модель, в которой при оценке свойств теплопроводности учитывается размер частиц. Эта модель позволяет усовершенствовать нанотехнологию создания кулеров. В [15] изучается естественная конвекция в пограничном слое наножидкости на бесконечной пластине с учетом термофореза и броуновского движения частиц. В [16] исследуется задача магнитогидродинамики о свободной конвекции в наножидкости вблизи вертикальной пластины с учетом тепловыделения и абсорбции. Следует отметить, что в [15, 16] рассматривалось установившееся течение. В [17] решалась задача Ченга — Минковича о естественной конвекции в пограничном слое пористой среды, заполненной наножидкостью. В [18] изучалось течение пограничного слоя на растягиваемом листе, а в [19] — влияние магнитного поля на свободноконвективное течение наножидкости на полубесконечной вертикальной пластине. Неустановившееся течение в пограничном слое наножидкости вблизи проницаемого растягивающегося (сжимающегося) листа исследовалось в работе [20]. В [21] изучалась смешанная конвекция в пограничном слое на вертикальной пластине, погруженной в пористую среду, заполненную наножидкостью, а в [22] — естественная конвекция в пограничном слое в вертикальной полости.

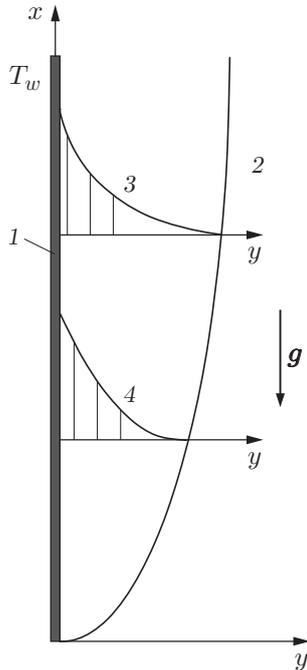


Рис. 1. Схема течения:

1 — пластина, 2 — наножидкость, 3 — профиль температуры, 4 — профиль скорости

В литературе отсутствуют сведения о влиянии тепловыделения на неустановившуюся конвекцию в наножидкости вблизи вертикальной бесконечной пластины.

В данной работе исследуется влияние тепловыделения на неустановившееся течение наножидкости (жидкость-носитель — вода, наночастицы — Al_2O_3 , Cu, TiO_2 , Ag) на бесконечной вертикальной пластине. Возникновение неустановившегося течения обусловлено внезапно начатым движением пластины.

1. Математическая модель. Рассматривается неустановившееся двумерное течение несжимаемой наножидкости по внезапно начинающей движение вертикальной бесконечной пластине. Поток движется по оси x , направленной вдоль пластины, ось y перпендикулярна оси x (рис. 1).

При $t' \leq 0$ температуры жидкости и пластины равны. При $t' > 0$ пластина покоится, а при $t' > 0$ начинает двигаться с постоянной скоростью u_0 . Вязкость жидкости не учитывается. Предполагается, что в жидкости выделяется тепло с объемной скоростью Q_0 . Температура поверхности пластины T_w поддерживается постоянной, причем $T_w > T_\infty$ (T_∞ — температура окружающей наножидкости). Наножидкость — вода с наночастицами оксида алюминия (Al_2O_3), меди (Cu), оксида титана (TiO_2) и серебра (Ag). Предполагается, что наножидкость представляет собой однофазную жидкость, в которой имеет место локальное термодинамически равновесное состояние между несущей жидкостью и наночастицами и поэтому между ними отсутствует проскальзывание.

Система координат и схема течения показаны на рис. 1. Термофизические характеристики наножидкости приведены в табл. 1 (ρ — плотность; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении; k — теплопроводность) [23].

В соответствии с моделью наножидкости [24] и допущениями Буссинеска [25] уравнения неустановившегося движения и энергии имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t'} &= \frac{1}{\rho_{nf}} \left(\mu_{nf} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\rho\beta)_{nf} g (T - T_\infty) \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t'} &= \frac{1}{(\rho c_p)_{nf}} \left(k_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + Q_0 (T - T_\infty) \right). \end{aligned} \tag{1}$$

Таблица 1

Термофизические характеристики воды и наночастиц

Компонент наножидкости	ρ , кг/м ³	c_p , Дж/(кг · К)	k , Вт/(м · К)
Вода	997,1	4179,0	613
Al ₂ O ₃	3970,0	765,0	40
Cu	8933,0	385,0	401
TiO ₂	4250,0	686,2	8,9528
Ag	10 500,0	235,0	429

