УДК 536.24, 532.526.2

Эффективность энергоразделения при течении сжимаемого газа в плоском канале

М.С. Макаров^{1,2}, С.Н. Макарова¹

¹Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск ²Новосибирский государственный технический университет

E-mail: msmakarov@itp.nsc.ru

Численно исследуется метод энергоразделения в высокоскоростном потоке, предложенный А.И. Леонтьевым. Анализируется адиабатное течение сжимаемого газа с малым числом Прандтля (гелий-ксеноновой смеси) в плоском узком канале и течение с теплообменом в канале, разделённом теплопроводной стенкой. Проводятся оценки коэффициента восстановления температуры на адиабатной стенке, степени охлаждения низкоскоростной части потока, температурной эффективности и адиабатного КПД в канале с теплообменом. Впервые получены данные, позволяющие сравнить эффективность энергоразделения в высокоскоростном потоке с эффективностью аналогичных процессов в вихревых трубках и других устройствах газодинамического энергоразделения.

Ключевые слова: газодинамическое энергоразделение, гелий-ксеноновые смеси, узкий канал.

Введение

Под понятием газодинамического энергоразделения объединены процессы различные по своей природе, но приводящие к одному и тому же эффекту — к охлаждению одной части газового потока и нагреву другой только за счет газодинамики течения. Метод энергоразделения в вихревой трубе Ранка-Хилша является наиболее известным из них [1-5]. На основе вихревого эффекта построены системы кондиционирования воздуха летательных аппаратов, вихревые холодильные установки и т. д. [6, 7]. Метод газодинамического энергоразделения в сверхзвуковом потоке был предложен и теоретически проанализирован в работах [8, 9]. В этом методе энергоразделение осуществляется за счет переноса тепла через стенку, обтекаемую с одной стороны сверхзвуковой, а с другой стороны дозвуковой частью газового потока, истекающего из резервуара с известной температурой и давлением торможения. Эффективность теплопереноса зависит от перепада температур на стенке, который, в свою очередь, определяется коэффициентом восстановления температуры в адиабатных условиях. Для снижения коэффициента восстановления и увеличения эффективности энергоразделения предлагается использовать газовые смеси с малым числом Прандтля (гелий-ксенон, водород-ксенон) [10-12], осуществлять вдув или отсос газа из одной части течения в другую [9, 13–16], наносить на поверхность стенки различный рельеф [17]. Несмотря на активную работу в этом направлении, большинство исследований энергоразделения выполнены в условиях внешнего обтекания

^{*} Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ (грант МК-569.2012.8) и РФФИ (грант № 11-08-00365а).

теплообменной поверхности, что не позволяет оценить такие важные характеристики процесса, как потери давления при торможении потока в пограничном слое, степень охлаждения и нагрева частей потока, температурную эффективность и адиабатный КПД, и, как следствие, сравнить данный метод энергоразделения с другими существующими методами.

Целью настоящей работы является исследование не только тепловых, но и динамических характеристик процесса энергоразделения в высокоскоростном потоке при течении сжимаемого газа в плоском узком канале, а также оценка эффективности данного метода энергоразделения.

Постановка задачи и метод численного исследования

Принципиальная схема формирования течения и основные параметры задачи представлены на рис. 1. Гелий-ксеноновая смесь с объемной концентрацией гелия 50 % и наименьшим значением числа Прандтля для смесей благородных газов ($\Pr = 0,23$) истекает из резервуара 3 в резервуары 5 и 6 через внешне теплоизолированный канал 4. Канал состоит из высокоскоростной 1 и низкоскоростной 2 частей, образованных разделительной теплопроводной стенкой, показанной в разрезе выноской 7.

Считается, что газ, изоэнтропно расширяясь в системе подготовки потока, достигает на входе в высокоскоростную часть канала числа Маха M_{01} , а в низкоскоростную часть канала числа Маха $M_{02} \le M_{01}$, при этом очевидно, что давление P^* и температура T^* торможения газа сохраняются постоянными для обеих частей потока в канале. За счет высокой скорости потока температура газа в части канала I снижается более интенсивно, чем в части канала 2. Хотя торможение в пограничных слоях увеличивает температуру газа, ее значение на разделительной стенке остается все же ниже со стороны высокоскоростного потока, чем со стороны низкоскоростного. Как показано в работе [8], тепловой поток через теплопроводную разделительную стенку определяется перепадом температур, полученным при тех же условиях, но на адиабатной разделительной стенке, который, в свою очередь, определяется коэффициентом восстановления температуры r_T . Так, при $r_T = 1$ перепад температур равен нулю, и теплообмен между частями канала отсутствует. При $r_T < 1$ тепловой поток и охлаждению низкоскоростного. После прохождения газа



