

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ АРМИРОВАННЫХ ПЛАСТИН С УЧЕТОМ ПРОЧНОСТИ

УДК 539.4:678.067

А. Г. Колпаков

Сибирская государственная академия телекоммуникаций и информатики,  
630009 Новосибирск

В [1–3] на основе асимптотического метода осреднения в теории упругости оболочек в сочетании с приближенным методом решения локальных задач теории осреднения [4] был проведен анализ напряженно-деформированного состояния оболочки, армированной высокомодульными волокнами. В данной работе полученные результаты применяются для решения задачи проектирования.

**1. Расчет армированных пластинок.** Приведем сводку используемых результатов [1–4] исследования задачи теории упругости для тонкого (с характерной толщиной  $\varepsilon \ll 1$ ) композиционного слоя. В [1–4] рассматривается композит, образованный слоями параллельных волокон (см. рисунок). Волокна в слоях уложены на равном расстоянии  $\delta_f$  друг от друга, расстояния между слоями  $\delta_b$  одинаковы.

Предельные (при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ) механические характеристики пластинки вычисляются на основе решения локальных задач на ячейке периодичности структуры пластинки [1–4]. В рассматриваемом случае для приближенного решения локальных задач может быть использована предложенная в [4] модель жестких волокон в мягком связующем, основанная на следующих гипотезах:

- 1) влиянием связующего на перемещения каркаса волокон можно пренебречь;
- 2) перемещения связующего определяются из решения задачи теории упругости с условием идеального сцепления на границе раздела волокно — связующее.

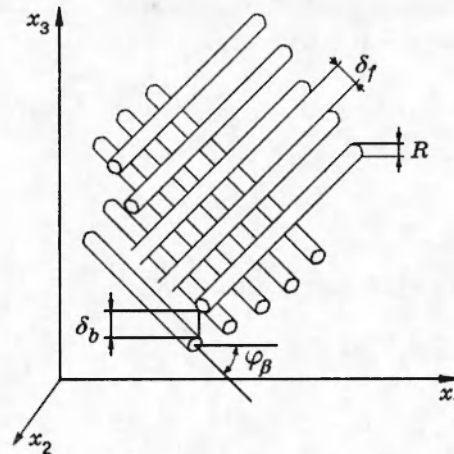
Точное решение задачи п. 1 было получено в [5]. Решение задачи из п. 2 возможно только численными методами. Однако можно найти оценки деформаций связующего, что было сделано в [1–4].

**Жесткости армированных пластинок.** В соответствии с моделью жестких волокон в мягком связующем жесткости на растяжение  $S_{ijkl}^0$ , косимметричная часть жесткостей  $S_{ijkl}^1$  и жесткости на изгиб  $S_{ijkl}^2$  пластинки имеют вид [5]

$$\begin{aligned} S_{ijkl}^0(\mathbf{u}) &= E_f \sum_{\beta=1}^N b_{ijkl}(\varphi_\beta) \gamma, & S_{ijkl}^1(\mathbf{u}) &= E_f \sum_{\beta=1}^N b_{ijkl}(\varphi_\beta) a_\beta \gamma, \\ S_{ijkl}^2(\mathbf{u}) &= E_f \sum_{\beta=1}^N b_{ijkl}(\varphi_\beta) c_{ijkl}(\varphi_\beta) \gamma, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $\gamma = \pi R^2 / [(2R + \delta_f)(2R + \delta_b)]$ ;  $i, j, k, l = 1, 2$ ;  $\mathbf{u}$  — переменная проектирования, включающая в себя:  $N$  — число армирующих семейств (если не зафиксировано),  $R$  — радиус волокон,  $\delta_f$  — расстояние между волокнами в армирующем слое,  $\delta_b$  — расстояние между слоями армирующих волокон,  $\varphi_\beta$  — угол между осями волокон  $\beta$ -го семейства и осью  $Ox_1$  (см. рисунок);  $a_\beta, b_{ijkl}, c_{ijkl}$  — приведенные в [1, 2] функции, причем  $b_{ijkl}, c_{ijkl}$  зависят только от угла укладки волокон в данном слое, а  $a_\beta$  — только от удаленности  $\beta$ -го слоя волокон от плоскости  $Ox_1x_2$ .

