

УДК 548.31

ХИМИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ В СУЛЬФАТАХ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ

© 2007 Ю.Н. Журавлев*, Л.В. Журавлева, О.В. Головко

ГОУ ВПО "Кемеровский государственный университет"

Статья поступила 30 ноября 2006 г.

В рамках теории функционала локальной электронной плотности методом псевдопотенциала в базисе численных атомных псевдоорбиталей рассчитано распределение валентной и разностной плотности в кристаллических сульфатах M_2SO_4 (M : Li, Rb, Cs) и двойных сульфатах $MLiSO_4$. Показано, что в сульфате лития неэквивалентные в кристаллографическом отношении атомы кислорода находятся в разном зарядовом состоянии и имеют разную силу химического связывания с серой. Анионы связаны между собой посредством атомов лития, которые образуют с кислородом тетраэдрические комплексы. В сульфате рубидия электронные облака анионов перекрываются и образуются цепочечные структуры. Химическая связь между анионом и катионом имеет ионный характер. Эти особенности электронного строения проявляются в двойных сульфатах, где также образуются комплексы LiO_4 , связывающие анионные цепочки, а тяжелые металлы являются катионами.

Ключевые слова: функционал плотности, электронная плотность, подрешетки, разностная плотность, химическая связь, сульфат лития, сульфат рубидия, сульфат цезия, двойные сульфаты.

ВВЕДЕНИЕ

Сульфаты щелочных металлов M_2SO_4 (M : Li, Rb, Cs) обладают рядом уникальных электрических, оптических, механических свойств, что делает их объектом пристального внимания многих исследователей [1]. Не менее интересные свойства имеют их двойные соли $MLiSO_4$. Прежде всего, это связано с изучением многочисленных единичных или последовательных обратимых структурных переходов в пьезоэлектрические, сегнетоэлектрические, сегнетоэластические и несоразмерные фазы.

Упорядоченные фазы сульфатов металлов относятся к трем структурным типам: моноклинная с пространственной группой C_{2h}^5 , число формульных единиц $Z = 4$ (β - Li_2SO_4); орторомбическая — D_{2h}^{16} , $Z = 4$ (β - K_2SO_4); орторомбическая — D_{2h}^{17} , $Z = 2$ (Na_2SO_4). Высокотемпературные фазы имеют гексагональную структуру типа α - K_2SO_4 (пространственная группа D_{6h}^4 , $Z = 2$), которая может существовать лишь при наличии ориентационного разупорядочения тетраэдрических групп SO_4 .

В двойных сульфатах $MLiSO_4$ анионы образуют каркасную структуру типа тридимита за счет связи между собой через тетраэдры LiO_4 . В некотором интервале температур симметрия этих кристаллов является орторомбической с пространственной группой D_{2h}^{16} . В зависимости от размера катиона M фазовые переходы в сегнетоэластическую фазу с пространственной группой

* E-mail: zhur@kemsu.ru

C_{2h}^5 происходят при понижении температуры, либо непосредственно (CsLiSO_4), либо через ряд промежуточных структурных форм, включая несоразмерную фазу (RbLiSO_4).

На основе экспериментальных исследований [2—6] сформировалось представление о том, что в основе фазовых переходов $D_{6h}^4 \rightarrow D_{2h}^{16} \rightarrow C_{2h}^5$ лежат процессы упорядочения тетраэдрических групп. При этом вопросы образования химической связи как в чистых, так и двойных сульфатах, характер ее изменения при фазовых переходах в литературе практически не обсуждались, за исключением [7—9]. Поэтому в настоящей работе проводится систематическое изучение пространственного распределения валентной и разностной плотности, и на основе этого делаются выводы о механизмах образования химической связи в кристаллических сульфатах, характере ее изменения при фазовых переходах.

Валентную плотность рассчитывали в рамках теории функционала локальной электронной плотности с использованием нелокальных BSH-псевдопотенциалов в базисе численных атомных псевдоорбиталей sp^3d^5 , которые получали путем решения уравнения Шредингера с теми же псевдопотенциалами, а числа заполнения варьировали таким образом, чтобы получить близкую к экспериментально наблюдаемой диаграмму энергетических уровней атома. Для анализа механизмов образования химической связи использован метод подрешеток [10], посредством которого рассчитывают разностную плотность $\Delta\rho$ вычитанием из валентной кристаллической плотности всех составляющих кристалл подрешеток. Из условия нормировки электронных плотностей на число электронов следует, что карты $\Delta\rho$ будут содержать области как положительных, так и отрицательных значений, которые дают наглядное представление о перетоке заряда между подрешетками при их взаимодействии.

КРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА

При обычных условиях сульфат лития имеет упорядоченную моноклинную структуру [11] со слабо искаженным ГЦК окружением сульфатных групп и ионами лития в тетраэдрических полостях. В тетраэдре SO_4 все связи являются неэквивалентными: S—O1 1,470, S—O2 1,471, S—O3 1,474, S—O4 1,478 Å. Атомы лития образуют две неэквивалентные подрешетки и находятся в тетраэдрическом окружении из атомов кислорода, принадлежащих разным сульфатным группам, а все расстояния Li—O также различны: Li1—O4 1,914, 1,976, Li1—O1 1,963, Li1—O3 1,976 Å; Li2—O2 1,928, 1,990, Li2—O1 1,962, Li2—O3 1,981 Å.

При 851 К образуется суперионная фаза $\alpha\text{-Li}_2\text{SO}_4$ [12], которая обнаруживает высокую ионную проводимость, ионы Li^+ в ней занимают разупорядоченные позиции, а атомы кислорода вращаются относительно атомов серы. При температуре 723 К и давлении 7,2 ГПа $\varepsilon\text{-Li}_2\text{SO}_4$ имеет структуру, подобную Na_2SO_4 (III) с группой симметрии D_{2h}^{17} и $Z = 2$ [13].

При комнатной температуре кристаллографические параметры Rb_2SO_4 приведены в [14], Cs_2SO_4 — в [15]. Атомы кислорода образуют в сульфате рубидия три подрешетки: S—O1 1,492, S—O2 1,473, S—O3(4) 1,466 Å, металлы — две: Rb1—S 3,415, Rb2—S 3,544 Å, а сера — одна. Структуры этих кристаллов описаны в [16].

Сульфат лития образует с другими сульфатами кристаллические твердые растворы. Наиболее распространенным способом их получения является рост кристаллов MLiSO_4 испарением из водного раствора эквимолекулярного состава $\text{Li}_2\text{SO}_4\text{:}4\text{H}_2\text{O}$ и M_2SO_4 . Двойной сульфат RbLiSO_4 (RLS) при комнатной температуре имеет моноклинную структуру (пространственная группа C_{2h}^5 , $Z = 4$), в которой длины связей S—O1 1,4332, S—O2 1,4427, S—O3 1,4505, S—O4 1,4509, Li—O1 1,881, Li—O4 1,905, Li—O2 1,943, Li—O3 1,967 Å [17]. В интервале 438—474,5 К наблюдаются 6 фазовых переходов, характеристика которых приведена в [6]. Выше 474,5 К разупорядоченная паразелектрическая фаза орторомбическая. Эта структура является результатом равномерного распределения сульфат-ионов между двух разрешенных позиций, локализованных симметрично плоскости bc .

Кристаллическая структура CsLiSO_4 (CLS) описана в [18]: при комнатной температуре структура орторомбическая, а при 163 К — моноклинная. Межатомные расстояния в ромбиче-

ской фазе равны S—O1 1,436, S—O2 1,449, S—O3(4) 1,462 Å и Li—O1 1,854, Li—O2 1,894, Li—O3(4) 1,956 Å.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

SO_4 — слабоустойчивая молекула, которая стабилизируется, присоединяя к себе два электрона, в результате чего получается анион SO_4^{2-} . В свою очередь, изолированный анион также нестабилен, и в [19] показано, что он становится устойчивым, присоединив четыре молекулы воды. В анионе SO_4^{2-} заряд атома серы близок к нулю, и его электронная конфигурация $3s3p^{2.4}3d^2.6$, т.е. внешние 6 электронов атома серы находятся в возбужденном состоянии и заряды на атомах кислорода равны $0,5 e$ (e — заряд электрона).

Распределение валентной плотности ρ и разностной плотности $\Delta\rho$ приводится в актуальных кристаллографических плоскостях в единицах $e/\text{\AA}^3$. Используется равномерная шкала. Для указания пространственного масштаба следует применять приведенные выше межатомные расстояния.

