УДК 532.529+532.5:544.3

ВЛИЯНИЕ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ НА ПРОЦЕССЫ УДАРНО-ВОЛНОВОГО ДИСПЕРГИРОВАНИЯ

Т. А. Хмель, А. В. Фёдоров

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск khmel@itam.nsc.ru

На основе численного моделирования двумерных нестационарных течений газовзвеси анализируется вклад столкновений частиц в процессы диспергирования при взаимодействии ударных волн с плотными пылевыми слоями. Используется модель столкновительной динамики двухфазной среды, основанная на молекулярно-кинетических подходах. Модель тестирована на задаче о прохождении ударной волны вдоль плотного слоя частиц, получено согласование с известными данными экспериментов. Рассмотрена также задача о взаимодействии взрывной волны с плотным слоем на плоской поверхности. Проведен сравнительный анализ различных механизмов воздействия на частицы и влияния начальных параметров слоя на динамику подъема частиц. Показаны слабое влияние силы Саффмана и неоднородности поверхности слоя (волнистости) и существенная роль силы Магнуса в диспергировании слоя непосредственно за ударной волной. Вклад столкновительной динамики частиц в некоторых случаях сопоставим с влиянием силы Магнуса. Подъем пыли за счет развития неустойчивости Кельвина — Гельмгольца имеет место на поздних стадиях процесса.

Ключевые слова: газовзвесь, ударная волна, диспергирование, столкновительная динамика, математическое моделирование.

DOI 10.15372/FGV20160211

ВВЕДЕНИЕ

Исследование процесса диспергирования частиц под действием ударных волн связано прежде всего с вопросами формирования взрывоопасных облаков пыли и такими сопутствующими проблемами, как свойства запыленности среды, агломерация частиц и условия воспламенения пылевзвесей реакционноспособных частиц.

Довольно подробный обзор экспериментальных и теоретических работ по проблеме смешения при ударно-волновых и детонационных процессах представлен в [1]. Различные аспекты взаимодействия ударных волн с пылевыми системами освещены в [2–4]. Типичной прикладной задачей является задача о скольжении ударной волны вдоль пылевого слоя. Для слабозапыленных газовых сред основным фактором расширения слоя является взаимодействие ударно-волновых структур: преломление и отражение [5, 6], а также развитие неустойчивости Кельвина — Гельмгольца в поверхност-

ном слое [6]. Возможный механизм, связанный с появлением расталкивающей силы при сверхзвуковом обтекании близко расположенных тел (частиц) за счет аэродинамической интерференции, обсуждался в [7]. Сила Саффмана, действующая на частицу при ее обтекании в градиентном поле течения за ударной волной, учитывалась при моделировании подъема одиночных частиц в [8] и подъема взвеси частиц в [9, 10]. В работах [11–13] определяющей считается сила Магнуса, возникающая при развитии вращательного движения частиц, которое приводит к подъему частиц и диспергированию слоя. Вращение частиц может быть обусловлено как их столкновениями с препятствием или другими частицами [11], так и действием поперечного градиента скорости газа в верхнем слое пылевзвеси [12]. В [13] эффект Магнуса связывали с вращением частиц при развитии их хаотического движения и столкновений, что моделировалось численно введением некоторой дополнительной хаотизации параметров в расчетных ячейках.

Одним из факторов расширения плотных пылевых слоев являются множественные столкновения частиц между собой. В [14]

Работа выполнена при поддержке фундаментальных исследований (проект № 16-08-00778) и Российского научного фонда (проект № 16-19-00010).

[©] Хмель Т. А., Фёдоров А. В., 2016.

утверждается их определяющая роль в расширении слоя при прохождении по нему ударной волны. В дискретной модели учитывались столкновения частиц между собой и с шероховатой твердой стенкой, при этом не были получены картины ударно-волновых структур внутри слоя. Столкновительные эффекты рассматривались в [9, 10] в рамках континуальных моделей, учитывающих наличие хаотического движения и собственного давления в фазе частиц. Однако сила Магнуса не принималась во внимание, а вклад столкновений среди прочих факторов процесса диспергирования не анализировался. В [15] проведено экспериментальнотеоретическое исследование подъема пыли за ударной волной. При моделировании использовался континуально-дискретный подход, позволяющий аккуратно описывать столкновения частиц между собой. Однако модель включает в себя вертикальную скорость частиц на поверхности слоя, которую задают соответственно экспериментальным данным.

Таким образом, несмотря на то, что в литературе представлены результаты по подъему пыли с использованием подходов, учитывающих столкновение частиц, влияние столкновительной динамики на дисперсию пылевых слоев и формирование облаков изучено слабо, и интерес к продолжению таких исследований сохраняется.

Основные принципы описания столкновительной динамики газовзвесей в рамках континуальной модели механики изложены в [16]. В последнее время развиваются модели гранулированных сред, в которых столкновения частиц описываются с привлечением молекулярнокинетических подходов в рамках механики сплошной среды [17]. В [18] получены уравнения Эйлера для изолированной гранулированной среды с учетом неидеальности столкновений неупругих шероховатых частиц. В [19, 20] на основе представлений [18] разработана модель для течений двухфазной смеси газа и мелких твердых частиц с учетом конечных объемных концентраций и различных свойств упругости и шероховатости частиц. В [20] выделен класс сред, для которых модель удалось представить в дивергентной форме, что позволило получить условия на скачках и провести классификацию сильных разрывов. Для двухфазной столкновительной смеси газ — частицы установлено два типа комбинированных разрывов: без генерации и с генерацией столкновительной энергии на скачке. Амплитуда объемной концентрации на столкновительном скачке однозначно определяется начальным значением и параметрами реституции и шероховатости и не зависит от скорости распространения. Получены условия существования ударно-волновых структур различного типа. В [21] модель применялась для анализа ударно-волновых и детонационных процессов в газовзвесях. На основе решения задачи Коши для нестационарных течений получены установившиеся решения, соответствующие указанным выше типам стационарных волн для идеальных и неидеальных столкновений.