Начальные и краевые условия записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} t' \leq 0, \quad u = 0, \quad T = T_\infty \quad \forall y, \quad t' > 0, \quad u = u_0, \quad T = T_w \quad \text{при} \quad y = 0, \\ u \rightarrow 0, \quad T \rightarrow T_\infty \quad \text{при} \quad y \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь u — скорость потока в направлении оси x ; ρ_{nf} — эффективная плотность наножидкости; μ_{nf} — эффективная динамическая вязкость наножидкости; β_{nf} — коэффициент температурного расширения наножидкости; g — ускорение свободного падения. Для наножидкости выражения для величин ρ_{nf} и $(\rho c_p)_{nf}$ записываются в виде

$$\begin{aligned} \rho_{nf} &= (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s, \\ (\rho\beta)_{nf} &= (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_s, \quad (\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s. \end{aligned} \quad (3)$$

В соответствии с моделью, изложенной в работе [26], выражение для эффективной теплопроводности имеет следующий вид:

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = \frac{k_s + (n - 1)k_f - (n - 1)\varphi(k_f - k_s)}{k_s + (n - 1)k_f + \varphi(k_f - k_s)}. \quad (4)$$

В (1)–(4) n — эмпирический коэффициент, зависящий от формы наночастицы (в частности, для сферической частицы $n = 3$, для цилиндрической $n = 3/2$); φ — объемная доля наночастиц; μ — динамическая вязкость; β — коэффициент температурного расширения; индексы nf , f , s соответствуют теплофизическим характеристикам наножидкости, основной жидкости и твердых наночастиц. Выражения для теплопроводности и динамической вязкости для различных моделей приведены в табл. 2.

Таблица 2

Модели наножидкости, основанные на различных формулах для теплопроводности и динамической вязкости

Модель	Форма наночастицы	Теплопроводность	Динамическая вязкость
1	Сферическая	$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)}$	$\mu_{nf} = \mu_f / (1 - \varphi)^{2,5}$
2	Сферическая	$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)}$	$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 7,3\varphi + 123\varphi^2)$
3	Цилиндрическая (нанотрубка)	$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + k_f/2 - \varphi(k_f - k_s)/2}{k_s + k_f/2 + \varphi(k_f - k_s)}$	$\mu_{nf} = \mu_f / (1 - \varphi)^{2,5}$
4	Цилиндрическая (нанотрубка)	$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + k_f/2 - \varphi(k_f - k_s)/2}{k_s + k_f/2 + \varphi(k_f - k_s)}$	$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 7,3\varphi + 123\varphi^2)$

Введем следующие безразмерные величины:

$$U = \frac{u}{u_0}, \quad Y = \frac{yu_0}{\nu_f}, \quad t = \frac{t'u_0^2}{\nu_f}, \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty},$$

$$Q = \frac{Q_0\nu_f}{u_0^2(\rho c_p)_f}, \quad \text{Gr} = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)\nu_f}{u_0^3}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f}.$$

Здесь Gr — число Грасгофа; Pr — число Прандтля; ν_f — кинематическая вязкость жидкости.

В безразмерных величинах уравнения (1) и краевые условия (2) имеют вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{(1-\varphi)^{2,5}} \frac{1}{1-\varphi + \varphi\rho_s/\rho_f} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{1-\varphi + \varphi(\rho\beta)_s/(\rho\beta)_f}{1-\varphi + \varphi\rho_s/\rho_f} \text{Gr} \theta; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{1-\varphi + \varphi(\rho c_p)_s/(\rho c_p)_f} \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} - Q\theta \right); \quad (6)$$

$$t \leq 0, \quad U = 0, \quad \theta = 0 \quad \forall Y, \quad t > 0, \quad U = 1, \quad \theta = 1 \quad \text{при} \quad Y = 0, \quad (7)$$

$$U \rightarrow 0, \quad \theta \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad Y \rightarrow \infty.$$

Введем следующие обозначения:

$$\alpha_1 = \frac{1}{(1-\varphi)^{2,5}} \frac{1}{1-\varphi + \varphi\rho_s/\rho_f}, \quad \alpha_2 = \frac{1-\varphi + \varphi(\rho\beta)_s/(\rho\beta)_f}{1-\varphi + \varphi\rho_s/\rho_f} \text{Gr},$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{1-\varphi + \varphi(\rho c_p)_s/(\rho c_p)_f} \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{1}{\text{Pr}}, \quad \alpha_4 = \frac{Q}{1-\varphi + \varphi(\rho c_p)_s/(\rho c_p)_f}.$$

