

УДК [536.2+532.5]:518.12

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ ВОЗДУХА В ПОМЕЩЕНИИ С ТЕПЛОВЫМ ИСТОЧНИКОМ

И.В. КОСТОЛОМОВ, А.Г. КУТУШЕВ

*Тюменский государственный архитектурно-строительный
университет*

В рамках уравнений Навье–Стокса с эффективной вязкостью, определяемой на основе κ - ε -модели турбулентности, осуществляется математическое моделирование трехмерных стационарных свободноконвективных течений несжимаемого вязкого газа в помещениях с тепловым источником. Исследование проводится для случая модельных помещений и тепловых источников, имеющих форму прямоугольных параллелепипедов с квадратными основаниями. Анализируется влияние мощности теплового источника и размеров основания помещения на локальные и усредненные значения скорости и температуры воздуха в помещениях. Показано, что картина течения в помещениях имеет торообразный вид. Установлено, что на характер движения газа в замкнутом объеме определяющее значение оказывает изменение размеров основания помещения, а не вариация мощности теплового источника.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование естественной конвекции воздуха в замкнутых объемах является актуальной задачей для различных технологических процессов [1, 2]. В частности, знание закономерностей свободноконвективного течения воздуха играет значительную роль при проектировании систем тепловоздухообмена жилых и производственных помещений при наличии внутри них тепловых источников. Высокие требования к качеству внутренних климатических условий помещений предъявляются также и в сфере ряда высокотехнологичных производств (в микроэлектронике, фармацевтике и др.). В [3] представлены результаты математического моделирования аэродинамических и тепловых процессов в модельных помещениях с препятствием для условий принудительного воздухообмена.

В настоящей работе, являющейся логическим продолжением [3], представлены результаты численного исследования стационарных трехмерных естественноконвективных турбулентных течений воздуха в прямоугольном параллелепипеде с тепловым источником.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Для теоретического описания турбулентного неизотермического течения вязкого газа используется приближение Буссинеска, которое соответствует случаю, когда изменение плотности среды, из-за его малости, учитывается только в правой части уравнения импульса. Турбулентный перенос импульса и тепловой энергии выражается через величины осредненного движения согласно гипотезе Буссинеска [4]. Эффективная вязкость газа определяется на основе κ - ε -модели турбулентности [5], причем молекулярная вязкость газа предполагается не зависящей

от температуры величиной. В рамках сделанных допущений уравнения трехмерного турбулентного движения несжимаемого газа в декартовой системе координат имеют вид [5]:

$$\partial u_j / \partial x_j = 0 \quad (j = 1, 2, 3),$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j u_i - \mu_e \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu_e \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + g_i \beta (T - T_0),$$

$$\frac{\partial \rho T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j T - \frac{\mu_e}{Pr_e} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j k - \frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = P_k - \rho \varepsilon,$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j \varepsilon - \frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1} P_k - c_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon),$$

где

$$\mu_e = \mu + \mu_t, \quad \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad \frac{\mu_e}{Pr_e} = \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t},$$

$$P_k = \mu_e \left(2e_{ij}e_{ji} + \frac{g_i \beta \partial T}{\partial x_i} \right), \quad e_{ij} = 1/2 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Здесь u_i — составляющая вектора скорости вдоль координаты x_i ($i = 1, 2, 3$), T — температура, p — разность полного и гидростатического давлений [6], g_i — составляющая вектора ускорения свободного падения, T_0 — температура, при которой среда имеет плотность $\rho = \rho_0$, β — коэффициент объемного термического расширения газа, k , P_k , ε — кинетическая энергия турбулентных пульсаций, скорости генерации и диссипации турбулентности, $e_{ij} = e_{ji}$ — компоненты тензора скорости деформаций газовой среды, μ_e , μ , μ_t и Pr_e , Pr , Pr_t — эффективная, молекулярная и турбулентная динамические вязкости газа и его числа Прандтля, $c_{\varepsilon 1}$, $c_{\varepsilon 2}$, σ_k , σ_ε , C_μ — константы k - ε -модели турбулентности. Нижние индексы i и j , повторяющиеся дважды, являются “немыми” и по ним предполагается суммирование от 1 до 3.