В [20] также было показано, что модель согласуется с данными экспериментов [22] по разлету частиц из камеры высокого давления с засыпкой частиц, разлет возникает после разрушения диафрагмы (данные по зависимости скорости звука в засыпке от размера частиц, их концентрации и давления в камере).

В настоящей работе в рамках модели двухфазной среды [19, 20], основанной на молекулярно-кинетических подходах для описания столкновения частиц, численно исследуются двумерные нестационарные течения газовзвесей при взаимодействии ударных волн со слоями частиц высокой плотности (конечной объемной концентрации). Модель и численный метод тестируются на задаче о распространении поддерживаемой ударной волны вдоль плотного слоя частиц в условиях, соответствующих экспериментам [10]. Далее рассмотрена задача о взаимодействии взрывной волны с плотным слоем частиц, лежащих на плоской поверхности. Проведен сравнительный анализ различных факторов подъема частиц и формирования облаков пылевзвеси: силы Саффмана, силы Магнуса, формы поверхности слоя, развития неустойчивости Кельвина — Гельмгольца, развития хаотического движения частиц и их столкновений. Целью исследования является оценка вклада столкновительной динамики частиц в процессы ударно-волнового диспергирования пылевзвесей.

СТОЛКНОВИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ ГАЗОВЗВЕСЕЙ НЕСЖИМАЕМЫХ ЧАСТИЦ

Основные уравнения в рамках механики взаимопроникающих континуумов вытекают из законов сохранения массы, импульса и энергии для смеси в целом. Уравнения Эйлера для двумерных течений нереагирующей среды имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial y} = \boldsymbol{\Gamma}; \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{W} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{W}_1 \\ \boldsymbol{W}_2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{F}_2 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{G} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{G}_1 \\ \boldsymbol{G}_2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Gamma} = \begin{pmatrix} -\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_2 \\ \boldsymbol{\Gamma}_2 \end{pmatrix};$$

$$(2)$$

$$\boldsymbol{W}_1 = \left(\begin{array}{c} \rho_1 \\ \rho_1 u_1 \\ \rho_1 v_1 \\ \rho_1 E_1 \end{array} \right),$$

$$\boldsymbol{F}_{1} = \begin{pmatrix} \rho_{1}u_{1} \\ m_{1}p_{1} + \rho_{1}u_{1}^{2} \\ \rho_{1}u_{1}v_{1} \\ \rho_{1}u_{1}E_{1} + m_{1}p_{1}u_{1} \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{G}_{1} = \left(\begin{array}{c} \rho_{1} v_{1} \\ \rho_{1} u_{1} v_{1} \\ m_{1} p_{1} + \rho_{1} v_{1}^{2} \\ \rho_{1} v_{1} E_{1} + m_{1} p_{1} v_{1} \end{array} \right);$$

$$oldsymbol{W}_2 = \left(egin{array}{c}
ho_2 \
ho_2 u_2 \
ho_2 v_2 \
ho_2 E_2 \
ho_2 E_c \end{array}
ight),$$

$$\boldsymbol{F}_{2} = \begin{pmatrix} \rho_{2}u_{2} \\ \rho_{2}u_{2}^{2} + m_{2}p_{2} \\ \rho_{2}u_{2}v_{2} \\ \rho_{2}u_{2}E_{2} + m_{2}u_{2}p_{2} \\ \rho_{2}u_{2}E_{c} + \eta m_{2}u_{2}p_{2} \end{pmatrix}, \quad (4)$$
$$\boldsymbol{G}_{2} = \begin{pmatrix} \rho_{2}v_{2} \\ \rho_{2}v_{2}E_{c} + \eta m_{2}u_{2}p_{2} \\ \rho_{2}v_{2}^{2} + m_{2}p_{2} \\ \rho_{2}v_{2}E_{2} + m_{2}v_{2}p_{2} \\ \rho_{2}v_{2}E_{c} + \eta m_{2}v_{2}p_{2} \end{pmatrix};$$

$$\Gamma_{2} = \begin{pmatrix} \tilde{\Gamma}_{2} \\ \eta p_{1} \left(\frac{\partial u_{2}m_{2}}{\partial x} + \frac{\partial v_{2}m_{2}}{\partial y} \right) - \\ -I_{0} + \eta (f_{2x}u_{2} + f_{2y}v_{2}) \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$\tilde{\Gamma}_{2} = \begin{pmatrix} 0 \\ p_{1} \frac{\partial m_{2}}{\partial x} + f_{2x} \\ p_{1} \frac{\partial m_{2}}{\partial y} + f_{2y} \\ q_{2} + f_{2x}u_{2} + f_{2y}v_{2} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Здесь u — скорость, p — давление, m — объемная концентрация, ρ — средняя плотность, $\rho_i = \rho_{ii}m_i$, ρ_{ii} — собственная (истинная) плотность фаз, f — сила межфазного взаимодействия, q — теплообмен между фазами, $\eta < 1$ — параметр неидеальности столкновений [20], индексы 1 и 2 относятся соответственно к газовой фазе и частицам. Соотношения для описания процессов межфазного взаимодействия (величин f, q) зависят от протекающих процессов и объемной концентрации частиц. В процессах межфазного взаимодействия силы тяжести, а также силы Саффмана [8, 10] и Магнуса [12]:

$$f = \frac{3m_2\rho_{11}}{4d} c_D |u_1 - u_2| (u_1 - u_2) - g + f_{\text{Saf}} + f_{\text{Magn}}, \quad (7)$$

$$\boldsymbol{f}_{\text{Magn}} = K_{\text{Magn}} \frac{3\rho_1 m_2}{4\pi} \left[(\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2) \times \text{rot}(\boldsymbol{u}_1) \right], \quad (8)$$

 $f_{\mathrm{Saf},y} =$

$$= \operatorname{Sgn}\left(\frac{\partial u_1}{\partial y}\right) \frac{3K_{\operatorname{Saf}}m_2}{2\pi d} \left(u_1 - u_2\right) \sqrt{\rho_1 \mu} \left|\frac{\partial u_1}{\partial y}\right|.$$
(9)

Коэффициент сопротивления частиц c_D в зависимости от их объемной концентрации принимается в форме [23], для малых объемных концентраций учитывается известная зависимость от числа Маха, многократно используемая нами ранее [24, 25]:

$$c_D = c_{D1}, \ m_2 \leq 0.08; \ c_D = c_{D2}, \ m_2 > 0.45;$$

 $c_D = [(m_2 - 0.08)c_{D2} + (0.45 - m_2)c_{D1}]/0.37,$
 $0.08 < m_2 \leq 0.45;$

$$c_{D1}(\text{Re}, \text{M}) = \left(1 + \exp\left(-\frac{0.43}{\text{M}^{4.67}}\right)\right) \times \\ \times \left(0.38 + \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\text{Re}}}\right), (10) \\ c_{D2}(\text{Re}, m_2) = \frac{4}{3m_1} \left[1.75 + \frac{150m_2}{(1 - m_2)\text{Re}}\right], \\ \text{Re} = \frac{\rho_{11}d|u_1 - u_2|}{\mu}, \quad \text{M} = \frac{|u_1 - u_2|\sqrt{\rho_{11}}}{\sqrt{\gamma_1 p}};$$

$$q = \frac{6m_2\lambda_1}{d^2} \operatorname{Nu}(T_1 - T_2),$$
(11)

$$\operatorname{Nu} = 2 + 0.6 \operatorname{Re}^{1/2} \operatorname{Pr}^{1/3}.$$

Здесь d — диаметр частиц, γ — показатель адиабаты, λ_1 — теплопроводность газа, Re, Nu, Pr — числа Рейнольдса, Нуссельта, Прандтля, μ — вязкость газа, T — температура.

Уравнения состояния фаз таковы:

$$p_1 = \rho_{11}RT_1, \quad m_2p_2 = m_2p_1 + p_c,$$

 $p_c = G(m_2)\rho_2e_c;$ (12)

$$G(m_2) = \alpha_t [1 + 2(1 + \varepsilon)m_2 g(m_2)]/2,$$

$$g(m_2) = [1 - (m_2/m_*)^{4m_*/3}]^{-1};$$

$$E_1 = c_{v1}T_1 + u_1^2/2,$$
(13)
(13)
(13)
(14)

$$E_2 = e_c + c_{v2}T_2 + u_2^2/2 + Q, \quad E_c = e_c + \eta u_2^2/2,$$

где c_v — теплоемкость при постоянном объеме, Q — удельная теплота реакций. Частицы предполагаются несжимаемыми ($\rho_{22} = \text{const}$). В (13) α_t — константа, определяемая коэффициентами формы k (k = 0.4 для сфер), шероховатости β и реституции ε :

$$\alpha_t = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{a}{b + \sqrt{a^2 + b^2}} \right), \tag{15}$$

$$a = (1 - \beta^2) \frac{1 - k}{1 + k} - 1 + \varepsilon^2, \ b = 2k \left(\frac{1 + \beta}{1 + k}\right)^2.$$

Диссипация энергии хаотического движения определяется как

$$I_0 = \frac{6}{\pi d_2} C_0 \rho_2 m_2 g(m_2) (e_c^{3/2} - e_{c0}^{3/2}),$$
(16)

$$C_0 = \alpha_t^{3/2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[1 - \varepsilon^2 + (1 - \beta^2) \frac{k + \alpha_r / \alpha_t}{1 + k} \right].$$

Здесь e_{c0} — минимальное значение энергии хаотического движения частиц (начальный уровень хаотизации). Область применимости гидродинамического подхода для описания столкновительного движения гранулированной среды из сферических частиц определяется условием $\varepsilon \ge \sqrt{0.57 - 0.43\beta}$ [20]. В простейшем случае идеально гладких упругих сфер $\alpha_t = 4/3$ и при малых концентрациях дискретная среда подобна одноатомному газу с $\gamma = 5/3$. Зависимости параметров η и C_0 , характеризующих влияние неидеальности столкновений, от коэффициентов реституции и шероховатости ε , β обсуждаются в [20].