Тогда уравнения (5), (6) принимают вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \alpha_1 \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \alpha_2 \theta, \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha_3 \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} - \alpha_4 \theta. \quad (8)$$

Для решения уравнений (6) с начальными и краевыми условиями (7) использовалось преобразование Лапласа. Выражения для скорости U и температуры θ имеют следующий вид:

$$U = \text{erfc} \left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_1}} \right) + \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1 \alpha_4} \left[\text{erfc} \left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_1}} \right) - \frac{e^{zt}}{2} (A_1 + A_2) + \frac{e^{zt}}{2} (B_1 + B_2) - \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \right],$$

$$\theta = \frac{1}{2} \left[\exp \left(2\eta \sqrt{\frac{\alpha_2 t}{\alpha_1}} \right) \text{erfc} \left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_1}} + \sqrt{\alpha_2 t} \right) + \exp \left(-2\eta \sqrt{\frac{\alpha_2 t}{\alpha_1}} \right) \text{erfc} \left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_1}} - \sqrt{\alpha_2 t} \right) \right], \quad (9)$$

где

$$A_1 = \exp \left(2\eta \sqrt{\frac{zt}{\alpha_1}} \right) \text{erfc} \left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_1}} + \sqrt{zt} \right), \quad A_2 = \exp \left(-2\eta \sqrt{\frac{zt}{\alpha_1}} \right) \text{erfc} \left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_1}} - \sqrt{zt} \right),$$

$$B_1 = \exp \left(2\eta \sqrt{\frac{(z + \alpha_4)t}{\alpha_3}} \right) \text{erfc} \left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_3}} + \sqrt{(z + \alpha_4)t} \right),$$

$$B_2 = \exp \left(-2\eta \sqrt{\frac{(z + \alpha_4)t}{\alpha_3}} \right) \text{erfc} \left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_3}} - \sqrt{(z + \alpha_4)t} \right),$$

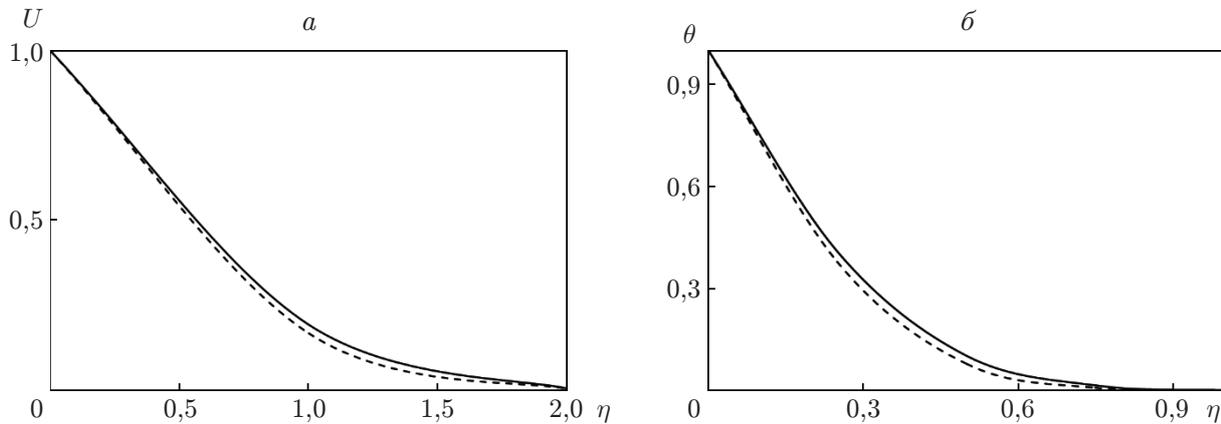


Рис. 2. Зависимости скорости U (а) и температуры θ (б) от параметра η для наножидкости с частицами меди:

сплошные линии — данные настоящей работы ($Q = 0,2$, $\varphi = 0,04$), штриховые — данные [3] ($Q = 0$, $\varphi = 0$)

$$C_1 = \exp\left(2\eta\sqrt{\frac{\alpha_4 t}{\alpha_3}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_3}} + \sqrt{\alpha_4 t}\right), \quad C_2 = \exp\left(-2\eta\sqrt{\frac{\alpha_4 t}{\alpha_3}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{\sqrt{\alpha_3}} - \sqrt{\alpha_4 t}\right),$$

$$z = \frac{-\alpha_4/\alpha_3}{1/\alpha_3 - 1/\alpha_1}, \quad \eta = \frac{Y}{2\sqrt{t}}, \quad \operatorname{erfc}(s) = 1 - \operatorname{erf}(s), \quad \operatorname{erf}(s) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^s e^{-s^2} ds.$$