Рис. 1. Схема формирования течения в канале и основные параметры задачи. *1*, 2 — высокоскоростная и низкоскоростная части канала 4 соответственно; 3, 5, 6 — резервуары с исходным, нагретым и охлажденным газом соответственно; 7 — вертикальный разрез канала (расчетная область течения).

через 1-ю часть канала он попадает в резервуар 5, где изоэнтропно тормозится, и его давление достигает $P_h^* < P^*$, а температура $T_h^* > T$. Низкоскоростная часть потока попадает в резервуар 6, где после изоэнтропного торможения достигает параметров $P_c^* < P^*$ и $T_c^* < T^*$. Полученный таким образом перепад температур $T_h^* - T_c^*$, а также связанные с этим затраты $P^* - P_h^*$ и $P^* - P_c^*$ являются результатом процесса энергоразделения.

Высота канала, выбранная для анализа, составила 4 мм, при этом высоты высокоскоростной и низкоскоростной частей канала были равны $h_1 = h_2 = h = 2$ мм. В этом случае динамический и тепловой пограничные слои ($\delta u \, \delta_T$) смыкаются на расстоянии нескольких сантиметров от входа в канал, что приводит к прогреву ядра высокоскоростной части потока и к охлаждению ядра низкоскоростной части. При увеличении высоты канала обтекание теплообменной стенки становится близким к внешнему обтеканию, а температура торможения в ядре потока остается неизменной и равной температуре торможения на входе в канал. Очевидно, что в этом случае изменение среднемассовой температуры торможения по длине канала за счет энергоразделения будет незначительным.

Длина канала *L* ограничена участком ускорения высокоскоростного потока от начального M_{01} до M = 1, т. к. рассматривался канал постоянного поперечного сечения. В случае ламинарного режима течения *L* превышала 5 м при любом значении M_{01} от 0,01 до 0,4; в случае турбулентного режима *L* изменялась от 0,45 до 2 м.

Температура T^* и давление P^* торможения на входе в канал составляли 600 К и 10 атм. соответственно. Выбор конкретных значений этих параметров обусловлен необходимостью обеспечить достаточный потенциал потока для прокачки через узкий канал при достижении максимальной скорости высокоскоростного потока. Кроме того, из работ [18, 19] известно, что увеличение T^* и P^* приводит к росту теплового потока через разделительную стенку. Внешние стенки канала считались адиабатными, а стенка между высокоскоростной и низкоскоростной частью потока — бесконечно теплопроводной (бесконечно тонкой). При анализе адиабатного течения разделительная стенка считалась теплоизолированной, остальные параметры задачи оставались неизменными.

Задача решалась численными методами на основе системы дифференциальных уравнений двумерного сжимаемого пограничного слоя, дополненной $q - \omega$ моделью турбулентности [20, 21]. Из особенностей следует отметить, что использовалась модель Кейса–Крофорда для турбулентного числа Прандтля [22], которая, как было отмечено ранее в работах [18, 19], позволяет правильно описать теплообмен при турбулентном режиме течения газов с малым числами Прандтля. Свойства гелий-ксеноновой смеси определялись по комбинационным формулам из работ [23, 24], а данные по свойствам отдельных компонентов брались из базы данных [24]. Все используемые модели прошли предварительную верификацию. Решение описанной системы уравнений получено по неявной схеме с устранением нелинейности методом простых итераций. Расход в каждом сечении по длине расчетной области определялся методом секущих.

Адиабатное течение сжимаемого газа в узком канале

Как было сказано ранее, теплообмен между высокоскоростной и низкоскоростной частью потока определяется перепадом температур на теплоизолированной разделительной стенке. Для анализа влияния различных факторов, таких как режим течения, число Маха и др., на величину этого перепада проведено численное исследование динамики потока и теплообмена в рассматриваемом канале в адиабатных условиях.