Для удобства численного счета уравнения движения газа приводятся к безразмерному виду. При этом используются следующие характерные масштабы величин: длины — L_3 , скорости — $u_* = \sqrt{g \beta L_3 (T_h - T_c)}$, времени — L_3 / u_* , плотности — $\rho = \rho_0$, давления — ρu_*^2 , температуры — $(T_h - T_c)$, кинетической энергии турбулентного движения — $k_* = u_*^2$, скорости диссипации турбулентной энергии — $\varepsilon_* = k_*^{3/2} / L_3$. Здесь $(T_h - T_c)$ — разность температур изотермических поверхностей теплового источника и помещения.

В безразмерном виде система уравнений характеризуется следующими критериями подобия:

$$\text{Gr}_i = \frac{g\beta L_3^3 \rho_0^2 (T_h - T_c)}{\mu^2}, \quad \text{Pr} = \frac{c_p \mu}{\lambda}, \quad c_{\varepsilon 1}, \quad c_{\varepsilon 2}, \quad \sigma_k, \quad C_\mu,$$

где λ и c_p коэффициент теплопроводности и удельная теплоемкость при постоянном давлении газовой среды соответственно. Из граничных условий дополнительно следуют безразмерные геометрические параметры подобия L_i/L_3 и L_{si}/L_3 ($i = 1, 2, 3$).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

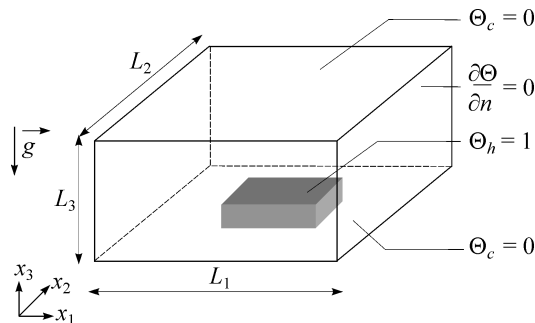
На основе представленных уравнений движения рассматривается следующая задача: имеется помещение в форме прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием и теплоизолированными боковыми гранями (рис. 1). Верхняя и нижняя грани поддерживаются при безразмерной температуре $\Theta_c = 0$. В центре нижней грани находится прямоугольный параллелепипед, моделирующий тепловой источник с заданной температурой поверхности $\Theta_h = 1$. Требуется численно исследовать процесс свободной конвекции воздуха в помещении и найти зависимости средних по объему рабочей зоны помещения ($L_1 \times L_2 \times 0,5 L_3$) скорости и температуры воздуха от мощности теплового источника (определяемой числом Грасгофа) и размеров основания помещения.

Сформулированная задача вместе с отмеченными выше граничными условиями для температуры дополняется краевыми условиями равенства нулю на стенках помещения и теплового источника скорости газа ($u_i = 0, i = 1 \div 3$), кинетической энергии турбулентности ($k = 0$) и скорости ее диссипации ($\varepsilon = 0$).

Численное интегрирование уравнений движения вязкого газа осуществлялось методом контрольного объема [7]. Методическая отладка вычислительной программы, ранее использованной в [3], выполнялась с помощью решения тестовых задач по естественной конвекции [8–9].

В данной работе вычисления производились на разностной сетке, содержащей $60 \times 60 \times 30$ объемов. Расчеты производились при $\text{Pr} = 0,71$, $\text{Gr} = 1,4 \cdot 10^{10} \leq \leq 22,7 \cdot 10^{10}$. Высота помещения полагалась постоянной и принимала значения $L_3 = 1,0$, а сторона квадратного основания ($L_1 = L_2$) варьировалась от 1,0 до 3,0. Размеры источника равнялись $L_{s1} = L_{s2} = 0,33$, $L_{s3} = 0,17$. Указанные значения параметров соответствуют, например, размерным величинам $\rho = 1,0$ кг/м³, $\mu = 1,85 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $\lambda = 0,034$ Вт/м·К, $c_p = 1006$ Дж/кг·К, $\beta = 3,665 \cdot 10^{-3}$ К⁻¹, $L_1 = L_2 = 3 \div 6$ м, $L_3 = 3$ м, $L_{s1} = L_{s2} = 1,0$ м, $L_{s3} = 0,5$ м, $T_c = 20$ °С, $T_h = 25 \div 100$ °С. Точность вычислений контролировалась их пересчетом на более мелкой разностной сетке, содержащей $90 \times 90 \times 30$ контрольных объемов. Расхождение результатов вычислений не превышало 6 %.