Число Нуссельта и коэффициент поверхностного трения определяются следующим образом:

$$\operatorname{Nu} = -\frac{1}{2\sqrt{t}} \frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right)\Big|_{\eta=0}, \quad C_f = \frac{1}{2\sqrt{t}} \frac{1}{(1-\varphi)^{2,5}} \left(\frac{\partial U}{\partial\eta}\right)\Big|_{\eta=0}.$$

2. Результаты исследования и их обсуждение. Точное решение уравнений (5), (6) с краевыми условиями (7) получено с помощью преобразования Лапласа. Вычисления выполнены при различных значениях параметров задачи. Объемная доля наночастиц изменялась в интервале $0 \leq \varphi \leq 0,04$. Осаждение наночастиц происходит в том случае, если их объемная доля превышает 8 %.

Рассматривались сферические наночастицы. Выражения для теплопроводности и динамической вязкости принимались в следующем виде:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)}, \quad \mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2,5}}.$$

Исследовались наножидкости, содержащие частицы оксида алюминия (Al_2O_3), меди (Cu), оксида титана (TiO_2) и серебра (Ag). Число Прандтля принималось равным 6,2. Скорость U и температура θ вычислялись по формулам (9). Полученные результаты согласуются с результатами работы [3] для жидкости при отсутствии в ней наночастиц (рис. 2).

На рис. 3 приведена зависимость скорости U от параметра η в нанофлюиде с частицами серебра ($\varphi = 0,04$) для двух моментов времени t при различных значениях параметра тепловыделения Q . Видно, что с увеличением параметра Q увеличивается температура жидкости, что в свою очередь приводит к возникновению течения в направлении пластины вследствие наличия сил плавучести. При наличии наночастиц количество движения пограничного слоя, а следовательно, и скорость течения наножидкости меньше, чем при их отсутствии. Скорость наножидкости со временем увеличивается.

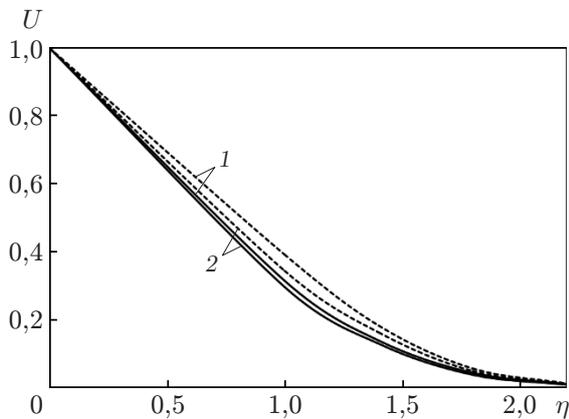


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость скорости U от параметра η для наножидкости с частицами серебра при $Pr = 6,2$, $\varphi = 0,04$, $Gr = 5$ и различных значениях параметра Q : сплошные линии — $t = 0,4$, штриховые — $t = 0,6$; 1 — $Q = 0,05$, 2 — $Q = 0,2$

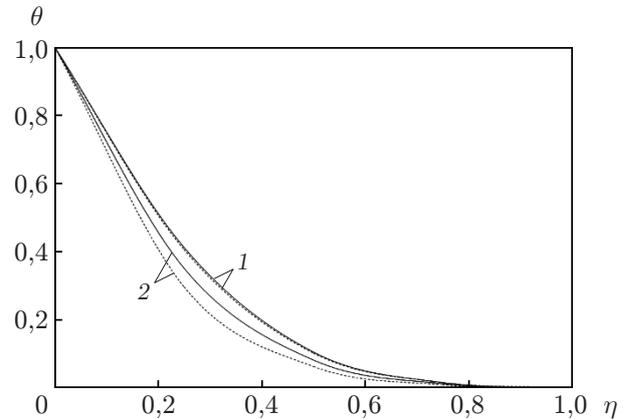


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость температуры θ от параметра η для наножидкости с частицами серебра при $Pr = 6,2$, $\varphi = 0,04$, $Gr = 5$ и различных значениях параметра Q : сплошные линии — $t = 0,2$, штриховые — $t = 0,4$; 1 — $Q = 0,2$, 2 — $Q = 2,0$

На рис. 4 приведена зависимость температуры θ от параметра η в наножидкости с частицами серебра ($\varphi = 0,04$) для двух моментов времени t при различных значениях параметра тепловыделения Q ($Pr = 6,2$, $\varphi = 0,04$). Видно, что с увеличением параметра Q температура жидкости уменьшается, при этом количество теплоты, а следовательно, и скорость течения наножидкости увеличиваются. С увеличением параметра η при различных значениях параметра Q и времени t температура монотонно уменьшается.