На рис. 2 представлены характерные распределения температуры торможения по высоте канала, разделенного теплоизолированной стенкой. Число Маха на входе в высо-коскоростную часть канала составляло 0,2 а в низкоскоростную — 0,02. Как видно



Рис. 2. Распределения температуры торможения по высоте канала в двух сечениях на расстоянии x = 5 см(a) и 150 см (b) от входа в канал при числе Маха на входе в канал 1—0,2 и в канал 2—0,02. *1, 2*— высокоскоростной канал при ламинарном и турбулентном режиме течения соответственно, 3— низкоскоростной канал при любом режиме течения, 4, 5— полученные перепады температур при турбулентном и ламинарном режимах течения соответственно.

из графиков, температура торможения в низкоскоростной части канала практически не изменяется по сравнению с исходной T^* , а в высокоскоростной части в ядре потока увеличивается за счет передачи тепла от стенок. На стенках температура потока понижается до температуры восстановления, определяемой соотношением $T_w^* = T_e (1 + r_T (\gamma - 1)/2 M_e^2)$, где T_e и M_e — температура и число Маха на оси соответствующей части канала в рассматриваемом сечении, γ — показатель адиабаты (1,67 для гелий-ксеноновой смеси), r_T — коэффициент восстановления температуры.

Таким образом, в адиабатных условиях на стенке формируется перепад температур, обозначенный стрелками 4 и 5. Можно отметить, что перепад температур увеличивается по длине канала. На расстоянии 150 см от входа в канал перепад температур составляет девять градусов при ламинарном режиме течения и шесть градусов при турбулентном. Соответствующие этим перепадам температур потери давления в каналах составили: $P^* - P_c^* = 0,002$ атм и $P^* - P_h^* = 0,23$ атм при ламинарном режиме течения, $P^* - P_c^* = 0,004$ атм и $P^* - P_h^* = 3,3$ атм при турбулентном. Следует отметить, что давление торможения в охлаждаемом потоке практически не изменяется, а это означает, что поток сохраняет свою работоспособность, что отличает рассматриваемый метод энергоразделения от других методов.

Снижение температуры стенки со стороны высокоскоростного потока напрямую зависит от значения r_T . Из литературы известно, что коэффициент восстановления — это параметр, комплексно учитывающий влияние режима течения, градиента давления, проницаемости стенки и т. д. на температуру поверхности, омываемой высокоскоростным потоком газа.

На рис. 3 представлены характерные распределения локального коэффициента сопротивления $\xi = -(dP/dx)_e \cdot 4h/\overline{\rho u}^2$ (*a*) и коэффициента восстановления температуры на стенках канала $r_T = (T_w - T_e)/2(c_p)_e u_e^2$ (*b*) для области высокоскоростного ($M_{01} = 0, 2$, линии *1*, *4*) и низкоскоростного течения ($M_{02} = 0, 2$, линии *2*, *3*). Линии *1*, *2* соответствуют ламинарному, а *3*, *4* — турбулентному режимам течения. Удельная массовая теплоемкость газовой смеси $(c_p)_e$, температура T_e , скорость u_e и продольный



Рис. 3. Коэффициенты сопротивления (*a*) и восстановления (*b*) температуры при течении гелий-ксеноновой смеси в узком канале.

Ламинарный режим течения с числом Маха на входе 0,2 (1) и 0,02 (2); турбулентный режим течения с числом Маха на входе 0,02 (3) и 0,2 (4).

градиент давления $(dP/dx)_e$ определялись на оси соответствующей части канала. Плотность смеси $\bar{\rho}$ соответствовала среднему по сечению значению. Скорость потока \bar{u} определялась как среднемассовое значение в каждом сечении по длине канала.

Из графиков видно, что на участке гидродинамической стабилизации течения коэффициент восстановления температуры определяется формулой $\sqrt{\Pr}$, что соответствует внешнему ламинарному безградиентному обтеканию адиабатной стенки. При сохранении ламинарного режима течения в области стабилизированного течения значение r_T снижается практически вдвое, что очень важно для получения низкой температуры стенки со стороны высокоскоростного потока. При турбулентном режиме течения стабилизация потока также приводит к снижению коэффициента восстановления температуры, при этом его значение существенно зависит от числа Маха в ядре потока.

На рис. 4 представлены результаты расчета температуры адиабатной разделительной стенки со стороны высокоскоростной и низкоскоростной частей течения в зависимости от длины канала для различных чисел Маха М₀₁.