Для решения уравнений (1)–(14) применялся метод расчета, используемый ранее для аналогичных задач (например, в [24, 25]), описанный и тестированный в [26, 27]. Метод основан на схеме класса TVD для газа и схеме Джентри — Мартина — Дэйли для частиц. В настоящей работе метод модифицирован введением соответствующих аппроксимаций членов, связанных с хаотическим давлением, энергией столкновений, а также недивергентных членов $p_1 dm_2 p_1 dm_2 p_1 dw_2 m_2$

вида $\frac{p_1\partial m_2}{\partial x}, \frac{p_1\partial m_2}{\partial y}, \frac{p_1\partial u_2m_2}{\partial x}$ и $\frac{p_1\partial v_2m_2}{\partial y}.$

ВОЗДЕЙСТВИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ, СКОЛЬЗЯЩЕЙ ВДОЛЬ СЛОЯ ЧАСТИЦ НА СТРУКТУРУ ТЕЧЕНИЯ

Применительно к процессам диспергирования частиц математическая модель плотной газовзвеси с различными давлениями фаз и численный метод реализации некоторых начально-краевых задач для модели предварительно тестировались на задаче о взаимодействии ударной волны с плотным слоем пыли. Начальные данные этой задачи, представляющей самостоятельный интерес, соответствовали условиям эксперимента [10]. Исследования [10] проводились в прямоугольной камере, воздушное пространство которой имело квадратное сечение $(2 \times 2 \text{ см})$. Пыль помещалась в углубление таким образом, чтобы верхний уровень пылевого слоя совпадал со стенкой разгонной секции камеры. Использовалась взвесь частиц крахмала с небольшой добавкой частиц оксида свинца для получения данных о внутренней структуре слоя методом рентгеновской фотосъемки. Средний диаметр частиц около 10 мкм. Приведенная в работе экспериментальная шлирен-фотография демонстрирует форму фронта ударной волны и картину дисперсии верхнего слоя частиц крахмала. На рентгеновских снимках можно видеть преломленную поверхность основного слоя и внутреннюю структуру (клин уплотнения) за преломленной в слое ударной волной. Ввиду высокой плотности слоя, соответственно, малых значений углов преломления, картины отражения ударной волны от стенки внутри слоя не просматриваются. В [10] приведены данные измерения углов сопряжения фронта ударной волны с поверхностью слоя, преломления поверхности слоя и ударной волны в слое, а также некоторые данные расчетов на основе модели двухфазной гранулированной среды [17] с учетом силы Саффмана, но без учета силы Магнуса. Представленные распределения плотности частиц не соответствуют экспериментальным картинам подъема пыли непосредственно за ударной волной. Однако для перечисленных выше углов численные значения, в зависимости от числа Маха ударной волны, согласуются с данными экспериментов.

Расчеты проведены нами для монодисперсной взвеси частиц сферической формы диаметром 10 мкм. Постановка начально-краевой задачи соответствует процессу взаимодействия плоской ударной волны, распространяющейся по каналу шириной 3 см, с прямоугольным полубесконечным облаком высотой 1 см. При достаточном удалении от края облака прохождение ударной волны вдоль слоя пыли соответствует условиям экспериментов [10]. Начальная средняя плотность взвеси принята в соответствии с [10] $\rho_{20} = 520 \text{ кг/м}^3$, объемная концентрация взвеси полагалась, тем самым, равной 0.4, значения термодинамических параметров взяты как для частиц крахмала. Число Маха ударной волны варьировалось от 2 до 4. Параметры столкновительной динамики частиц приняты следующими: $\eta = 1, C_0 = 0.01, e_{c0} =$ $0.00001 \text{ m}^2/\text{mc}^2$, что соответствует столкновениям с малыми потерями (абсолютно упругих, почти гладких частиц) при средней скорости хаотического движения ≈5 м/с. Расчеты проводились на прямоугольной равномерной разностной сетке с шагом $\Delta x = \Delta y = 0.0001$ м.

На рис. 1 представлены картины взаимодействия ударной волны с плотным слоем пыли (расчеты без учета силы Магнуса): ударная волна скользит вдоль слоя, проходит в него и падает на подложку. При малых концентрациях частиц преломленная в слое ударная волна отражается от подложки с формированием маховской конфигурации [4]. С ростом наполнения смеси частицами эта конфигурация переходит в регулярную [6, 28]. В плотной взвеси при достаточной глубине слоя отражение может носить дисперсионный характер, так как при прохождении ударной волны в плотный слой возможно преобразование ее в дисперсионную волну сжатия [29, 30]. Углы преломления ударной волны в слое α_1 и преломления поверхности слоя α_2 , измеряемые в экспериментах [10], показаны на картине распределения плотности частиц (рис. 1, a). На численной шлирен-фотографии (рис. 1,6) можно видеть форму фронта ударной волны, которая хорошо согласуется с формой фронта на представленной в [10] экспериментальной шлиренфотографии. Однако форма поверхности распыленного слоя на рис. 1,а не полностью соответствует картине подъема частиц на экспериментальной фотографии. Это может указывать на то, что столкновения частиц при умеренных уровнях хаотизации ($e_{c0} \leq 0.00001 \text{ м}^2/\text{мc}^2$) не являются основным фактором подъема пыли в ланной залаче.