**Локальные напряжения и деформации волокон.** В [1–5] получены следующие формулы для вычисления осевых напряжений в волокнах  $\sigma_f$  (остальные напряжения в волокнах



равны нулю [1]):

$$\sigma_f = E_f \sum_{i,j=1,2} l_i^\beta l_j^\beta (e_{ij} + x_3 \rho_{ij}) \quad (1.2)$$

в  $\beta$ -м слое армирующих волокон. Здесь  $e_{ij}$  — деформации растяжения — сжатия и сдвига в плоскости пластинки;  $\rho_{ij}$  — деформации изгиба и кручения (вычисляются по решению задачи о деформировании пластинки с упругими постоянными (1.1) согласно стандартным формулам [6]);  $E_f$  — модуль Юнга материала волокна;  $i^\beta$  — направляющий вектор  $\beta$ -го семейства волокон.

Локальные напряжения и деформации связующего. Общие формулы для локальных перемещений каркаса волокон приведены в [1, 2], они позволяют провести анализ локальных смещений в результате разложения их на межволоконные смещения, вызванные взаимным смещением волокон в пределах одного армирующего слоя, и межслойные смещения, вызванные взаимными смещениями соседних слоев армирующих волокон.

Результатом проведенного в [1, 2] анализа является табл. 1, в которой представлены оценки микроскопических деформаций связующего  $e_b^\gamma$ , соответствующие усредненным деформациям  $e_{ij}$  и кривизнам  $\rho_{ij}$  ( $\gamma$  в табл. 1 — номер механизма деформирования).

Таблица 1

$\gamma$	Механизм деформирования	Оценка
1	Межволоконные растяжения	$ x_3   \rho_{ij}  +  e_{ij} $
2	Межволоконные сдвиги	$(\epsilon  x_3  \frac{R}{\delta_f} +  x_3 )  \rho_{ij}  +  e_{ij} $
3	Межволоконные кручения	$(\epsilon  x_3  \frac{R}{\delta_f} +  x_3 )  \rho_{ij}  +  e_{ij} $
4	Межслойные растяжения	$(\frac{ x_3 }{\delta_b} +  x_3 )  \rho_{ij} $
5	Межслойные кручения	$(\epsilon R + \frac{R x_3 }{\delta_b} + \frac{\epsilon x_3 R}{\delta_b})  \rho_{ij}  + \frac{R}{\delta_b}  e_{ij} $

Оценки в табл. 1 уточняют приведенные в [1, 3] (в табл. 1 отсутствуют члены с  $\nabla w$ ). Причиной присутствия в [1, 3] членов с  $\nabla w$  (завышающих оценку) является неучет в [1, 3] глобальных изгибных деформаций пластинки. Приводимые оценки могут быть выведены из [1, 3], если учесть, что перемещение пластинки как твердого целого не меняет деформаций в ней и в то же время при его подходящем выборе обращает в нуль  $\nabla w$  в рассматриваемой точке.

Как следует из табл. 1 макродеформациям пластинки соответствует спектр деформаций связующего на локальном уровне. Эти локальные деформации связаны с локальной структурой пластинки.

**2. Усредненный критерий прочности.** Возьмем локальный критерий прочности материала волокон в виде

$$|\sigma_f| \leq \sigma_f^* \quad (2.1)$$

( $\sigma_f^*$  — прочность материала волокон).

Подставив в (2.1) формулу (1.2), получим

$$f_\beta \equiv \left| E_f \sum_{i,j=1,2} l_i^\beta l_j^\beta (e_{ij} + x_3 \rho_{ij}) \right| / \sigma_f^* \leq 1 \quad (2.2)$$

в  $\beta$ -м слое армирующих волокон.

Для связующего имеются только оценки деформаций. Поэтому будем исходить для него из критерия неразрушения в следующем виде:

если для  $e_b^\gamma$  (верхней оценки деформаций) выполнено условие

$$|e_b^\gamma| \leq e_b^{\gamma*} \quad (2.3)$$

( $e_b^{\gamma*}$  — предельная деформация материала связующего, отвечающая  $\gamma$ -му механизму деформирования связующего), то материал связующего не разрушается.

Подставив в (2.3) оценки  $e_b^\gamma$  из табл. 1, имеем

$$g_\gamma = |e_b^\gamma| / e_b^{\gamma*} \leq 1, \quad (2.4)$$

где  $e_b^\gamma$  — оценка, соответствующая  $\gamma$ -му механизму локального деформирования связующего.