Из графиков видно, что с увеличением числа Маха M_{01} перепад температур на стенке увеличивается как при ламинарном, так и при турбулентном режиме течения. При этом длина канала L, при которой можно поддерживать расход газа, соответствующий начальному M_{01} , уменьшается, что связано с достижением в выходном сечении звуковых скоростей и запиранием канала. Из рис. 3, *а* также видно, что при увеличении длины канала больше некоторого критического значения его сопротивление резко возрастает.

Таким образом, в рассматриваемых условиях длина теплообменной поверхности оказывается ограниченной числом Маха на входе в высокоскоростную часть канала.

Числа Маха на входе в высокоскоростную часть канала: 0,4 (1), 0,3 (2) и 0,2 (3); число Маха на входе в низкоскоростную часть канала 0,02 (4); сплошные линии — для турбулентного, пунктирные — для ламинарного режимов.



Рис. 4. Температура адиабатной разделительной стенки в зависимости от длины канала.

В целом проведенный анализ течения в канале с адиабатической стенкой показал, что в рассматриваемых условиях можно получить температурный напор на разделительной стенке до 50 град. На теплопроводной стенке этот перепад температур обеспечит теплообмен между потоками газа в разных частях канала. Более высокие значения температурного перепада можно получить при большем числе Маха на входе в высокоскоростную часть канала, но при этом длина канала, на которой происходит теплообмен, существенно сокращается. В дальнейшем для анализа эффекта энергоразделения принимаем $M_{01} = 0.4$, а $M_{02} = 0.01...0.4$.

Газодинамическое энергоразделение сжимаемого газа в узком канале

На рис. 5 приведен пример распределения температуры торможения по высоте канала для параметров течения, соответствующих рис. 2, но при теплопроводной разделительной стенке. Из графика видно, что при $M_{01}/M_{02} = 0,2/0,02$ низкоскоростной поток существенно охлаждается до температуры, близкой к минимальной температуре теплообменной поверхности со стороны высокоскоростного течения. Нагрев же потока с высокой скоростью течения газа гораздо меньше, что обусловлено значительно большим расходом газа через эту часть канала.

Поскольку тепловой поток при $r_T < 1$ всегда направлен в сторону высокоскоростного потока, ожидать сильного прогрева этой части течения за счет эффекта энергоразделения не следует. Основной результат перераспределения тепла в рассматриваемом процессе связан с охлаждением низкоскоростной части потока. Следует отметить, что устройства, основанные на эффекте Ранка, также получили промышленное применение как источники холодного газа.

На рис. 6 представлено изменение безразмерного теплового потока \overline{q}_w от числа Маха на оси высокоскоростной части канала для ламинарного (*a*) и турбулентного (*b*) режимов течения. Полученные данные сравниваются с аналитическими зависимостями, полученными в работах [3, 9, 19] для внешнего обтекания теплообменной поверхности:



Рис. 5. Распределения температуры торможения по высоте канала в сечении на расстоянии 150 см от входа в канал при ламинарном (*a*) и турбулентном (*b*) режимах течения.

1, 3 — соответственно для высокоскоростной и низкоскоростной частей канала при адиабатной разделительной стенке, 2 — при теплопроводной стенке.





Числа Маха на входе в низкоскоростную часть канала: 0,01 (1), 0,05 (2), 0,1 (3), 0,2 (4), 0,4 (5); сплошные линии численное моделирование, пунктирные — аналитические зависимости для внешнего обтекания теплообменной поверхности в тех же условиях.

где q_w — удельный тепловой поток через теплообменную поверхность, \Re — универсальная газовая постоянная, μ^* , c_p^* , Pr, M — коэффициент динамической вязкости, удельная изобарная теплоемкость, число Прандтля и молекулярный вес газовой смеси при параметрах торможения потока на входе в канал, x — расстояние от входа в канал, $U_e = M_e / (M_e^2 + 2/(\gamma - 1))^{0.5}$ — приведенная скорость потока на оси соответствующего канала, A, n, m — константы, равные 0,332, 0,5, 2/3 для ламинарного и 0,0296, 0,2, 0,6 для турбулентного режимов течения. Коэффициент восстановления температуры $r_T = \sqrt{Pr}$ для ламинарного и 0,9 Pr^{0,1} — для турбулентного режимов течения [19], $\Psi = (1 - U_e^2)^{0.6} (1 - (1 - r_T)U_e^2)^{-0.5}$ относительная функция теплообмена, учитывающая влияние сжимаемости газа на теплообмен (для ламинарного режима $\Psi = 1$).