Сульфат лития. Распределение валентной и разностной плотности в плоскости *ab* приведено на рис. 1, где на вставках указаны профили $\Delta\rho$ вдоль линий S—O и Li—O. Атомы O1 находятся на расстоянии 0,319 Å над и под указанной плоскостью, O2 — 0,029, O3 — 0,708, O4 — 0,251, S — 0,317, Li1 — 0,343, Li2 — 0,374 Å. Расстояние между атомами кислорода соседних анионных групп O2—O2 2,735 Å и атомами Li2—Li2 2,806 Å. Эти четыре атома образуют параллелограмм со сторонами 1,928 и 1,990 Å. На вставке для линии S—O использованы следующие обозначения: S—O1 — сплошная жирная, S—O2 — пунктирная, S—O4 — сплошная тонкая, а для линий Li—O — пунктирная кривая соответствует короткой из них.

Максимальная валентная плотность приходится на позиции аниона, и она мала на катионе. Не наблюдается общих линий уровня ρ для соседних анионов, что свидетельствует о слабом перекрывании их волновых функций. Плотность на атомах серы составляет $0,6 e/\text{\AA}^3$, и это значительно меньше, чем на кислороде. Плотность на атомах кислорода также на порядок больше, чем на литии, и для этих атомов не наблюдается общих контурных линий. Контуры валентной плотности заметной величины охватывают атомы кислорода и анион в целом.

Распределение разностной плотности указывает на то, что заряд вытекает из внутриатомных областей атомов и натекает во внешние области. Для атомов кислорода они имеют асимметричную форму p -орбиталей σ - и π -типа (по отношению к линии S—O). Для атомов O1 и O2 заряд вытекает из $p\pi$ -области и натекает в $p\sigma$ -область, в результате чего на линиях связей

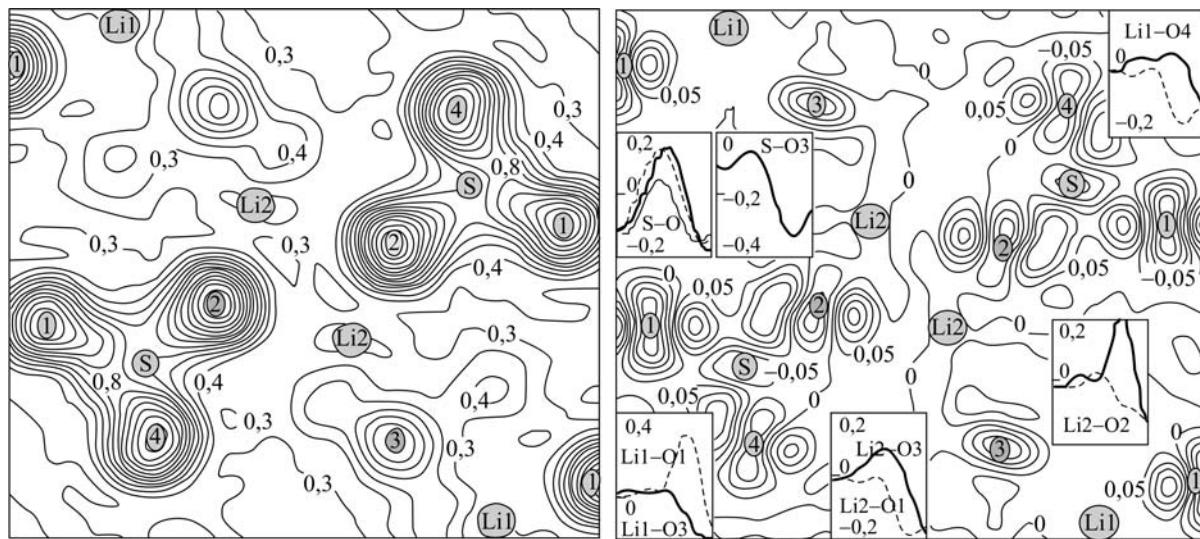


Рис. 1. Li_2SO_4 : распределение валентной (слева) и разностной (справа) плотностей в плоскости *ab*