Рис. 1. Схематическое представление задачи.



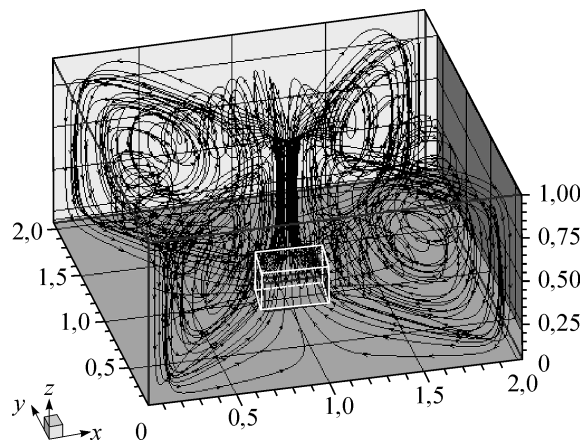


Рис. 2. Расчетные пространственные линии тока в помещении при $L_1 = 2$ и $Gr = 11,3 \cdot 10^{10}$.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 2 изображены расчетные картины течения воздуха в помещении в виде пространственных линий тока, проходящих через точки возле теплового источника при $L_1 = 2$ и $Gr = 11,3 \cdot 10^{10}$. Для указанных параметров рис. 3–4 иллюстрируют поля

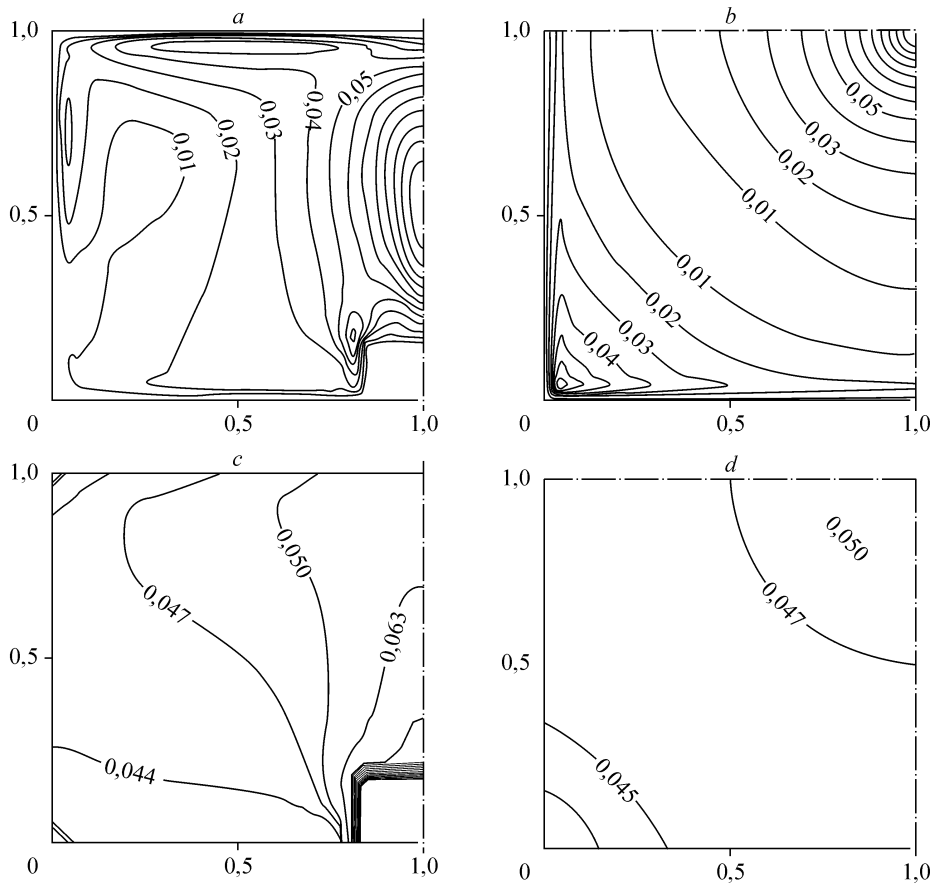


Рис. 3. Линии равных скоростей и температур в сечениях $x_2 = L_2/2$ (a, c) и $x_3 = L_3/2$ (b, d) при $Gr = 11,3 \cdot 10^{10}$.