Из графиков видно, что полученные данные по тепловому потоку удовлетворительно описываются приведенной формулой при турбулентном режиме течения. При ламинарном режиме течения расчет по формуле дает существенно заниженные значения теплового потока при высоких значениях числа Маха. Этот факт можно объяснить тем, что турбулентный пограничный слой более консервативен к изменению граничных условий, чем ламинарный. Кроме того, ускорение при турбулентном режиме течения приводит к меньшей деформации профиля скорости потока, чем при ламинарном режиме течения. Поскольку при высокоскоростном течении в канале режим течения, как правило, турбулентный, формулу можно рекомендовать для оценочных расчетов теплообмена в устройствах, основанных на рассматриваемом методе энергоразделения.

Из формулы следует, что при $M_{01} = M_{02}$ тепловой поток через разделительную стенку будет равен нулю. Данные численного моделирования подтверждают этот вывод. Кроме того, на основе полученных данных, показано, что существует диапазон оптимальных значений $M_{01}/M_{02} = 2...4$, в котором тепловой поток принимает максимальные значения (линии 3, 4 на рис. 6).

Анализ эффективности энергоразделения

Выбор оптимальных соотношений между числами Маха в высокоскоростной и низкоскоростной частях канала позволяет интенсифицировать теплообмен и получить большие значения теплового потока через разделительную стенку, однако с точки зрения

Макаров М.С., Макарова С.Н.



Рис. 7. Степень охлаждения низкоскоростного потока в зависимости от длины канала при ламинарном (*a*) и турбулентном (*b*) режимах течения.

Числа Маха на входе в низкоскоростную часть канала: 0,01 (1), 0,05 (2), 0,1 (3), 0,2 (4), 0,3 (5), 0,4 (6).

снижения температуры низкоскоростного потока соотношение $M_{01}/M_{02} = 2...4$ не является лучшим. Из рис. 7 видно, что при ламинарном режиме среднемассовая температура низкоскоростного потока \overline{T}_c^* снижается на 60 градусов, а при турбулентном на 15 градусов в том случае, когда M_{02} принимает наименьшее значение — 0,01.

При одинаковых значениях числа Маха на входе в высокоскоростную и в низкоскоростную части канала (при одинаковых расходах) среднемассовая температура торможения по длине канала не изменяется. Это объясняется тем, что в данном случае течение в обеих частях канала развивается одинаково, максимум температуры находится на разделительной стенке, и, как было сказано ранее, теплоперенос через нее отсутствует. Эффективность рассматриваемого метода энергоразделения в этом случае равна нулю. Интересно отметить, что при энергоразделении в вихревой трубе Ранка–Хилша, напротив, при близких расходах эффективность охлаждения максимальна [1, 2].

Процесс энергоразделения в вихревой трубке принято характеризовать такими параметрами, как коэффициент температурной эффективности η_T и адиабатный КПД η [1, 2]. Коэффициент температурной эффективности представляет собой отношение получаемой степени охлаждения ($\overline{T_c}^* - T^*$) к степени охлаждения при изоэнтропийном расширении газа ΔT_s^* с исходными параметрами P^* и T^* до давления охлажденного потока P_c^* , а адиабатный КПД равен отношению реальной холодопроизводительности к максимально возможной в идеальном процессе расширения с отдачей работы:

$$\eta_T = \frac{\overline{T}_c^* - T^*}{\Delta T_s^*}, \ \eta = \frac{G_c}{G} \frac{\overline{T}_c^* - T^*}{\Delta T_s^*}, \ \Delta T_s^* = T^* \left(\left(P^* / P_c^* \right)^{1 - \gamma / \gamma} - 1 \right),$$
(2)

где G_c — массовый расход охлаждаемого газа (в данном случае через низкоскоростную часть канала), G — суммарный расход газа через канал. Оценим эти параметры для рассматриваемого метода энергоразделения.