Выполнение неравенства

$$S(\mathbf{u}, e_{ij}, \rho_{ij}) \equiv \max\{f_1, \dots, f_N, g_1, \dots, g_5\} \leq 1 \quad (2.5)$$

гарантирует неразрушение всех компонентов композита. Критерий (2.5), содержащий глобальные (средние) деформации и кривизны  $e_{ij}$ ,  $\rho_{ij}$  пластинки, называется усредненным [4, 7–10].

**3. Проектирование пластинки с заданными деформационно-прочностными характеристиками.** Постановка задачи: установить, можно ли создать пластинку с требуемым набором жесткостных и прочностных характеристик, используя заданный набор волокон. Если последний вопрос решается положительно, следует найти решение — проект композита с заданными характеристиками.

Формализация задачи: решить уравнение

$$S_{ijkl}^\nu(\mathbf{u}) = S_{ijkl}^\nu \quad ((\nu, i, j, k, l) \in \Lambda) \quad (3.1)$$

( $\Lambda$  — набор задаваемых жесткостей; как правило, задаются не все жесткости) с ограничениями по прочности

$$S(\mathbf{u}, e_{ij}, \rho_{ij}) \leq 1 \quad (3.2)$$

и ограничениями на переменные проектирования

$$\min_i \leq u_i \leq \max_i. \quad (3.3)$$

Здесь  $S_{ijkl}^\nu$  — заданные жесткости;  $e_{ij}$ ,  $\rho_{ij}$  — заданные деформации и кривизны, которые должна выдерживать пластинка. Решение проводится относительно вектора  $\mathbf{u} = (R, \delta_f, \delta_b, \varphi_1, \dots, \varphi_N)$  (при заданном числе армирующих семейств  $N$ ).

Таблица 2

Задача	Время и точность решения	
	Алгоритм а	Алгоритм б
1	2 мин, 1 %	9 мин, 3 %
2	2 мин, 1 %	3 мин 30 с, 3 %

Один из возможных способов решения задачи (3.1)–(3.3) — сведение ее к задаче минимизации. Составим функцию

$$F(\mathbf{u}) = \sum_{\substack{i,j,k,l=1,2 \\ \nu=0,1,2}} A_{ijkl}^{\nu} \frac{|S_{ijkl}^{\nu}(\mathbf{u}) - S_{ijkl}^{\nu*}|}{S_{ijkl}^{\nu*}} + P(\mathbf{u}), \quad (3.4)$$

где  $A_{ijkl}^{\nu} = 1$ , если жесткость  $S_{ijkl}^{\nu}$  входит в число заданных, а в противном случае  $A_{ijkl}^{\nu} = 0$ ;  $P(\mathbf{u})$  — штраф за нарушение условий (3.2):  $P(\mathbf{u}) = 0$ , если для  $\mathbf{u}$  условие (3.2) выполнено,  $P(\mathbf{u}) = \text{const} > 0$ , если не выполнено;  $S_{ijkl}^{\nu*}$  — характерные значения жесткостей. Очевидно, что  $\mathbf{u}$  — решение задачи (3.1)–(3.3), если  $F(\mathbf{u}) = 0$ . Поскольку по определению  $F(\mathbf{u}) \geq 0$ , то задача сводится к поиску глобального минимума функции (3.4).

**4. Алгоритмы, программное обеспечение.** В качестве алгоритмов поиска глобального минимума функции (3.4) использовались следующие:

- а) предложенный в [9] алгоритм случайного поиска;
- б) классический алгоритм градиентного спуска со случайным розыгрышем начальной точки (применялся как тестовый).

Алгоритм *а* оказался удобным с точки зрения визуального контроля процесса минимизации. Представление о быстродействии алгоритмов дает табл. 2 (использовалась ПЭВМ IBM 486 DX 66МГц с арифметическим сопроцессором, в качестве времени решения бралось время работы процедуры, реализующей алгоритм *а* или *б* соответственно).

В качестве контрольных задач были выбраны следующие:

1. Волокно,  $E_f = 1 \cdot 10^{11}$  Па,  $\nu = 0,2$ , число армирующих семейств  $N = 4$ ,  $e_{ij} = \rho_{ij} = 0$  (проектирование без учета прочности). Требуется спроектировать композит с  $S_{1111}^0 = 1 \cdot 10^7$ ,  $S_{2222}^0 = 1 \cdot 10^7$  (жесткости в плоскости пластинки) и  $S_{1111}^2 = 1 \cdot 10^{-1}$ ,  $S_{2222}^2 = 2 \cdot 10^{-1}$  (изгибные жесткости).