Рис. 1. Скольжение ударной волны вдоль слоя:

a — поле плотности частиц, $M_0 = 2, \delta$ — численная шлирен-фотография, $M_0 = 4$



Рис. 2. Картина дисперсии слоя частиц при учете силы Магнуса $(M_0 = 2)$

Зависимость углов сжатия слоя и преломления УВ от числа Маха

M_0	α_1		α_2	
	экспери- мент [6]	расчет	экспери- мент [6]	расчет
2	4.1	4.90	1.2	1.25
3	3.95	4.83	1.4	1.41
3.5	3.9	4.78	1.6	1.64
4	3.7	4.16	1.8	1.83

При учете в расчетах силы Магнуса оказалось возможным получить соответствие результатов расчета и экспериментальных наблюдений распыления слоя за ударной волной. На рис. 2 показана картина плотности частиц при коэффициенте Магнуса $K_{\text{Magn}} = 20$ (при этом значении K_{Magn} в [12] получено соответствие расчетных и экспериментальных данных по формированию облака пылевзвеси). Видно отличие от рис. 1, а по форме поверхности слоя после прохождения ударной волны. Таким образом, определяющую роль в подъеме частиц пылевзвеси непосредственно за ударной волной при ее скольжении вдоль слоя играет сила Магнуса. Отметим, что структура ударной волны внутри слоя и значения углов α_1 и α_2 в расчетах без учета силы Магнуса и при $K_{\text{Magn}} = 20$ совпадают. Варьирование же коэффициента силы Саффмана K_{Saf} от нуля до 160, т. е. в диапазоне, указанном в [8], показывает отсутствие сколь-нибудь заметного влияния этих сил на диспергирование плотного слоя пыли, в отличие от динамики подъема одиночных частиц [8].

В таблице приведены результаты расчета значений углов α_1 и α_2 в сопоставлении с данными измерений [10]. Имеется хорошее согласование качественных зависимостей от числа Маха ударной волны, удовлетворительное количественное соответствие по углу α_1 и хорошее — по углу α_2 . Возможной причиной несовпадения расчетных и экспериментальных значений α_1 является то, что в расчетах соблюдалось соответствие по средней плотности взвеси, но не учитывалось наличие малой добавки тяжелых частиц оксида свинца, доля которых в [10], к сожалению, не указана.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ СО СЛОЕМ ПЫЛЕВЗВЕСИ

Рассматривается задача о взаимодействии взрывной волны (аналогичной возникающей при локальном взрыве метана в угольных шахтах) со слоем частиц высокой плотности, расположенным в области $x \ge 0, \ 0 \le y \le h(x).$ Источник взрывной волны находится на некоторой высоте над поверхностью (см. кадр 1 на рис. 3). В двумерной постановке в качестве начальных данных принимается цилиндрическая ударная волна с осью симметрии, перпендикулярной плоскости рисунка (радиус цилиндра 0.05 м, число Маха варьируется). Поверхностный слой пыли может быть как гладким, так и с неровностями. Неровность поверхности моделировалась синусоидальной зависимостью формы поверхности $h = h_0 + \Delta h \cos(\omega x)$, параметры Δh , ω варьировались. Задача решалась в двумерной постановке. Расчеты проводились для сферических частиц угля диаметром d = 50 мкм при варьировании их объемной концентрации от 0.1 до 0.4. Расчетная область составляла 3×0.34 м, шаг сетки 0.001 м. Типичная картина начальной стадии процесса распространения ударной волны и взаимодействия со слоем пыли показана на рис. 3 в виде теневых полей давления газа в различные моменты времени с шагом 0.2 мс. Здесь при отражении ударной волны от слоя формируется поперечная волна, неравномерность фронта которой обусловлена неоднородностью течения за фронтом скользящей вдоль слоя взрывной ударной волны в процессе ее торможения. Распределение плотности частиц аналогично картине, представленной для более позднего момента времени на рис. 4, а.



Рис. 3. Начальная стадия взаимодействия взрывной волны с плотным слоем пылевзвеси. Поля давления газа (M₀ = 3, Δt = 0.2 мс)



Рис. 4. Влияние формы поверхности слоя на его взаимодействие с ударной волной: a — гладкий слой, b — волнистый слой, слева — численные шлирен-фотографии, справа — поля плотности частиц; $M_0 = 3$

Влияние силы Саффмана

Так же как и в предыдущей задаче, варырование K_{Saf} от 0 до 160 не выявило значимого влияния на картину подъема слоя частиц. Таким образом, сила Саффмана практически не дает вклада в процесс диспергирования при взаимодействии ударных волн со слоевыми отложениями высокой плотности, что отличает данный процесс от динамики подъема одиночных частиц [8].