На рис. 8 представлены результаты расчета коэффициентов η_T и η для тех же условий, в которых получены данные по степени охлаждения (рис. 7). Из графиков видно, что с уменьшением расхода газа через низкоскоростную часть канала коэффициент температурной эффективности и адиабатный КПД сильно возрастают, это связано



Рис. 8. Коэффициент температурной эффективности (a, b) и адиабатный КПД (c, d) в зависимости от длины канала при ламинарном (a, c) и турбулентном (b, d) режимах течения. Числа Маха на входе в низкоскоростную часть канала: 0,01 (1), 0,05 (2), 0,1 (3), 0,2 (4), 0,3 (5).

с увеличением глубины охлаждения газа и снижением потерь давления на прокачку теплоносителя. Для рассматриваемого метода энергоразделения коэффициент температурной эффективности может достигать 100, а адиабатный КПД — 10. Следует отметить, что по данным работы [1] для лучших вихревых аппаратов $\eta_T = 0,7$, $\eta = 0,32$. Столь высокие значения η_T и η можно объяснить тем, что при определении степени охлаждения части канала. Поскольку с уменьшением расхода газа через низкоскоростную часть канала потери давления снижаются, то снижается и значение ΔT_s^* . При расчете температурной эффективности и адиабатного КПД в трубах Ранка–Хилша также используют перепад давления на входе из канала, однако в этом случае потери давления существенно больше, так как учитываются затраты на прокачку как периферийной (нагреваемой), так и осевой (охлаждаемой) части закрученного потока.

Для рассматриваемого метода энергоразделения можно попытаться учесть затраты на прокачку теплоносителя в высокоскоростной части канала, определив ΔT_s^* по перепаду давления P^*/P_h^* . Зависимости модифицированных таким образом параметров (коэффициента температурной эффективности $\overline{\eta_T}$ и адиабатного КПД $\overline{\eta}$) от длины канала представлены для ламинарного (рис. 9, *a*, *c*) и турбулентного (рис. 9, *b*, *d*) режимов течения. Из графиков видно, что при ламинарном режиме течения максимальное значение $\overline{\eta_T}$





Рис. 9. Модифицированный коэффициент температурной эффективности (a, b) и модифицированный адиабатный КПД (c, d) в зависимости от длины канала при ламинарном (a, c) и турбулентном (b, d) режимах течения.

Числа Маха на входе в низкоскоростную часть канала: 0,01 (1), 0,05 (2), 0,1 (3), 0,2 (4), 0,3 (5).

составляет 1,8, что выше, чем для труб Ранка–Хилша, а максимальное значение η составляет только 0,1, что ниже, чем у лучших образцов вихревых труб. При турбулентном же режиме течения модифицированный коэффициент температурной эффективности не превышает 0,4, а адиабатный КПД — 0,02. Следует отметить, что в модифицированном виде коэффициент температурной эффективности и адиабатный КПД достигают максимальных значений при том же соотношении M_{01}/M_{02} , что и тепловой поток.

Заключение

Из проведенного анализа следует, что прямое применение показателей эффективности, используемых при анализе вихревых труб, не позволяет провести однозначно корректное сравнение различных методов энергоразделения. Тем не менее, для рассматриваемой конфигурации канала и режимных параметров течения полученные значения модифицированного коэффициента температурной эффективности находятся на уровне лучших образцов вихревых труб. В рассматриваемом методе существенную роль играют потери давления в высокоскоростной части канала, которые необходимо учитывать. Эффективность энергоразделения напрямую зависит от режима течения. Следует стремиться к реализации ламинарного режима при разработке реальных аппаратов. Это, по-видимому, можно сделать, переходя к меньшим размерам каналов, изменяя рабочие параметры теплоносителя.

Следует отметить, что в работе впервые показана возможность энергоразделения в высокоскоростном, но дозвуковом потоке, а теоретические основы анализа процесса энергоразделения в сверхзвуковом потоке применимы и к этому случаю.