2. Волокно, ограничения и требуемые жесткости те же, что и в задаче 1, а  $e_{11} = 0,02$ ,  $e_{12} = e_{22} = 0$ ,  $\rho_{11} = 0,02$ ,  $\rho_{12} = \rho_{22} = 0$ . Предельная деформация волокон  $e_f^* = 0,02$ , связующего  $e_f^{*7} = 0,05$ . Проектирование ведется с учетом прочности.

**5. Оценка параметров в процессе проектирования.** При решении задач проектирования возникает трудность предугадывания возможных значений жесткостей  $S_{ijkl}^{\nu}(\mathbf{u})$ . Описанная выше программа ориентирована на проектировщика, который точно знает, какие характеристики ему требуются, и будет удовлетворен получением решения, если оно существует, или заключением, что решения нет. Практически же на первом этапе проектирования желательно получить представление о возможных значениях рассматриваемых величин, чтобы на втором этапе принять окончательное решение об их требуемых значениях.

Использовавшиеся алгоритмы и программы могут быть доработаны до позволяющих оценивать интервал возможных значений рассматриваемой величины при задании других. Выше в качестве задаваемых характеристик задавались жесткости, а могут быть и другие аналогичные функции (например, запас прочности  $S(\mathbf{u})$  и объемное содержание волокна). Запас прочности определяется условием (2.5) и может быть включен в число за-

даваемых (и, что практически интереснее, оцениваемых, см. п. 4) характеристик наравне с жесткостями.

Объемное содержание волокон  $\gamma(u)$  представляет практический интерес в связи с тем, что оно в значительной мере определяет весовые и стоимостные характеристики композита.

**6. Примеры.** ПРИМЕР 1. Возьмем  $E_f = 1 \cdot 10^{11}$  Па,  $\nu = 0,2$ ,  $\sigma_f^* = 0,02 \cdot 10^{11}$  Па,  $e_b^{\gamma*} = 0,02$ ; ограничения на геометрические размеры:  $0 < R < 1 \text{ м}^{-4}$ ,  $0 < \delta_f < 1 \text{ м}^{-4}$ ,  $0 < \delta_b < 1 \text{ м}^{-4}$ ,  $0 < \varphi_\beta < 3,14$  рад; количество армирующих слоев  $N = 4$ ; деформации:  $e_{11} = 0,01$ ,  $e_{12} = e_{22} = 0$ ,  $\rho_{ij} = 0$ . Проектирование производится с учетом прочности.

Далее приводится протокол решения задачи.

1. Положим  $S_{1111}^0 = 1 \cdot 10^7$  и оценим  $S_{2222}^0$ , получим  $0 < S_{2222}^0 < 11,058 \cdot 10^7$ .
2. Возьмем  $S_{2222}^0 = 5 \cdot 10^7$  и оценим изгибную жесткость  $S_{1111}^2$ , имеем  $2,845 < S_{1111}^2 < 24,241 \cdot 10^{-1}$ .
3. Возьмем  $S_{1111}^2 = 15 \cdot 10^{-1}$  и оценим изгибную жесткость  $S_{2222}^2$ , получим  $15,311 < S_{2222}^2 < 51,767 \cdot 10$ .
4. Возьмем  $S_{2222}^2 = 20 \cdot 10^{-1}$  и оценим запас прочности. Для него имеем совпадение минимального и максимального значений. Оба они оказываются равными 0,5.

5. Осуществим решение задачи с  $S_{1111}^0 = 1 \cdot 10^7$ ,  $S_{2222}^0 = 5 \cdot 10^7$ ,  $S_{1111}^2 = 15 \cdot 10^{-1}$ ,  $S_{2222}^2 = 20 \cdot 10^{-1}$ , не фиксируя запас прочности. Получим следующий проект:  $R = 0,69 \text{ м}^{-4}$ ,  $\delta_f = 0,94 \text{ м}^{-4}$ ,  $\delta_b = 0,38 \text{ м}^{-4}$ , углы укладки волокон 1,20; 2,01; 1,76; 0,62 рад.

Локальные запасы прочности для этого проекта: в волокнах  $f_1 = 0,07$ ,  $f_2 = 0,09$ ,  $f_3 = 0,02$ ,  $f_4 = 0,33$ ; в связующем (см. табл. 1) межволоконные деформации растяжения 0,50; межволоконные деформации сдвига и кручения 0,50; межслойные деформации растяжения 0,50; межслойные деформации кручения 0,50.