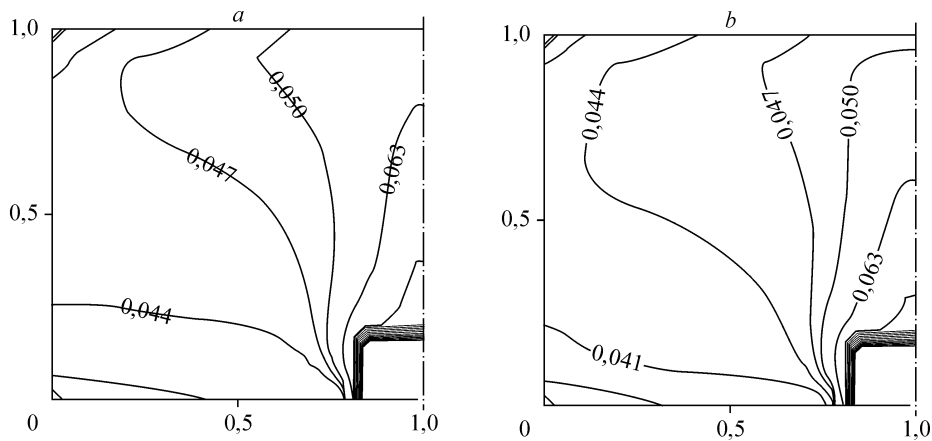


Рис. 4. Линии равных температур в сечении помещения $x_2 = L_2/2$ при $L_1 = 2$ и $Gr = 22,7 \cdot 10^{10}$ (a), $Gr = 1,4 \cdot 10^{10}$ (b).

безразмерных скоростей и температур в виде линий их равных значений в различных сечениях. Представленные результаты расчетов наглядно демонстрируют симметричность решения, поэтому дальнейшие результаты будут приводиться для половины расчетной области.

$$L_1 = 2 \text{ и } Gr = 11,3 \cdot 10^{10}.$$

Рассмотрим подробнее характер течения воздуха в помещении. Источник тепла вызывает появление выталкивающей силы в воздушной среде, из-за чего конвективный поток воздуха под действием этой силы устремляется вверх от источника. При таком восходящем движении, максимальная скорость среды ($\sim 0,12$) наблюдается на оси теплового факела, на высоте примерно середины помещения (рис. 3, a). Дойдя до потолка, поток воздуха растекается по нему с довольно высокой скоростью ($\sim 0,05$) по направлению к боковым граням. За счет взаимодействия трением с верхней гранью происходит уменьшение скорости припотолочного течения до значения 0,03. При движении вдоль холодного потолка воздух еще больше охлаждается (рис. 3, c, d), поэтому по достижении боковых граней, он начинает опускаться вниз.

Необходимо заметить, что в угловых зонах помещения температура среды ниже, чем в центральных сечениях. Это объясняется значительно большим путем, который проходит охлаждающаяся частица воздуха вдоль верхней границы. Благодаря этому скорость нисходящего пристенного потока в угловых областях помещения ($\sim 0,06$) значительно больше, чем на удалении от них ($\sim 0,02$) (см. рис. 3, b). Далее, частицы воздушного потока из угловых зон доходят до нижней грани, достигнув которой, движутся по направлению к источнику.

На рис. 2 также хорошо видно, что частицы воздуха из центральных сечений помещения перемещаются по спиралевидным траекториям в угловые зоны. Такой характер движения объясняется влиянием трения между потоком и боковыми гранями помещения. Важно обратить внимание на то, что при движении частиц из углов вблизи пола к центру, их перемещение происходит по криволинейным траекториям (см. рис. 2). Обладающий несколько большим импульсом нисходящий угловой поток не позволяет другим опускающимся частицам достигнуть нижней грани, вытесняя их стелющимся течением вблизи пола. По этой причине движение частиц к источнику осуществляется на некотором расстоянии от нижней границы. Достигнув области вблизи теплового источника, воздушный поток подсасывается к источнику и снова вовлекается восходящим тепловым факелом в циркуляционное конвективное движение.

Таким образом, воздухообмен в помещении происходит в тороидальной области, во внутренней части которой имеет место восходящее, а во внешней — нисходящее течение.

ВЛИЯНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ

Значительный интерес представляет исследование влияния таких определяющих параметров, как мощность теплового источника (Gr) и размеры помещения ($L_1 = L_2$) на процесс свободной конвекции воздуха в замкнутом объеме. Ниже излагаются результаты численного моделирования, выполненного для значений числа Грасгофа $1,4 \cdot 10^{10} \leq Gr \leq 22,7 \cdot 10^{10}$ и длины $1 \leq L_1 \leq 3$.

Как свидетельствуют расчеты, при прочих равных условиях варьирование мощности теплового источника от $Gr = 1,4 \cdot 10^{10}$ до $Gr = 22,7 \cdot 10^{10}$ не оказывает значительного влияния на поле скорости свободноконвективного течения воздуха внутри помещения. Максимальное расхождение величин скорости в двух предельных вариантах счета составляет не более пяти процентов. В то же время при тех же изменениях числа Gr имеет место более заметное отличие полей температур воздуха в помещении (см. рис. 4). Видно, что с ростом числа Gr наблюдается увеличение размера восходящего от поверхности теплового источника нагретого турбулентного потока воздуха.

На рис. 5–7 представлены данные численного моделирования, соответствующие одному и тому же значению числа $Gr = 11,3 \cdot 10^{10}$, но различным длинам квадратного

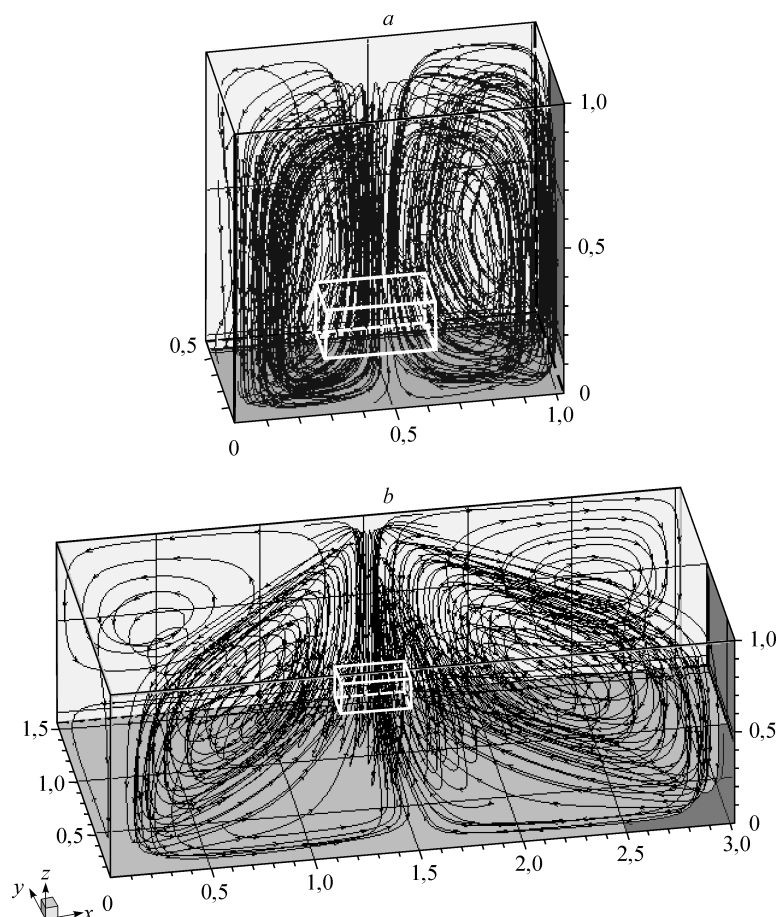


Рис. 5. Расчетные пространственные линии тока в помещении при $Gr = 11,3 \cdot 10^{10}$ и значениях L_1 равных 1 (а) и 3 (б).

