УДК 622.235.5

# ВЛИЯНИЕ ТИПА ПОЧВЫ НА ДИНАМИЧЕСКИЙ ОТКЛИК ТУННЕЛЯ, РАСПОЛОЖЕННОГО ПОД ПОВЕРХНОСТЬЮ ВЗРЫВА

# Б. Мобараки<sup>1</sup>, М. Вагхефи<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Восточный средиземноморский университет, Фамагуста, Турция, behnam.mobaraki@yahoo.com <sup>2</sup>Университет Персидского залива, 75168 Бушер, Иран, vaghefi@pgu.ac.ir

Анализ динамической реакции туннеля круговой формы, расположенного на разных глубинах в почве трех типов, при взрыве заряда ТНТ массой 250 кг на поверхности показал, что максимальная массовая скорость элементов туннеля и размер зоны разрушения зависят от типа почвы и свойств материала туннеля. Наименьшие разрушения происходят в туннеле, находящемся в пылевато-иловатом суглинке, длина зоны разрушения достигает 5 м вдоль продольного направления и 0 ÷ 60° по дуге в верхней части туннеля.

Ключевые слова: тип почвы, динамический отклик, численное моделирование, подземное сооружение, взрыв на поверхности, пик массовой скорости.

DOI 10.15372/FGV20160317

#### ВВЕДЕНИЕ

Изучение динамических характеристик почвы при взрывной нагрузке важно в военном строительстве, при конструировании трубопроводов, в горном деле и при прокладке туннелей. Из-за сложной структуры почвы важно найти определяющее соотношение для описания ее динамического поведения под действием взрыва.

Для проектирования подземных сооружений, которые могут быть подвергнуты взрывной нагрузке, необходимо моделировать поведение всей системы в целом, включая тип грунта, распространение по нему ударной волны, а также свойства и структуру заряда ТНТ. Высвобождение энергии при детонации заряда на поверхности вызывает быстрое повышение давления на почву. В результате взаимодействия падающей на подземное сооружение и отраженной от него волн в нем возникают деформация и вибрация, приводящие к его разрушению. Динамическое поведение подземных сооружений и отклик грунта на взрывную нагрузку изучали многие специалисты. В работе [1] суммированы результаты крупномасштабных опытов, проведенных вблизи необлицованных туннелей в песчанике инженерным командованием сухопутных войск США в период 1948–1952 гг. Эксперименты показали, что обрушение породы в туннелях не происходило до тех пор, пока пик массовой скорости  $(u_{\text{max}})$ не превышал 0.9 м/с. В [2] сделано предположение, что скорость  $u_{\rm max} = 17.5$  см/с может быть критической при значении характеристики горной породы (rock mass rating, RMR), равном 85. В работе [3] установлено, что при  $u_{\rm max}$  < 11 см/с трещины не появляются. В [4] было подтверждено, что при RMR > 60 серьезные разрушения происходят при  $u_{\rm max} =$  $12 \div 23$  см/с. Результаты численного моделирования [5] разрушения горной породы при взрывной нагрузке показали, что характеристика горной породы RMR, плотность заряда и его масса влияют на степень разрушения. В [6] установлено, что результаты взрыва зависят от свойств породы и геологических структур, если зона упругих вибраций приближается к заряду. Изучение отклика подковообразного туннеля на поверхностный взрыв в работе [7] показало, что разрушение происходит при  $u_{\rm max} > 11 \, {\rm cm/c.}$  В работе [8] проведена оценка пикового напряжения и массовой скорости в полубесконечном пространстве твердой горной породы, плотного грунта и мягкого грунта при двух коэффициентах демпфирования грунта и использовании двух зарядов ВВ. Результаты свидетельствуют о зависимости характеристик от прочности среды. В работе [9] изучалось влияние взрывной проходки на окружающий породный массив и облицовку суще-

<sup>©</sup> Mobaraki B.<sup>1</sup>, Vaghefi M.<sup>2</sup>, 2016.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Department of Civil Engineering, Eastern Mediterranean University, Famagusta, Turkey. <sup>2</sup>Department of Civil Engineering, Persian Gulf University, 75169-13817 Bushehr, Iran.