Влияние формы поверхности

Влияние волнистости поверхности слоя на взаимодействие с ударной волной иллюстрирует рис. 4, где представлен процесс при $M_0 = 3$, $\rho_{20} = 240 \text{ kr/m}^3$, $e_{c0} = 0.00001 \text{ m}^2/\text{mc}^2$, $h_0 =$



Рис. 5. Влияние силы Магнуса на дисперсию пылевого слоя за взрывной ударной волной: $e_{c0} = 0.00001 \text{ M}^2/\text{мc}^2$, $m_0 = 0.2$, $M_0 = 3$, t = 1.6 мc; $K_{\text{Magn}} = 1$ (a), 20 (б), 85 (в); изолинии, обозначенные цифрой 5, соответствуют плотности частиц 5 кг/м³

2 см, $\Delta h = 0$ (рис. 4,*a*) и $\Delta h = 0.2$ см (рис. 4,*б*) в момент времени 2 мс. Сила Магнуса в данном варианте исключена из рассмотрения ($K_{\text{Magn}} =$ 0). Как видно, влияние формы поверхности проявляется лишь в картинах взаимодействия ударной волны с поверхностью слоя и практически не сказывается на дисперсии частиц из слоя. Картины плотности частиц на рис. 4 представлены в единой теневой шкале (неравномерной для визуализации облака при низких значениях плотности). Максимальная объемная концентрация частиц при сжатии слоя достигала значения 0.43. На поверхности основного поджатого слоя в результате взаимодействия с проникающей в слой ударной волной возможно развитие неустойчивости Рихтмайера — Мешкова (см., например, [31]).

Влияние силы Магнуса

Значительный эффект силы Магнуса в задачах о подъеме пыли из пылевых слоев под действием ударных волн отмечался в работах [11–13]. Расчеты по формуле (8) при варьировании коэффициента K_{Magn} также указывают на существенное влияние этих сил на диспергирование слоев пыли. На рис. 5 приведены поля плотности частиц, полученные при различных значениях K_{Magn} , цифрой обозначены изолинии, отвечающие плотности 5 кг/м³. Отметим, что при $K_{\text{Magn}} = 20$ картина диспергирования (рис. 5,6) наиболее соответствует представленной в [10] экспериментальной фотографии, при этом же значении в [12] получено соответствие расчетных результатов и экспериментальных данных по формированию облаков пылевзвесей.

Роль системы волн сжатия-отражения

При высоких значениях числа Атвуда (порядка 100) преломленная в слое ударная волна распространяется под очень малым углом к подложке и внутри слоя переходит в дисперсионную волну сжатия [30]. Поэтому механизм подъема пыли, связанный с взаимодействием



Рис. 6. Изолинии плотности частиц в модели без учета (*a*) и с учетом (*б*) столкновений: $e_{c0} = 0.0001 \text{ m}^2/\text{мc}^2$, $K_{\text{Magn}} = 0$, $M_0 = 3$, t = 2 мс; цифры на изолиниях — плотность частиц, кг/м³

этой волны с подложкой и поверхностью слоя [4, 6], в плотных слоях, возможно, нивелируется другими факторами: столкновениями частиц между собой и влиянием силы Магнуса.

Влияние столкновений на подъем частиц

Расчеты проводились при различных значениях параметров, характеризующих интенсивность хаотического движения частиц. На рис. 6 показаны результаты, полученные для волнистого слоя ($\Delta h = 0.2$ см) в рамках стандартной (бесстолкновительной) модели (рис. 6, a) и при учете столкновений с начальной хаотической энергией $e_{c0} = 0.0001$ ${\rm M}^2/{\rm Mc}^2$, соответствующей средней скорости пульсаций 10 м/с (рис. 6,б). В представленном варианте воздействие силы Магнуса исключалось ($K_{\text{Magn}} = 0$). Расчеты выполнены при плотности частиц 0.1, 5 и 20 кг/м³. Положение фронта для приведенного на рис. 6 случая соответствует шлирен-изображениям на рис. 4. Как видно, наличие хаотического движения обусловливает незначительное «взбухание» слоя как в начальном состоянии перед фронтом ударной волны, так и за фронтом (рис. $6, \delta$). Отметим, что даже в отсутствие столкновений частиц их движение в поперечном направлении (рис. 6,a) является более интенсивным, чем в задаче о скольжении поддерживаемой ударной волны вдоль слоя (рис. 2 при $K_{\text{Magn}} = 0$). Это происходит за счет более сложной структуры течения, в частности, из-за наличия поперечной неоднородности за фронтом взрывной ослабляемой ударной волны.

Из сравнения рис. 6, a и рис. $6, \delta$ видно, что столкновения частиц способствуют дисперсии слоя: если изолинии плотности 5 кг/м³ слабо различаются в двух моделях, то изолиния 0.1 кг/м³ в столкновительной модели проходит существенно выше, таким образом, из-за столкновения частиц граница облака в значительной степени размывается. Типичная картина распределения столкновительного давления показана на рис. 7. Можно отметить, что максимальные давления в дискретной фазе, обусловленные столкновением частиц, невелики в сравнении с давлением газа, однако существенно больше, чем величина $m_2 p_1$, характеризующая вклад давления газа (часть силы Архимеда) в уравнениях для средних параметров частиц.

Соответствующая значению $K_{\text{Magn}} = 20$ картина дисперсии частиц из слоя приведена на рис. 8. Как оказалось, эффект столкновительной динамики при значительном начальном уровне хаотического движения частиц сравним с эффектом Магнуса (ср. рис. $8, \delta$ и рис. $5, \delta$). Различие состоит в том, что столкновительный подъем пыли характеризуется бо́льшим градиентом плотности, т. е. размы-



Рис. 7. Характерное распределение столкновительного давления ($e_{c0} = 0.00001 \text{ м}^2/\text{мc}^2$, $K_{\text{Magn}} = 0, m_0 = 0.2, M_0 = 3, t = 2 \text{ мc}$)



Рис. 8. Картина дисперсии частиц при $K_{\text{Magn}} = 20, m_0 = 0.2, M_0 = 3, t = 2$ мс, $e_{c0} = 0.00001 \text{ }\text{m}^2/\text{мc}^2$. Теневое поле плотности (*a*) и изолинии плотности (*б*)

тостью границы облака, а подъем за счет силы Магнуса затрагивает всю массу верхнего слоя. Это видно по положению изолиний $\rho_2 = 0.1 \text{ kr/m}^3$ и $\rho_2 = 5 \text{ kr/m}^3$ на рис. 5,6 и 8,6.