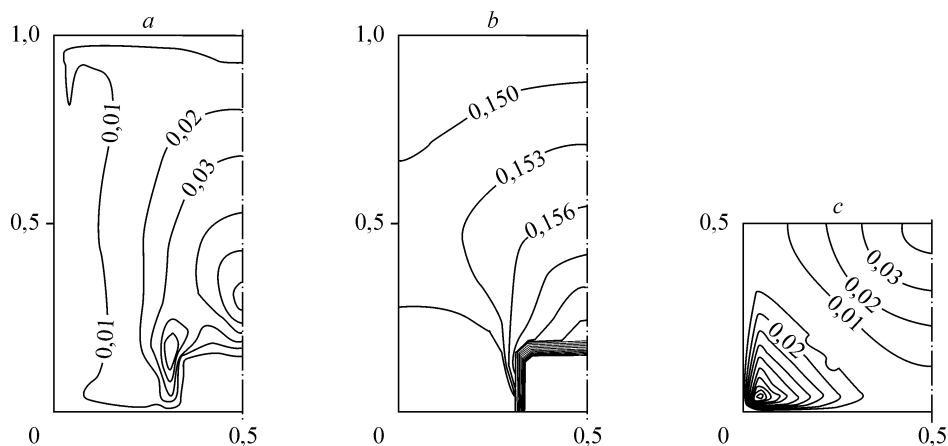


Рис. 6. Линии равных скоростей (а) и температур (b) в сечении $x_2 = L_2/2$, а также поле скоростей (с) в сечении $x_3 = L_3/2$ при $Gr = 11,3 \cdot 10^{10}$ и $L_1 = 1$.

основания помещения ($L_1 = L_2$). На рис. 5 демонстрируются расчетные линии тока движения воздуха в помещении $L_1 = 1$ (а) и $L_1 = 3$ (b). Здесь для удобства восприятия не выдержаны соотношения между размерами расчетных областей для указанных вариантов расчетов. Поля скоростей (а) и температур (b) в центральных сечениях, в зависимости от размеров помещения, приведены на рис. 6 и 7.

Представленные картины линий тока, а также поля скоростей и температур при различных определяющих параметрах указывают на то, что варьирование размеров помещения существенным образом влияет на характер естественноконвективного течения внутри помещения. В случае $L_1 = 1$ восходящий конвективный поток теплого воздуха занимает значительно большую часть помещения, чем при $L_1 = 3$. Из рис. 6 (а) и 7 (а) также видно, что максимальная скорость воздуха на оси факела при $L_1 = 1$ примерно в два раза меньше, чем в случае $L_1 = 3$. Это связано с тем, что поток воздуха при меньших размерах основания расчетной области оказывается более стесненным боковыми гранями, поэтому восходящий тепловой факел более активно взаимодействует с нисходящими потоками у боковых граней и прижимается ими к источнику. Противоположная ситуация наблюдается в угловых зонах помещения. Здесь максимальная безразмерная скорость конвективного потока для $L_1 = 1$ равна $\sim 0,13$ (см. рис. 6, b). В случае же $L_1 = 3$ наибольшее значение скорости имеет место на оси теплового факела ($\sim 0,14$), а в угловых областях — движение со скоростью $\sim 0,5$.

Изменение размеров помещения приводит к заметному изменению температуры воздушной среды (рис. 6 и 7). Из приведенных расчетных вариантов видно, что максимальный нагрев воздуха происходит в зоне восходящего потока над источником тепла. По причине того, что для варианта $L_1 = 1$ площадь “холодных” нижней и верхней граней помещения почти в 10 раз меньше, чем при $L_1 = 3$, температура воздушной среды при меньшем L_1 выше.

Расчетные векторные поля в сечении $x_3 = L_3/2$ (высота рабочей зоны) наглядно показывают различие в направлении течения среды при варьировании размеров помещения. Так, в случае $L_1 = 1$ на высоте рабочей зоны частицы воздуха