ПРИМЕР 2. Возьмем  $E_f = 1 \cdot 10^{11}$  Па,  $\nu = 0,2$ ; количество армирующих слоев  $N = 6$ ; ограничения на размеры:  $0 < R < 1 \text{ м}^{-4}$ ,  $0 < \delta_f < 1 \text{ м}^{-4}$ ,  $0 < \delta_b < 1,0 \text{ м}^{-4}$ ,  $0 < \varphi_\beta < 3,14$  рад; деформации:  $e_{ij} = \rho_{ij} = 0$ . Проектирование производится без учета прочности.

1. Положим  $S_{1111}^0 = S_{2222}^0 = 1 \cdot 10^7$  и оценим объемное содержание волокна, получим оценку  $0,055 < \gamma < 0,342$ .

2. Решим задачу, положив  $S_{1111}^0 = S_{2222}^0 = 1 \cdot 10^7$  и  $\gamma = 0,06$ , что близко к минимальному значению  $\gamma$ . Получим следующий проект:  $R = 1,00 \text{ м}^{-4}$ ,  $\delta_f = 1,00 \text{ м}^{-4}$ ,  $\delta_b = 0,13 \text{ м}^{-4}$ , углы укладки волокон: 1,48; 3,03; 0,20; 1,72; 3,09; 1,41 рад.

ПРИМЕР 3. Расчет оценок возможных значений жесткостей пластинки, которые можно получить, используя волокна с  $E_f = 1 \cdot 10^{11}$  Па,  $\nu = 0,2$ ,  $N = 4$ ,  $e_{ij} = \rho_{ij} = 0$  (нет условий по прочности); ограничения на геометрические размеры:  $0 < R < 1 \text{ м}^{-4}$ ,  $0 < \delta_f < 1 \text{ м}^{-4}$ ,  $0 < \delta_b < 1 \text{ м}^{-4}$ ,  $0 < \varphi_\beta < 3,14$  рад; отсутствуют ограничения на другие жесткости.

Результаты приведены в табл. 3, где даны минимальные и максимальные значения жесткостей (в плоскости и изгибные).

Табл. 3 дает также представление о точности получаемых оценок. В силу симметрии задачи точные оценки  $S_{1111}^v$  и  $S_{2222}^v$  должны совпадать, а интервалы значений  $S_{1112}^v$ ,  $S_{1222}^v$  должны быть симметричны.

Таблица 3

$S_{1111}^0$	$S_{2222}^0$	$S_{1212}^0$	$S_{1112}^0$	$S_{1222}^0$	$S_{1111}^2$	$S_{2222}^2$	$S_{1212}^2$	$S_{1112}^2$
0	0	0	-4,71	-4,38	0	0	0	-238,66
13,61	14,36	3,43	4,53	4,76	145,82	113,66	38,73	239,29

**7. Термоупругость армированных пластинок.** Пусть волокна имеют коэффициент линейного теплового расширения  $\alpha_f$ , связующее  $\alpha_b$ . Для задачи термоупругости можно осуществить анализ, аналогичный проделанному для упругой задачи. Основу этого анализа составляет аналог формулы (1.3), связывающий локальные перемещения  $\mathbf{u}^\varepsilon$  с температурой  $\theta$  [1]:

$$\mathbf{u}^\varepsilon = \mathbf{S}(\mathbf{x}/\varepsilon)\theta(x_1, x_2). \quad (7.1)$$

Здесь  $\mathbf{S}$  — решение ячеечной задачи термоупругости пластинок.

Решение ячеечной задачи термоупругости  $\mathbf{S}$  для несвязного каркаса волокон приведено в [1]. Оно соответствует тепловому расширению каждого из волокон. Исходя из этого факта, получим следующие формулы и оценки.