На рис. 5 приведена зависимость скорости U от параметра η при различных значениях φ для наножидкости с частицами меди и наножидкости с частицами оксида титана. Видно, что с увеличением объемной доли наночастиц (параметра φ) скорость жидкости при фиксированном значении η уменьшается. Уменьшение скорости с увеличением объемной доли частиц является более существенным для наножидкости с частицами меди. Это может быть обусловлено тем, что теплопроводность наножидкости зависит от объемной доли наночастиц. При наличии тепловыделения скорость наножидкости со временем увеличивается.

На рис. 6 приведена зависимость скорости наножидкости U от параметра η для различных типов наночастиц. Независимо от типа наночастиц их наличие в жидкости приводит к уменьшению скорости потока. Среди всех рассмотренных типов наночастиц наиболее значительное замедление потока вызывает наличие наночастиц серебра, что свидетельствует о существовании зависимости скорости потока от теплопроводности наножидкости.

На рис. 7 приведена зависимость скорости U наножидкости с частицами оксида алюминия от параметра η при объемной доле частиц $\varphi = 0; 0,02; 0,04$. Из рис. 7 следует, что скорость потока жидкости при отсутствии в ней частиц больше скорости наножидкости. Скорость наножидкости возрастает со временем.

На рис. 8 представлена зависимость температуры θ наножидкости с частицами меди от параметра η при $\varphi = 0; 0,02; 0,04$. Видно, что с увеличением объемной доли частиц толщина теплового пограничного слоя непрерывно увеличивается. Это обусловлено тем,

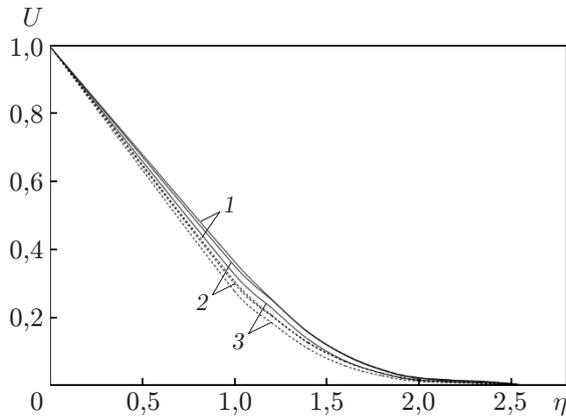


Рис. 5

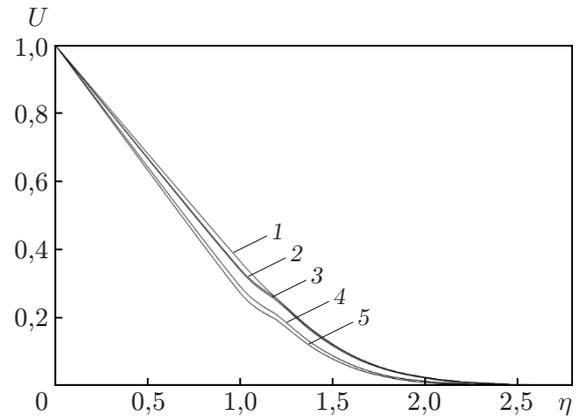


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость скорости U от параметра η при $Pr = 6,2$, $Q = 0,2$, $Gr = 5$ и различных значениях φ :

сплошные линии — $t = 0,6$, штриховые — $t = 0,4$; 1 — жидкость без наночастиц ($\varphi = 0$), 2 — наножидкость с частицами оксида титана ($\varphi = 0,02$), 3 — наножидкость с частицами меди ($\varphi = 0,02$)

Рис. 6. Зависимость скорости наножидкости U от параметра η при $\varphi = 0,04$, $Gr = 5$, $Q = 0,2$, $Pr = 6,2$ для различных типов наночастиц:

1 — жидкость без наночастиц, 2 — наножидкость с частицами Al_2O_3 , 3 — наножидкость с частицами TiO_2 , 4 — наножидкость с частицами Cu , 5 — наножидкость с частицами Ag