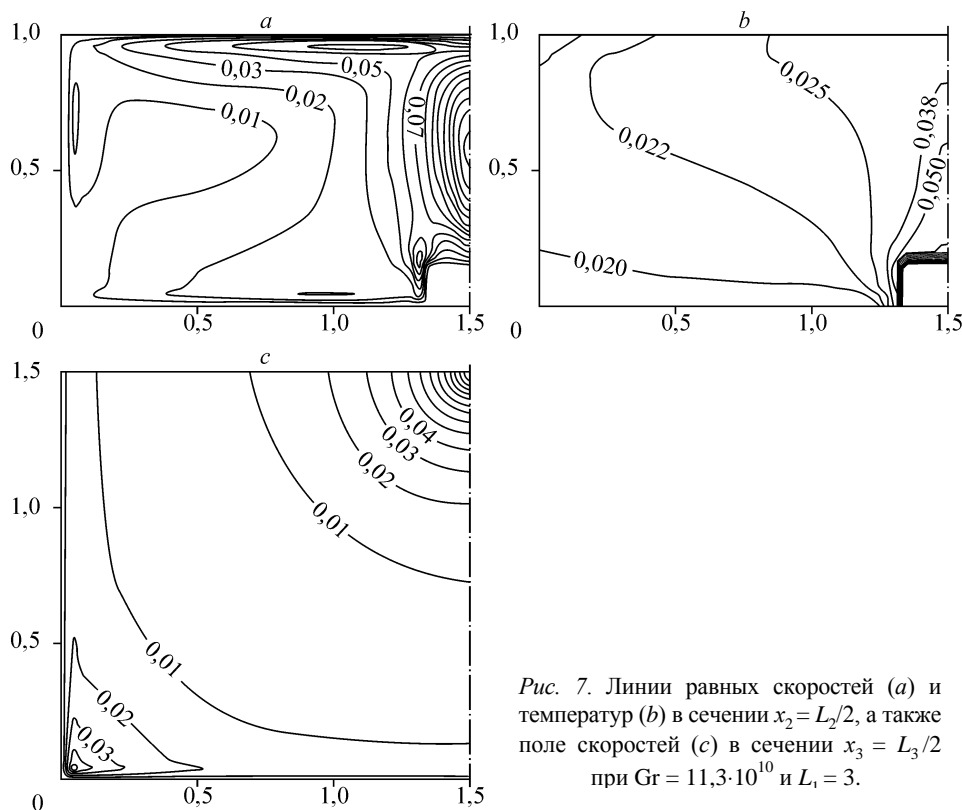


Рис. 7. Линии равных скоростей (a) и температур (b) в сечении $x_2 = L_2/2$, а также поле скоростей (c) в сечении $x_3 = L_3/2$ при $Gr = 11,3 \cdot 10^{10}$ и $L_1 = 3$.

перемещаются от центра помещения к боковым граням. При $L_1 = 3$ на данной высоте имеет место возвратное движение среды к центру помещения.

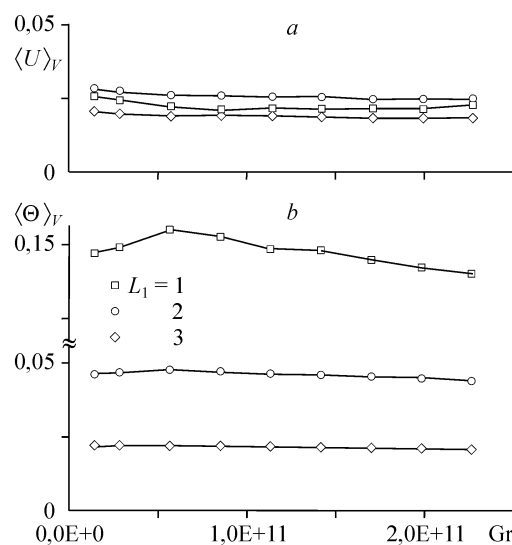
ИНТЕГРАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 8 изображены расчетные зависимости средних скоростей ($\langle U \rangle_V$) и температур ($\langle \Theta \rangle_V$) газа по объему рабочей зоны помещения от числа Gr и параметра L_1 . Для рассматриваемого случая высота рабочей зоны принята равной $x_3 = L_3/2 = 0,5$.

На представленных рисунках видно, что рассматриваемые безразмерные характеристики воздушной среды имеют довольно слабую зависимость от числа Грасгофа, но существенно изменяются при варьировании L_1 . Такое поведение согласуется с результатами для полей скорости и температуры для различных чисел Gr .

Обратимся к рис. 8, b, отражающему зависимости средней по рабочей зоне помещения температуры

Рис. 8. Зависимости средних скоростей (a) и температур (b) воздуха в рабочей зоне помещения от числа Gr и параметра L_1 .



воздуха от параметров L_1 и Gr. Как видно, средняя температура воздуха в рабочей зоне уменьшается с увеличением размеров помещения (в данном случае — площади “холодной” поверхности).