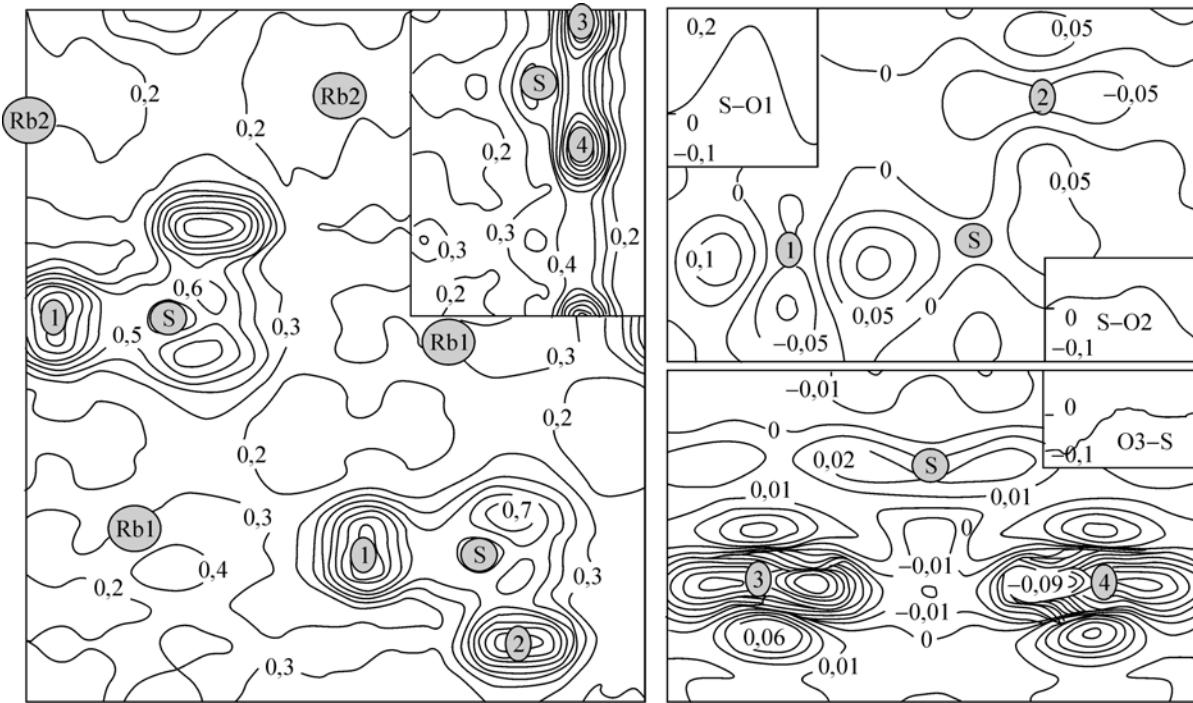


Рис. 2. Rb_2SO_4 : распределение валентной плотности в плоскости ac (слева) и разностной плотности (справа) в плоскости $S-\text{O}1-\text{O}2$ (сверху), плоскости $\text{O}3-\text{S}-\text{O}4$ (снизу)

$S-\text{O}1, \text{O}2$ появляются максимумы $\Delta\rho$ заметной величины. Для атомов $\text{O}3, \text{O}4$ заряд вытекает из $p\sigma$ -областей и натекает в $p\pi$ -область так, что на линии связи $S-\text{O}4$ появляется незначительный положительный разностный заряд, а для $S-\text{O}3$ он и вовсе отсутствует. Таким образом, химические связи в сульфате лития будут не равнозначны, и связь $S-\text{O}3$ является наименее прочной из всех остальных. Очевидно, здесь реализуется ковалентная связь π -типа. Различный характер перетока заряда в атомах кислорода свидетельствует о том, что они находятся в разном зарядовом состоянии. На позиции атомов серы приходится отрицательная область $\Delta\rho$, и они имеют положительный эффективный заряд.

Электронный заряд вытекает из окрестности ядра лития, так что эффективный заряд атома положительный. Для атомов $\text{Li}2$ области натекания заряда атомов кислорода ориентированы так, что на линии $\text{Li}2-\text{O}$ приходится небольшой избыточный электронный заряд, и в этом случае можно говорить о наличии слабой связи между кислородом и литием. Аналогичное распределение $\Delta\rho$ наблюдается и для атомов $\text{Li}1$. Таким образом, в Li_2SO_4 , помимо сульфатных комплексов SO_4 , образуются устойчивые образования $\text{Li}1\text{O}_4, \text{Li}2\text{O}_4$.

В центре параллелограмма $\text{O}2-\text{Li}2-\text{O}2-\text{Li}2$ имеется локальный максимум валентной и разностной плотности, который является связующим звеном для молекулярных групп. Этот максимум обеспечивается, в том числе, за счет передачи заряда подрешеткой $\text{Li}2$. Аналогичным образом подрешетка $\text{Li}1$ передает большую часть своего валентного заряда в область между атомами $\text{O}4-\text{O}4$ 3,118 Å. Распределение валентной плотности в подрешетках $\text{Li}1, \text{Li}2$ характеризуется ее максимальными значениями на серединах линий, соединяющих ближайшие атомы, и минимальными на позициях ядер. Это означает, что взаимодействие атомов в подрешетках приводит к внутриатомной $s-p$ -гибридизации, и уже в такой форме литий участвует в образовании химической связи. Таким образом, именно металлические подрешетки обеспечивают устойчивую конфигурацию анионных групп относительно друг друга.