Влияние столкновительных эффектов на формирование облаков на поздних стадиях иллюстрирует рис. 9, где поля плотности частиц представлены в единой теневой шкале (расчет с $K_{\text{Magn}} = 0$). Как видно, увеличение на порядок энергии хаотического движения частиц (т. е. увеличение примерно в 3 раза скорости пульсаций) приводит как к более интенсивному «взбуханию» основного слоя (примерно в 2 раза), так и к увеличению высоты подъема пелены диспергированного верхнего слоя (в 1.5 раза). Таким образом, хаотическое движение



Рис. 9. Влияние параметров столкновения на формирование облаков пыли при t = 16 мс: $e_{c0} = 0.00001$ (a), 0.0001 м²/мс² (б), $K_{\text{Magn}} = 0$, $m_0 = 0.1$, $M_0 = 5$

и столкновение частиц являются важными механизмами дисперсии облаков пылевзвесей за ударными волнами.

Развитие неустойчивости Кельвина — Гельмгольца

На изображениях формирования облаков пыли на поздних стадиях (см. рис. 9) также видно развитие неустойчивости Кельвина — Гельмгольца на границе раздела основной массы слоя, смещающегося вдоль поверхности, и распыленного облака из верхнего слоя частиц. Неустойчивость данного типа продемонстрирована, например, в численных расчетах [6] в рамках модели газовой динамики для задачи взаимодействия ударной волны со слоем более плотного (холодного) газа. Здесь, так же как и в [6], «взбухание» основной массы слоя при развитии неустойчивости Кельвина — Гельмгольца происходит со значительным запозданием относительно момента прохождения ударной волны. Это свидетельствует о том, что данный механизм подъема пыли развивается в течение определенного времени после прохождения ударной волны и, таким образом, является вторичным относительно других факторов, действующих непосредственно за ударной волной. В [6] это формирование системы волн внутри

слоя при умеренных значениях числа Атвуда, в нашем случае плотного слоя — это сила Магнуса и процесс столкновения частиц. Отметим, что расширение основной массы слоя, на котором развивается неустойчивость Кельвина — Гельмгольца, также происходит более интенсивно при высоком уровне хаотического движения частиц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе физико-математической модели волновой динамики двухфазной среды типа газ — несжимаемые частицы с учетом хаотического движения и столкновений частиц рассмотрены задачи о подъеме пыли из слоя насыпной плотности под действием проходящей плоской ударной волны и взрывной волны.

Для решения краевых задач данной модели модифицирован численный метод для случая высоких концентраций частиц, развитый нами ранее и основанный на схемах с монотонизирующими операторами (Хартена TVD и Джентри — Мартина — Дэйли).

Математическая модель верифицирована на задаче о прохождении плоской ударной волны вдоль плотного слоя. Получено, в частности, согласование с экспериментальными данными по форме ударной волны, углам преломления ударной волны в слое, углам поджатия поверхности слоя, а также по картинам дисперсии частиц из поверхностного слоя. Показана существенная роль силы Магнуса в процессе подъема частиц из слоя.

В задаче о взаимодействии взрывной ударной волны со слоем выявлено слабое влияние силы Саффмана и ударно-волновых структур внутри слоя (отражений) при высокой концентрации частиц. Показано определяющее влияние силы Магнуса на процесс поднятия пыли непосредственно за ударной волной.

При значительном начальном уровне пульсационных характеристик взвеси эффект столкновений частиц сопоставим с эффектом сил Магнуса. Столкновительные эффекты проявляются в большей степени в картинах формирования облаков пыли на поздних стадиях, как и развитие неустойчивости Кельвина — Гельмгольца.

Таким образом, развитие хаотического движения и столкновительной динамики частиц является дополнительным немаловажным фактором дисперсии плотных слоев пыли при ударно-волновых процессах.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Федоров А. В. Смесеобразование при распространении волновых процессов в газовзвесях (обзор) // Физика горения и взрыва. — 2004. — Т. 40, № 1. — С. 21–37.
- Федоров А. В., Федорова Н. Н., Федорченко И. А., Хмель Т. А., Руев Г. А. Исследование взаимодействия ударных волн с пылевыми системами. — Новосибирск: НГАСУ, 2001. — (Препринт № 2-2001).
- 3. Федоров А. В., Федорова Н. Н., Федорченко И. А., Хмель Т. А., Гостеев Ю. А. Математическое моделирование динамических явлений в смесях газа и твердых частиц. — Новосибирск: ИТПМ СО РАН, 2001. — (Препринт № 2-2001).
- Fedorov A. V., Fedorova N. N. Numerical simulation of dust lifting under the action of shock wave propagation along the near — wall layer // J. Phys. IV. France. — 2002. — V. 12, pt 7. — P. 97–104.
- 5. Борисов А. А., Любимов А. В., Когарко С. М., Козенко В. П. О неустойчивости поверхности сыпучей среды при скольжении по ней ударных и детонационных волн // Физика горения и взрыва. — 1967. — Т. 3, № 1. — С. 149–151.
- 6. Федоров А. В., Федорова Н. Н., Федорченко И. А., Фомин В. М. Математическое моделирование подъема пыли с поверхности // ПМТФ. — 2002. — Т. 43, № 6. — С. 113–125.