Постоянные теплового расширения в плоскости пластинки  $S_{ij}^0$  и изгибные  $S_{ij}^1$  даются формулами

$$S_{ij}^0(\mathbf{u}) = \alpha_f E_f \sum_{\beta=1}^N s_{ij}(\varphi_\beta) \gamma, \quad S_{ij}^1(\mathbf{u}) = \alpha_f E_f \sum_{\beta=1}^N s_{ij}(\varphi_\beta) a_\beta \gamma, \quad (7.2)$$

где  $i, j = 1, 2$ ; функции  $s_{ij}$  приведены в [1]. При этом первая формула в (7.2) справедлива, если  $S_{ii}^0(\mathbf{u}) \neq 0$ , а если  $S_{ii}^0(\mathbf{u}) = 0$ , то следует положить  $S_{ii}^0(\mathbf{u}) = \alpha_b E_b$  ( $E_b$  — модуль Юнга связующего). Последний случай соответствует отсутствию армирования в направлении оси  $Ox_i$ , он не встречается практически, но должен быть взят в расчет при решении задачи.

Под постоянными теплового расширения здесь понимаются коэффициенты при  $\theta$  в определяющих уравнениях. Коэффициенты теплового расширения пластинки есть  $\{S_{ijkl}^0\}^{-1}\{S_{kl}^0\}$ ,  $\{S_{ijkl}^2\}^{-1}\{S_{kl}^1\}$  [11, 12].

Локальные напряжения в волокнах. Локальные напряжения в волокнах подсчитываются путем замены в (1.2)  $e_{ij}$  на  $e_{ij} - \alpha_f \theta \delta_{ij}$ .

Локальные напряжения в связующем. Для несвязного каркаса волокон (7.1) описывает его увеличение в масштабе  $1 : 1 + \alpha_f \theta$ . Такое равномерное увеличение не приводит к взаимному смещению точек каркаса. Связующее, следуя за каркасом, претерпевает деформацию, оцениваемую как  $\alpha_f \theta$ . Собственные тепловые деформации связующего оцениваются как  $\alpha_b \theta$ . В результате возникает несовместность тепловых деформаций волокна и связующего, оцениваемая как  $(\alpha_f - \alpha_b)\theta$ , и порожденные этой несовместностью напряжения оцениваются как  $E_b(\alpha_f - \alpha_b)\theta$ .

Следует принять во внимание, что в неподкрепленных направлениях (к ним относится, например, направление поперек пластинки) описанный выше механизм не реализуется. В этих направлениях происходит свободное расширение волокон и связующего, дающее нулевые напряжения, не влияющие на прочность. В связи с чем данный случай может отдельно не рассматриваться.

Постановка задачи проектирования с учетом термоупругих характеристик и напряжений и методы ее решения не отличаются от изложенных выше.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Аннин Б. Д., Каламкарров А. Л., Колпаков А. Г., Партон В. З. Расчет и проектирование композиционных материалов и элементов конструкций. Новосибирск: Наука, 1993.
2. Kalamkarov A. L., Kolpakov A. G. Analysis, Design and Optimization of Composite Structures. Chichester: John Wiley, 1997.

3. Annin B. D., Kalamkarov A. L., Kolpakov A. G. Analysis of local stresses in high modulus fiber composites // Localized Damage Computer Aided Assessment and Control. V. 2. Southampton: Comp. Mech. Publ., 1990.
4. Колпаков А. Г. Усредненный критерий прочности связующего волокнистых композитов // ПМТФ. 1988. № 2. С. 145–152.
5. Каламкарров А. Л. К определению эффективных характеристик сетчатых оболочек и пластинок периодической структуры // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 2. С. 181–185.
6. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер К. Пластины и оболочки. М.: Физматгиз, 1963.
7. Kolpakov A. G., Kolpakova I. G. Convex combinations problem and its application for problem of design of laminated composite materials // The 13th World Congress on Comp. and Appl. Mathematics, Dublin, 1991. V. 4.
8. Kolpakov A. G., Kolpakova I. G. Design of laminated composites possessing specified homogenized characteristics // Computers and Structures. 1995. V. 57, N 4. P. 599–604.
9. Аннин Б. Д., Колпаков А. Г. Проектирование слоистых и волокнистых композитов с заданными характеристиками // ПМТФ. 1990. № 2. С. 136–150.
10. Kalamkarov A. L., Kolpakov A. G. On the analysis and design of fiber-reinforced composite shells // Trans. of the ASME. J. of Appl. Mech. 1996. V. 63, N 4. P. 939–945.
11. Колпаков А. Г. Эффективные термоупругие характеристики неоднородного материала // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1980. Вып. 49.
12. Ene H. I. On linear thermoelasticity of composite materials // Int. J. Eng. Sci. 1983. V. 21, N 5.

*Поступила в редакцию 21/VII 1995 г.,  
в окончательном варианте — 22/IV 1996 г.*

---