Распределение валентной и разностной плотности в $\epsilon\text{-Li}_2\text{SO}_4$ отличается от $\beta\text{-Li}_2\text{SO}_4$ и подобно Na_2SO_4 [8]. В ϵ -фазе атомы лития и кислорода образуют по две подрешетки, причем $\text{Li}1-\text{O}2$ (4 атома) 1,955, $\text{Li}1-\text{O}1(2)$ 1,982, а $\text{Li}2-\text{O}2$ (2) 1,898, $\text{Li}2-\text{O}1(2)$ 2,214 Å. Имеется заметное перекрывание электронных облаков прежде всего атомов кислорода вдоль направле-

ний O1—O1 (ось z) и O2—O2 (ось x). Разностная плотность показывает вытекание заряда вдоль линии O2—O2 и натекание на O1—O1 так, что на связи S—O образуются примерно одинаковые максимумы (механизм перетока заряда $p\pi \rightarrow p\sigma$), но O2 имеет существенно больший отрицательный заряд. Li₂ передает свой валентный заряд в область между атомами O1 соседних анионов, а Li₁ — в область между атомами O2, стабилизируя тем самым каркасную структуру из анионных цепочек.

Сульфаты рубидия и цезия. Распределение валентной и разностной плотности в Rb₂SO₄ приведено на рис. 2. Валентная плотность, так же как и в сульфате лития, максимальна на анионе и минимальна в межанионном пространстве. Область $0,7 \text{ e}^{\text{A}}{}^{-3}$ вблизи атома серы в анионе является следствием пересечения плоскости ac линиями плотности, охватывающими эквивалентные атомы O3(4), расположенные в перпендикулярной плоскости. В этом направлении наблюдается заметное перекрывание волновых функций соседних анионов так, что они образуют цепочки. Формы электронных облаков атомов O1, O2 имеют форму эллипсоидов вращения.

Распределение разностной плотности Rb₂SO₄ в целом подобно сульфату калия [9]. Области перетока электронного заряда здесь не имеют такой четкой направленности, как в β -Li₂SO₄. Заряд натекает в связывающие и антисвязывающие области вдоль линии S—O. Наибольший избыточный электронный заряд находится на линии связи S—O1 и наименьший — S—O3(4). Заряд вытекает из области вдоль линии O3—O4 и натекает во внешнюю область так, что образуется подобие зарядовой трубы, благодаря которой и образуется устойчивая цепочечная структура из анионов.

Атомы серы находятся в области положительных значений $\Delta\rho$ и их эффективный заряд, в отличие от сульфата лития, является скорее отрицательным. Заряд также вытекает из обширных областей атомов рубидия, поэтому связь анионов и катионов здесь имеет преимущественно ионный характер.

Двойные сульфаты. На рис. 3 приведено распределение валентной и разностной плотности в плоскости ac моноклинной фазы RLS. Атомы рубидия расположены на расстоянии 0,06, 0,04 Å, лития — 0,02, 0,03 Å, серы — 0,01, 0,02 Å, O1 — 0,01, 0,006 Å, O4 — 0,48, 0,49 Å от рассматриваемой плоскости. На вставке приведена валентная и разностная плотность в плоскости O1—S—O2, разностная плотность в плоскости O3—S—O4, а также профили $\Delta\rho$ вдоль линий