ВЫВОДЫ

В результате выполненного численного исследования свободноконвективного теплообмена в помещении с источником тепла можно сделать следующие выводы:

1) выявлено, что при расположении теплового источника в центре нижней грани, картина поля течения в помещении имеет торообразный вид. Внутри тора движение воздуха происходит из центральных сечений помещения по спирали к угловым зонам между боковыми гранями. Установлены значения безразмерных максимальных и средних в рабочей зоне помещения скоростей и температур воздуха для различных положений теплового источника;

2) показано, что при изменении отношения сил плавучести и вязкости (числа Грасгофа), безразмерные поля скорости и температуры, а также средние и максимальные значения этих величин в рабочей зоне помещения остаются практически постоянными;

3) установлено значительное влияние размеров помещения как на поля, так и на средние, максимальные значения скорости и средние значения температуры в рабочей зоне. С уменьшением размеров происходит перераспределение максимального значения скорости из области восходящего факела над источником в угловые зоны между боковыми гранями.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

C_μ — параметр модели турбулентности,	u_i — проекция скорости на ось координат x_i ($i = 1, 2, 3$),
c_p — удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении,	u_* — характерный масштаб скорости,
c_{e1} — параметр модели турбулентности,	Pr — число Прандтля,
c_{e2} — параметр модели турбулентности,	Pr _e — эффективное число Прандтля,
e_{ij} — тензор скоростей деформации,	Pr _t — турбулентное число Прандтля,
Gr — число Грасгофа,	P_k — скорость генерации турбулентности,
g — составляющая ускорения свободного падения вдоль вертикальной оси,	p — разность полного и гидростатического давлений,
k — кинетическая энергия турбулентных пульсаций,	T — температура,
k_* — характерный масштаб кинетической энергии турбулентности,	T_c — температура изотермических верхней и нижней граней помещения,
L — характерный масштаб длины,	T_h — температура изотермических поверхностей теплового источника,
L_i — размер расчетной области в направлении оси x_i ($i = 1, 2, 3$),	U_i — безразмерная проекция скорости на ось координат x_i ($i = 1, 2, 3$),
L_{si} — размер теплового источника в направлении оси x_i ($i = 1, 2, 3$),	U — безразмерный модуль скорости газа.
β — коэффициент объемного теплового расширения газа,	Θ_h — безразмерная температура верхней и нижней стенок теплового источника,
ε — скорость диссипации турбулентности,	λ — коэффициент теплопроводности,
ε_* — характерный масштаб скорости диссипации турбулентной энергии,	μ, μ_r, μ_e — соответственно молекулярная, турбулентная, эффективная динамические вязкости газа,
Θ — безразмерная температура,	ρ — плотность газа,
Θ_c — безразмерная температура верхней и нижней стенок помещения,	σ_k — параметр модели турбулентности,
	σ_ε — параметр модели турбулентности.

Нижние индексы

* — характерные масштабы величин,	k — P_k — и σ_k ,
c — “холодные” верхние и нижние стенки помещения,	p — c_p ,
e — эффективные величины,	si — размеры теплового источника ($i = 1, 2, 3$),
h — температура граней теплового источника,	t — μ_t и Pr_t ,
i — ось координат и проекции скорости на ней ($i = 1, 2, 3$),	ε — σ_ε ,
ij — компонент тензора скоростей деформаций,	ε_1 — $c_{\varepsilon 1}$,
	ε_2 — $c_{\varepsilon 2}$,
	μ — C_μ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р. и др. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. — Т. 1, 2. — М.: Мир, 1991.
2. Полежаев В.И., Бунэ А.В., Везуб Н.А. и др. Математическое моделирование конвективного тепло-массообмена на основе уравнений Навье–Стокса. — М.: Наука, 1987. — 271 с.
3. Костоломов И.В., Кутушев А.Г. Численное исследование процесса принудительного воздухообмена в помещении // Теплофизика и аэромеханика. — 2005. — Т. 12, № 4. — С. 623–635.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов. — 7-е изд. — М.: Дрофа, 2003. — 840 с.
5. Launder В.Е., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows// Comput. Methods Appl. Mech. Eng. — 1974. — Vol. 3, No. 1. — P. 269–289.
6. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. — М.: Наука, 1973. — 792 с.
7. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 150 с.
8. Бассина И.А., Ломакин С.А., Никулин Д.А. и др. Оценка применимости современных моделей турбулентности для расчета естественно-конвективных течений и теплообмена // Теплофизика высоких температур. — 1998. — Т. 36, № 2. — С. 246–254.
9. Артемьев В.К., Гинкин В.П. Численное моделирование трехмерной естественной конвекции // Тр. Второй Росс. нац. конф. по теплообмену. Т. 3. Свободная конвекция. Тепломассообмен при химических превращениях. — М.: Изд-во МЭИ, 1998. — С. 38–41.

Статья поступила в редакцию 28 апреля 2006 г.