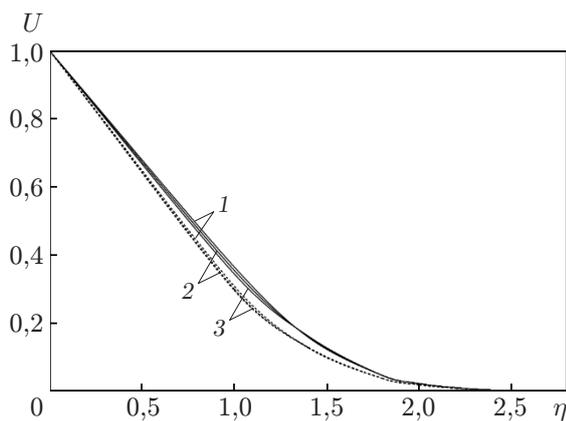


Рис. 7

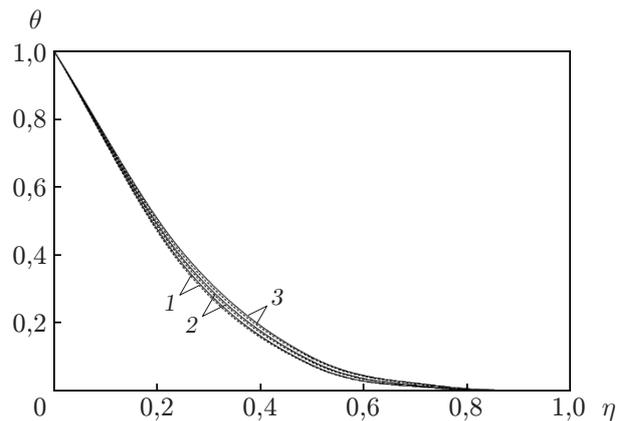


Рис. 8

Рис. 7. Зависимость скорости U наножидкости с частицами оксида алюминия от параметра η при $Pr = 6,2$, $Q = 0,2$, $Gr = 5$ и различных значениях параметра φ : сплошные линии — $t = 0,6$, штриховые — $t = 0,4$; 1 — $\varphi = 0$, 2 — $\varphi = 0,02$, 3 — $\varphi = 0,04$

Рис. 8. Зависимость температуры θ наножидкости с частицами меди от параметра η при $Pr = 6,2$, $Q = 0,2$, $Gr = 5$ и различных значениях параметра φ :

сплошные линии — $t = 0,2$, штриховые — $t = 0,4$; 1 — $\varphi = 0$, 2 — $\varphi = 0,02$, 3 — $\varphi = 0,04$

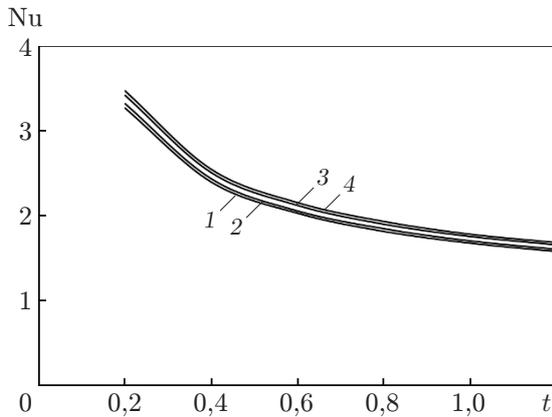


Рис. 9

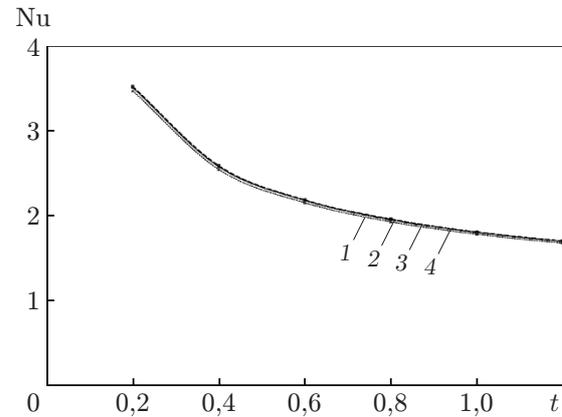


Рис. 10

Рис. 9. Зависимость числа Нуссельта от времени для наножидкости с частицами серебра при $Pr = 6,2$, $Q = 0,2$, $Gr = 5$ и различных значениях параметра φ : 1 — $\varphi = 0$, 2 — $\varphi = 0,01$, 3 — $\varphi = 0,02$, 4 — $\varphi = 0,04$