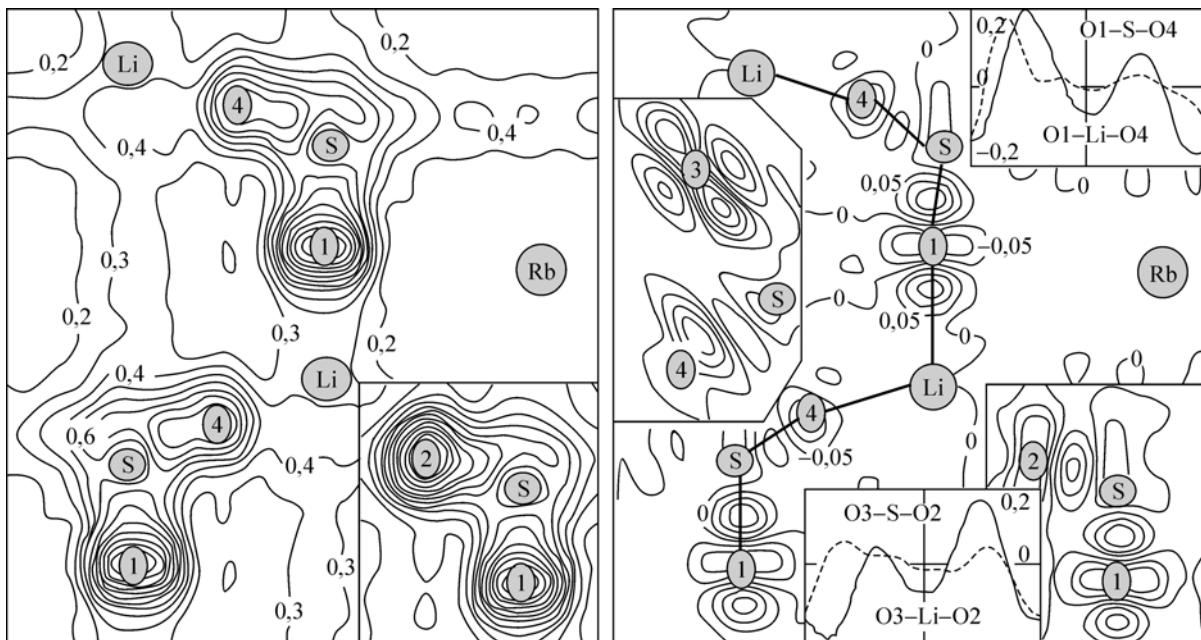


Рис. 3. Распределения валентной (слева) и разностной (справа) плотности в плоскости ac моноклинного RbLiSO₄

S—O (сплошная линия) и Li—O (пунктир). Распределение валентной и разностной плотности в моноклинной фазе CLS имеет качественно подобный вид.

Валентная плотность максимальна на анионе и минимальна на атомах рубидия. Электронное облако атомов O1 имеет форму эллипсоида, и это согласуется с данными работы [20], где RLS изучали методом рентгеновской дифракции. Так же как и в сульфате рубидия, наблюдается образование анионных цепочек в основном за счет перекрывания электронных облаков атомов кислорода O1, O4 и серы в направлении оси *c*. Роль связывающих мостиков между ними играют атомы Li. Распределение валентной плотности в подрешетке лития отличается от β -Li₂SO₄: теперь ее максимум приходится на позиции, вблизи которых в кристалле располагаются атомы O1.

Для атомов O1 и O2 заряд вытекает из *pπ*-области и натекает в *pσ*-область. В результате на линии связи наблюдается максимум разностного заряда, и химическая связь имеет выраженный ковалентный характер. Наоборот, для атомов O3, O4 заряд вытекает из *pσ*-области и натекает в *pπ*-область (механизм *pσ*→*pπ*). Разностный заряд на связях S—O3(4) теперь значительно меньше, чем для S—O1(2), поэтому они менее прочные. С другой стороны, в RLS заряд Δρ на связи S—O больше, чем в чистых сульфатах. Поэтому можно предположить, что образование двойных сульфатов с точки зрения химической связи более предпочтительно. Так же как и в сульфате рубидия, в антисвязывающей области S—O1(2) имеется избыточный электронный заряд. Он приходится на линию O1—Li, и, таким образом, его можно рассматривать как заряд, связывающий эти атомы. Аналогичное распределение Δρ наблюдается и для атома O3. Для атомов O2, O4 небольшой разностный заряд на линии Li—O возникает за счет положительных *pπ*-областей. Таким образом, в моноклинном RLS, так же как и в β -Li₂SO₄, образуются тетраэдрические комплексы LiO₄ с признаками ковалентного связывания атомов.

Атомы серы находятся в областях с отрицательной Δρ, что означает их положительный эффективный заряд. Вблизи атомов рубидия разностная плотность отрицательна, и они имеют положительный заряд.

На рис. 4 приведено распределение валентной и разностной плотностей в плоскости *ac* орторомбической фазы CLS. На вставке — распределение ρ, Δρ в плоскости S—O3(4), в которой наблюдается значительное перекрывание волновых функций анионов и разностной плотности в плоскости Li—O3—S, где близко расположены атомы O1 соседних анионов.