- 7. Волков В. Ф., Федоров А. В., Фомин В. М. Проблема взаимодействия сверхзвукового потока с облаком частиц // ПМТФ. — 1994. — Т. 35, № 6. — С. 26–31.
- Гостеев Ю. А., Федоров А. В. К расчету подъема пыли проходящей ударной волной // Физика горения и взрыва. — 2002. — Т. 38, № 3. — С. 80–84.
- Sakakita H., Hayashi A. K., Ivandaev A. I. Numerical simulation of shock wave interaction with powder layers // Shock Waves: Proc. 18th Intern. Symp. on Shock Waves, Japan 21–26 July, 1991. — Heidelberg etc.: Springer Verlag, 1992. — P. 563–568.
- Fan B. C., Chen Z. H., Jiang X. H., Li H. Z. Interaction of a shock wave with a loose dusty bulk layer // Shock Waves. 2007. V. 16. P. 179–187.
- Бойко В. М., Папырин А. Н. О динамике образования газовзвеси за ударной волной, скользящей вдоль поверхности сыпучей среды // Физика горения и взрыва. — 1987. — Т. 23, № 2. — С. 122–126.
- Klemens R., Wolanski P., Kosinski P., Korobeinikov V. P., Semenov I. V., Markov V. V., Menshov I. S. On combustion and detonation behind a shock wave propagating over a dust layer // Хим. физика. 2001. Т. 20, № 7. С. 112–118.
- 13. Киселев С. П., Киселев В. П. Подъем частиц пыли за отраженной ударной волной, скользящей над слоем частиц // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 5. С. 8–15.
- Ilea C. G., Kosinski P., Hoffmann A. C. Simulation of a dust lifting process with rough walls // Chem. Eng. Sci. — 2008. — V. 63. — P. 3864– 3876.
- Klemens R., Oleszczak P., Zydak P. Experimental and numerical investigation into the dynamics of dust lifting up from the layer behind the propagating shock wave // Shock Waves. 2013. V. 23. P. 263–270.
- 16. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
- Gidaspow D. Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions. — Boston: Academic Press, 1994.
- Goldshtein A., Shapiro M. Mechanics of collisional motion of granular materials. Part I. General hydrodynamics equations // J. Fluid Mech. 1995. V. 282. P. 75–114.
- Fedorov A. V., Khmel T. A. Description of shock wave processes in gas suspensions using the molecular-kinetic collisional model // Heat Transfer Res. — 2012. — V. 43, N 2. — P. 95–107.
- Хмель Т. А., Федоров А. В. Описание динамических процессов в двухфазных столкновительных средах с привлечением молекулярнокинетических подходов // Физика горения и взрыва. — 2014. — Т. 50, № 2. — С. 81–93.

- 21. Хмель Т. А., Федоров А. В. Моделирование распространения ударных и детонационных волн в запыленных средах при учете межчастичных столкновений // Физика горения и взрыва. — 2014. — Т. 50, № 5. — С. 53–62.
- 22. Гельфанд Б. Е., Медведев С. П., Поленов А. Н., Тимофеев Е. И., Фролов С. М., Цыганов С. А. Измерение скорости малых возмущений в пористх средах насыпной плотности // ПМТФ. — 1986. — № 1. — С. 141–144.
- Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Рудаков Д. А. Численное исследование метания слоя порошка сжатым газом // Физика горения и взрыва. — 1995. — Т. 31, № 4. — С. 63–70.
- 24. Хмель Т. А., Федоров А. В. Взаимодействие ударной волны с облаком частиц алюминия в канале // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 2. С. 89–98.
- Fedorov A. V., Khmel T. A. Cellular detonations in bi-dispersed gas-particle mixtures // Shock Waves. — 2008. — V. 18. — P. 277–280.
- 26. **Хмель Т. А.** Численное моделирование двумерных детонационных течений в газовзвеси реагирующих твердых частиц // Мат. моделирование. — 2004. — Т. 16, № 6. — С. 73–77.

- Федоров А. В., Хмель Т. А. Численные технологии исследования гетерогенной детонации газовзвесей // Мат. моделирование. 2006. Т. 18, № 8. С. 49–63.
- Федоров А. В., Харламова Ю. В., Хмель Т. А. Отражение ударной волны в облаке пыли // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 1. — С. 121–131.
- 29. Жилин А. А., Федоров А. В. Взаимодействие ударных волн с комбинированным разрывом в двухфазных средах. 2. Неравновесное приближение // ПМТФ. — 2001. — Т. 42, № 4. — С. 36–46.
- Ben-Dor G., Britan A., Elperin T., Igra O., Jiang J. P. Experimental investigation of the interaction between weak shock waves and granular layers // Experiments in Fluids. — 1997. — V. 22. — P. 432–443.
- 31. Руев Г. В., Федоров А. В., Фомин В. М. Развитие неустойчивости Рихтмайера — Мешкова при взаимодействии диффузного слоя смешения двух газов с ударными волнами // ПМТФ. — 2005. — Т. 46, № 3. — С. 3–11.

Поступила в редакцию 4/XII 2014 г.