Рис. 10. Зависимость числа Нуссельта от времени при $Pr = 6,2$, $Q = 0,2$, $Gr = 5$, $\varphi = 0,04$ для наножидкостей с частицами различного типа: 1 — наножидкость с частицами TiO_2 , 2 — наножидкость с частицами Al_2O_3 , 3 — наножидкость с частицами Cu , 4 — наножидкость с частицами Ag

что с увеличением объемной доли частиц увеличивается теплопроводность наножидкости. Таким образом, из результатов, приведенных на рис. 7, 8, следует, что скорость потока наножидкости и его температура зависят от объемной доли частиц. Это позволяет использовать наножидкость для переноса тепла.

Результаты анализа зависимостей, приведенных на рис. 9, показывают, что с увеличением объемной доли частиц в диапазоне $0 \leq \varphi \leq 0,04$ скорость теплопереноса увеличивается вследствие увеличения теплопроводности. Скорость теплопереноса тем больше, чем больше объемная доля наночастиц, что является важным свойством наножидкостей.

В пограничном слое свойства наножидкости существенно изменяются, что обусловлено большим градиентом температуры. Наличие большого градиента температуры приводит к уменьшению вязкости и, следовательно, к увеличению теплопереноса. Скорость теплопереноса является наибольшей в наножидкости с частицами серебра (рис. 10). Это обусловлено тем, что теплопроводность частиц серебра больше теплопроводности других рассмотренных частиц.

Коэффициент поверхностного трения C_f увеличивается с увеличением объемной доли частиц (рис. 11). С увеличением времени коэффициент поверхностного трения уменьшается и становится отрицательным. Это свидетельствует о том, что вблизи пластины возникает обратное течение вследствие движения пластины в направлении, противоположном направлению действия силы тяжести. Таким образом, наличие наночастиц приводит к увеличению поверхностного трения.

Заключение. В работе проведен анализ неустановившегося естественно-конвективного течения наножидкости вблизи бесконечной вертикальной пластины при наличии тепловыделения. При решении системы безразмерных дифференциальных уравнений использовалось преобразование Лапласа. Получены распределения скорости и температуры по толщине слоя наножидкости с наночастицами различного типа, а также выражения для числа Нуссельта и коэффициента поверхностного трения для наножидкости.

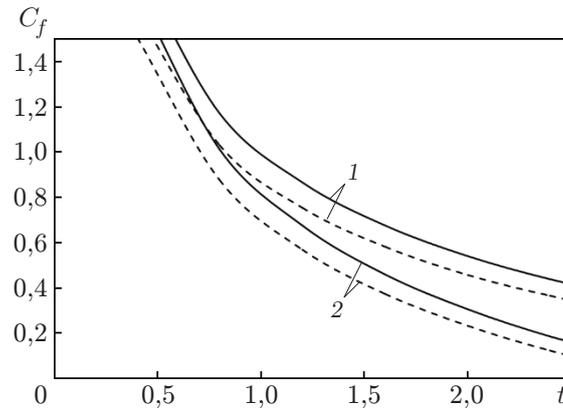


Рис. 11. Зависимость коэффициента поверхностного трения от времени для наножидкости с частицами меди при $Pr = 6,2$ и различных значениях Gr : сплошные линии — $\varphi = 0,04$, штриховые — $\varphi = 0$; 1 — $Gr = 0,3$, 2 — $Gr = 0,5$