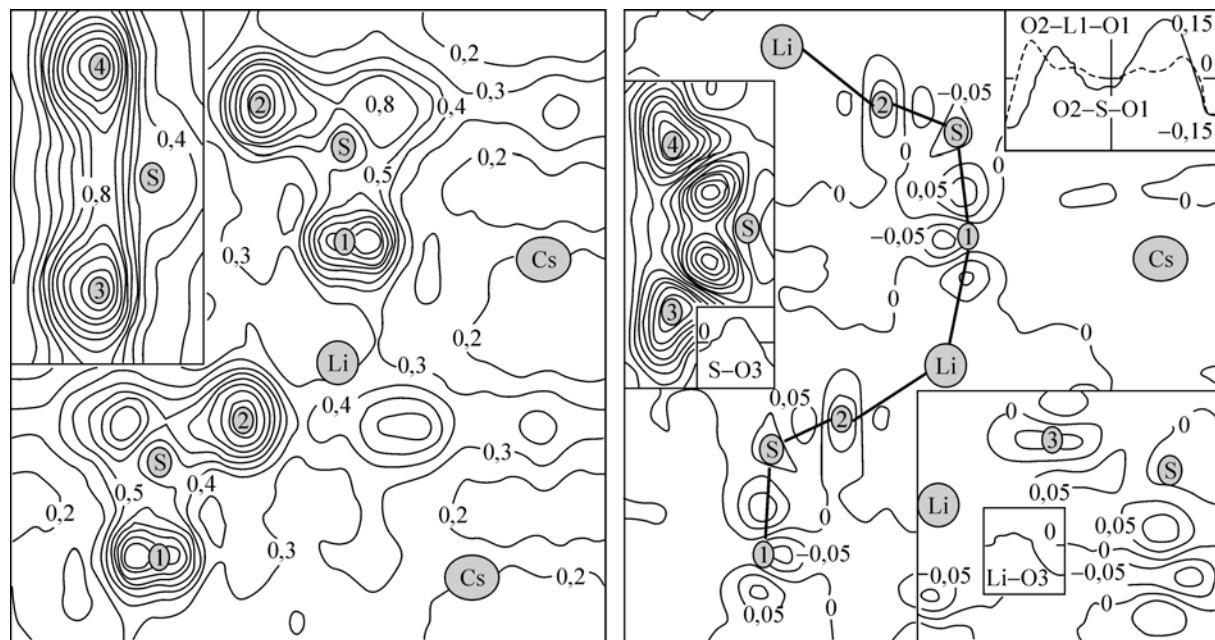


Рис. 4. Распределение валентной (слева) и разностной (справа) плотности в плоскости *ac* орторомбического CsLiSO₄

Так же как и в моноклинной фазе, электронное облако O1 вблизи ядра имеет эллипсоидальную форму. Электронные облака анионов перекрываются в направлении O3—O4, перпендикулярном указанной плоскости, где также образуются цепочки. В распределении ρ им отвечают максимумы со значением $0,7 \text{ e}\text{\AA}^{-3}$.

В разностной плотности для атомов кислорода O1, O2, с кратчайшими расстояниями S—O и Li—O, заряд вытекает из $p\pi$ -области и натекает в $p\sigma$ -область, в результате чего на этих линиях образуются положительные максимумы разностного заряда. Натекание заряда наблюдается и на линии Li—O3(4), и в CLS также образуются комплексы LiO_4 . Заряд вытекает из обширной $p\sigma$ -области ядер O3(4) и натекает в $p\pi$ -область, в результате чего на линиях S—O3(4), Li—O3(4) образуются максимумы $\Delta\rho$ меньшей, чем для атомов O1(2), величины.

При переходе из низкотемпературной упорядоченной моноклинной фазы в орторомбическую в CLS, RLS расстояния S—O, Li—O становятся меньше (за исключением в CLS расстояния Li—O3 (CLS), Li—O4 (RLS)). В разностной плотности это проявляется в уменьшении максимума $\Delta\rho$ на линии самой короткой связи S—O и увеличении на линиях S—O3(4). При этом, величины избыточного заряда на атомах O1, O2 практически не изменяются, тогда как на O3(4) значительно возрастают. Зарядовые состояния этих атомов изменяются, и они имеют меньший отрицательный заряд. Также в сторону уменьшения изменяется заряд атомов серы.