Список литературы

- 1. Суслов А.Д., Иванов С.В., Мурашкин А.В., Чижиков Ю.В. Вихревые аппараты. М.: Машиностроение, 1985. 256 с.
- Пиралишвили Ш.А., Поляев В.М., Сергеев М.Н. Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения / Под ред. А.И. Леонтьева. М.: УНЦП Энергомаш, 2000. 412 с.
- 3. Леонтьев А.И. Газодинамические методы температурной стратификации // Известия РАН. МЖГ. 2002. № 4. С. 6–26.
- Leontiev A.I. New methods of gas-dynamic temperature stratification // Low Temperature and Cryogenic Refrigeration. 2003. Vol. 99. P. 249–263.
- 5. Дубнищев Ю.Н., Меледин В.Г., Павлов В.А., Яворский Н.И. Исследование структуры течения и энергоразделения в вихревой трубке квадратного сечения // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10, № 4. С. 587–598.
- 6. Веретенников С.В. Повышение эффективности охлаждения лопаток газовых турбин за счет использования характерных особенностей закрученных течений // Вестник Рыбинской гос. авиац. технол. акад. 2010. № 2 (17). С. 23–28.
- 7. Носков А.С., Ловцов А.В., Хаит А.В. Моделирование газового потока в двухконтурной вихревой трубе Ранка–Хилша // Вычислительная механика сплошных сред. 2012. Т. 5, № 3. С. 313–321.
- 8. Леонтьев А.И. Газодинамический метод энергоразделения газовых потоков // ТВТ. 1997. Т. 35, № 1. С. 157–159.
- 9. Бурцев С.А., Леонтьев А.И. Температурная стратификация в сверхзвуковом потоке газа // Известия РАН. Энергетика. 2000. № 5. С. 101–113.
- 10. Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Якубенко А.Е. Коэффициент восстановления в сверхзвуковом потоке газа с малым числом Прандтля // ТВТ. 2006. Т. 44, № 2. С. 238–245.
- 11. Виноградов Ю.А., Ермолаев И.К., Здитовец А.Г., Леонтьев А.И. Измерение равновесной температуры стенки сверхзвукового сопла при течении смеси газов с низким значением числа Прандтля // Известия РАН. Энергетика. 2005. № 4. С. 128–133.
- 12. Вигдорович И.И., Леонтьев А.И. К теории энергоразделения потока сжимаемого газа // Известия РАН. МЖГ. 2010. № 3. С. 103–109.
- 13. Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Якубенко А.Е. Коэффициент восстановления в области газовой завесы за проницаемой поверхностью // Известия РАН. Энергетика. 2006. № 2. С. 12–18.
- 14. Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Якубенко А.Е. Влияние вдува (отсоса) на энергоразделение потоков сжимаемого газа // Известия РАН. МЖГ. 2011. № 6. С. 110–117.
- 15. Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Макарова М.С. Температурная стратификация при отсосе пограничного слоя из сверхзвукового потока // ТВТ. 2012. Т. 50, № 6. С. 793–798.
- 16. Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Якубенко А.Е. Сжимаемый турбулентный пограничный слой на проницаемой пластине при вдуве инородного газа // ТВТ. 2007. Т. 45, № 4. С. 543–551.
- 17. Здитовец А.Г., Титов А.А. Влияние формы поверхности теплоизолированного стержня, омываемого сверхзвуковым потоком, на коэффициент восстановления температуры // Известия РАН. Энергетика. 2007. № 2. С. 111–117.
- 18. Макаров М.С., Волчков Э.П. Газодинамическая температурная стратификация в сверхзвуковом потоке // Известия РАН. Энергетика. 2006. № 2. С. 19–31.
- 19. Макаров М.С. Газодинамическая температурная стратификация в сверхзвуковых потоках: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.14: защищена 25.04.2007: утверждена 14.09.2007 / Новосибирск: 2007. 154 с.
- Coakley E.J. Turbulence modeling methods for the compressible Navier–Stokes equations // 16th Fluid and Plasma Dynamics Conf.: AIAA Paper 1983-1693. 1983. P. 1–13.
- Gerlinger P., Bruggemann D. An implicie scheme for the compressible Navier-Stokes equations with low-Reynolds-number turbulence closure // J. Fluids Engineering. 1998. Vol. 120, No. 6. P. 257–262.
- Weigand B., Ferguson J.R., Crawford M.E. An extended Kays and Crawford turbulent Prandel number model // Int. J. Heat Mass Transf. 1997. Vol. 40, No. 17. P. 4191–4196.
- 23. Рид Р., Праусниц Д., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей: справочное пособие. Пер. с англ., 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Химия, 1982. 592 с.
- Gordon S., McBride B.J. Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications. Washington: NASA, RP1311, 1994. Vol. 1. 58 p.

Статья поступила в редакцию 30 апреля 2013 г.