Результаты анализа проведенного исследования позволяют сделать следующие выводы. С увеличением объемной доли наночастиц φ температура наножидкости и как следствие скорость теплопереноса увеличиваются. Увеличение объемной доли наночастиц φ приводит к увеличению коэффициента поверхностного трения. С увеличением тепловыделения температура и скорость наножидкости уменьшаются. Скорость теплопереноса в наножидкости с наночастицами серебра больше, чем в наножидкостях, содержащих частицы меди, оксида алюминия и оксида титана.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Choi S. U. S.** Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles // Developments and applications of non-Newtonian flows. N. Y.: Amer. Soc. Mech. Engrs. 1995. V. 231. P. 99–105.
2. **Stokes G. G.** On the effects of internal friction of fluids on the motion of pendulums // Cambridge Philos. Trans. 1851. V. 9. P. 8–106.
3. **Soundalgekar V. M.** Free convection effects on the Stokes problem for an infinite vertical plate // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1977. V. 99, N 3. P. 499–501.
4. **Raptis A. A., Tzivanidis G. J.** Effects of mass transfer, free-convection currents and heat sources on the Stokes problem for an infinite vertical plate // Astrophys. Space Sci. 1981. V. 78, N 2. P. 351–357.
5. **Masuda H., Ebata A., Teramae K., Hishinuma N.** Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles. Dispersion of C-Al₂O₃, SiO₂ and TiO₂ ultra-fine particles // Netsu Bussei. 1993. V. 7, N 4. P. 227–233.
6. **Lee S., Choi S. U. S., Li S., Eastman J. A.** Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1999. V. 121, N 2. P. 280–289.
7. **Xuan Y., Li Q.** Heat transfer enhancement of nanofluids // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2000. V. 21. P. 58–64.
8. **Xuan Y., Roetzel W.** Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2000. V. 43, N 19. P. 3701–3707.
9. **Eastman J. A., Choi S. U. S., Li S., et al.** Anomalously increased effective thermal conductivity of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 78, N 6. P. 718–720.

10. **Pak B. C., Cho Y. I.** Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles // *Exp. Heat Transfer*. 1998. V. 11, N 2. P. 151–170.
11. **Buongiorno J.** Convective transport in nanofluids // *Trans. ASME. J. Heat Transfer*. 2006. V. 128, N 3. P. 240–250.
12. **Wen D., Ding Y.** Natural convective heat transfer of suspensions of Titanium dioxide nanoparticles (nanofluids) // *IEEE Trans. Nanotechnology*. 2006. V. 5, N 3. P. 220–227.
13. **Gosselin L., Da Silva A. K.** Combined heat transfer and power dissipation optimization of nanofluid flows // *Appl. Phys. Lett.* 2004. V. 85, N 18. P. 4160–4162.
14. **Jang S. P., Choi S. U. S.** Role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids // *Appl. Phys. Lett.* 2004. V. 84, N 21. P. 4316–4318.
15. **Kuznetsov A. V., Nield D. A.** Natural convective boundary-layer flow of a nanofluid past a vertical plate // *Intern. J. Thermal. Sci.* 2010. V. 49, N 2. P. 243–247.
16. **Chamkha A. J., Aly A. M.** MHD free convection flow of a nanofluid past a vertical plate in the presence of heat generation or absorption effects // *Chem. Engng Comm.* 2011. V. 198. P. 425–441.
17. **Nield D. A., Kuznetsov A. V.** The Cheng — Minkowycz problem for natural convective boundary-layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2009. V. 52, N 25/26. P. 5792–5795.
18. **Khan W. A., Pop I.** Boundary-layer flow of a nanofluid past a stretching sheet // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2010. V. 53, N 11/12. P. 2477–2483.
19. **Hamad M. A. A., Pop I., Ismail A. I. Md.** Magnetic field effects on free convection flow of a nanofluid past a vertical semi-infinite flat plate // *Nonlinear Anal. Real World Appl.* 2010. V. 12, N 3. P. 1338–1346.
20. **Bachok N., Ishak A., Pop I.** Unsteady boundary-layer flow and heat transfer of a nanofluid over a permeable stretching/shrinking sheet // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2012. V. 55, N 7/8. P. 2102–2109.
21. **Ahmed S., Pop I.** Mixed convective boundary layer flow from a vertical flat plate embedded in a porous medium filled with nanofluids // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer*. 2010. V. 37, N 8. P. 987–991.
22. **Lin K. C., Violi A.** Natural convection heat transfer of nanofluids in a vertical cavity: Effects of non-uniform particle diameter and temperature on thermal conductivity // *Intern. J. Heat Fluid Flow*. 2010. V. 31, N 2. P. 236–245.
23. **Oztop H. F., Abu-Nada E.** Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids // *Intern. J. Heat Fluid Flow*. 2008. V. 29, N 5. P. 1326–1336.
24. **Tiwari R. K., Das M. K.** Heat transfer augment in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2007. V. 50, N 9/10. P. 2002–2018.
25. **Schlichting H.** *Boundary layer theory*. 8th ed. / H. Schlichting, K. Gersten. Berlin: Springer-Verlag, 2001.
26. **Hamilton R. L., Crosser O. K.** Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems // *Indust. Engng Chem. Fundament.* 1962. V. 1, N 3. P. 187–191.

*Поступила в редакцию 7/V 2013 г.,
в окончательном варианте — 12/VIII 2013 г.*