При переходе от моноклинной к орторомбической фазе наблюдается уменьшение разностного заряда в областях между атомами лития и кислорода. Таким образом, фазовый переход в двойных сульфатах сопровождается изменением силы химического связывания между атомами кислорода и лития, что и приводит к большей степени свободы вращательного движения сульфатных групп.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для исследования химической связи в сульфатах щелочных металлов используется разностная плотность, которая указывает направления перетока электронного заряда, вызванного взаимодействием составляющих кристалл подрешеток. В сульфате лития заряд вытекает из внутриатомных областей и натекает во внешние области кислорода таким образом, что на линиях S—O и O—Li образуются максимумы различной величины. Это приводит к образованию между атомами кислорода и серы σ - и π -ковалентной химической связи. Наличие избыточного заряда в связывающих областях O—Li указывает на связь между ними, однако отсутствие заметного перекрывания электронных облаков атомов не позволяет трактовать ее как ковалентную. Таким образом, в этом соединении сульфатные группы SO_4 связаны между собой концевыми атомами кислорода через атомы лития, которые благодаря внутриатомной $s-p$ -гибридизации образуют устойчивые комплексы LiO_4 .

В сульфатах рубидия, цезия зарядовые состояния кислорода и сила их химического связывания с серой также различаются, однако доминирующим фактором образования кристалла является ионное взаимодействие сульфат-ионов и катионов.

В двойных сульфатах наблюдается комбинированное взаимодействие, когда перекрывание электронных облаков SO_4 приводит к образованию цепочечной структуры, связующим звеном которой являются ионы лития, а тяжелые металлы—катионы, обеспечивают стабилизацию каркасной структуры в целом. При фазовых переходах происходит ослабление взаимодействия лития с кислородом и повышение вращательных степеней свободы сульфатных групп.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров К.С., Безносиков Б.В. Структурные фазовые переходы в кристаллах (семейство сульфата калия). – Новосибирск: Наука, 1993.
2. Флеров И.Н., Карташев А.В., Гранкина В.А. // Физика твердого тела. – 2005. – **47**, № 4. – С. 696 – 704.
3. Lemos V., Camagro F., Hernandes A.C., Freire P.T.C. // J. Raman Spectr. – 1992. – **24**, N 3. – P. 133 – 137.
4. Silveria E.S., Freire P.T.C., Pilla O., Lemos V. // Phys. Rev. B. – 1995. – **51**, N 1. – P. 593 – 596.
5. Lim A.R., Chon S.H., Jeong S.-Y. // J. Phys. : Condens. Matter. – 2000. – **12**. – P. 9293 – 9305.
6. Katkanant V. // Phys. Rev. B. – 1995. – **51**, N 1. – P. 146 – 152.
7. Журавлев Ю.Н., Журавлева Л.В., Поплавной А.С. // Изв. вузов. Физика. – 2003. – № 1. – С. 72 – 77.

8. Журавлев Ю.Н., Поплавной А.С. // Журн. структур. химии. – 2003. – **44**, № 2. – С. 216 – 222.
9. Журавлев Ю.Н., Поплавной А.С. // Кристаллография. – 2005. – **50**, № 1. – С. 39.
10. Журавлев Ю.Н., Поплавной А.С. // Журн. структур. химии. – 2001. – **42**, № 6. – С. 1056 – 1063.
11. Nord A.G. // Acta Crystallogr. B. – 1976. – **32**. – P. 982 – 983.
12. Suleiman B.M., Gustavsson M., Karawacki E., Lunden A. // J. Phys. D.: Appl. Phys. – 1997. – **30**. – P. 2553 – 2560.
13. Parfitt D.C., Keen D.A., Hull S. et al. // Phys. Rev. B. – 2005. – **72**, N 5. – P. 4121 – 4128.
14. Nord A.G. // Acta Crystallogr. B. – 1974. – **30**. – P. 1640 – 1641.
15. Nord A.G. // Acta Chem. Scand. A. – 1976. – **30**. – P. 198 – 202.
16. Mata J., Solans X., Calvet M.T. et al. // J. Phys.: Condens. Matter. – 2002. – **14**. – P. 5211.
17. Mashiyama H., Hasebe K., Tanisaki S. et al. // J. Phys. Soc. Jpn. – 1979. – **47**. – P. 1198 – 1201.
18. Круглик А.И., Симонов Б.А., Железин Е.П., Белов Н.В. // Докл. АН СССР. – 1979. – **247**, №7. – Р. 1384 – 1386.
19. Wang X.-B., Nicholas J., Wang L.-S. // J. Chem. Phys. – 2000. – **113**, N 24. – P. 10837 – 10840.
20. Hasebe K., Asahi T. // Phys. Rev. B. – 1990. – **41**, N 10. – P. 6794 – 6800.