Рис. 1. Схема модельной постановки (*R* — глубина заглубления туннеля)

ствующих туннелей, близких к проектируемому туннелю автомагистрали Damaoshan; при  $u_{\rm max} < 30$  см/с разрушений в облицовке туннелей не обнаружено.

В данной работе численным методом выполнена оценка динамического отклика подземного туннеля круговой формы, расположенного на глубине 3.5, 7, 10.5 и 14 м, на взрыв заряда ТНТ массой 250 кг на поверхности. Рассмотрено влияние трех различных грунтов на динамический отклик заглубленного туннеля на взрывную нагрузку. Численные результаты сопоставлены с результатами расчета по эмпирическим формулам, приведенным в руководстве инженерного командования сухопутных войск США ТМ5-855-1 [10].

# МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Моделирование проводилось методом конечных элементов с использованием программного пакета LS-DYNA-971. Рассматривался бетонный туннель (сорт по прочности C<sub>50</sub>) длиной 50 м, внутреннего радиуса r = 3.93 м, толщина стенки  $\delta = 0.85$  м, площадь сечения такая же, как у коробчатого туннеля метро в Кобе [11]. Модель содержала 154581 элемент: 126 017 элементов для описания грунта, 25 500 — для описания воздуха, 3060 — для туннеля, 4 — для заряда ТНТ. Заряд размещался над грунтом в центре модели (рис. 1). Размеры модели  $50 \times 50 \times 30$  м, но вследствие ее симметрии для уменьшения времени расчетов рассматривалась только четверть модели [12]. Кроме того, поступательное смещение узлов, нормальных к плоскостям YX и YZ, ограничено, для двух боковых поверхностей и нижней поверхности выполняется условие неотражающей границы, а для верхней плоскости XZиспользуется граничное условие свободной поверхности [13]. Для моделирования туннеля, воздуха, ТНТ и грунта применен совместный лагранжево-эйлеров подход [14]. Директива \*CONSTRAINED\_LAGRANGE\_IN\_SOLID [15] использована для описания взаимодействия грунта и туннеля.

Заряд THT моделировался ма-8 LS-DYNA териалом типа пакета (\*MAT\_HIGH\_EXPLOSIVE\_BURN) [16]и уравнением состояния Джонса — Уилкинса — Ли (JWL), в котором давление определяется как функция относительного объема [17–19]. Стандартные параметры ТНТ взяты из библиотеки AUTODYN [15].

Воздух моделировался материалом типа 9 пакета LS-DYNA (\*MAT\_NULL) [20] с линейным полиномиальным уравнением состояния. Стандартные параметры воздуха взяты из библиотеки AUTODYN [15].

Для моделирования туннеля [21] использовался материал типа 3 пакета LS-DYNA (\*MAT\_PLASTIC\_KINEMATIC). Учитывалась эквивалентная жесткость как бетона, так и стальных балок.

Три типа исследуемых грунтов моделировались подпрограммой LS-DYNA (\*MAT\_SOIL\_AND\_FOAM) [22], предложенной в [23]. Типы грунтов — песчаный суглинок (супесь) [24], средний грунт [25], пылеватоиловатый суглинок [26].

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ГРУНТЕ

Для каждого из исследуемых грунтов: песчаного суглинка, среднего грунта, пылеватоиловатого суглинка — проведено четыре варианта расчета, отличающихся глубиной залегания заряда:

вариант 1 — R = 3.5 м, вариант 2 — R = 7 м,

вариант 3 — R = 10.5 м,

вариант 4 - R = 14 м.

Во всех вариантах расчета масса заряда ТНТ была одной и той же: W = 250 кг.

Для контроля распространения волн сжатия в грунте (свободное поле) выбрано несколько измерительных точек, расположенных на расстоянии 2 ÷ 10 м от заряда ТНТ [27]. Так же, как в [28], результаты моделирования методом конечных элементов с тремя типами грунта были верифицированы путем сравнения с данными по давлению, полученными расчетом по эмпирической формуле, приведенной в руководстве TM5-855-1:

$$p_{\rm max} = 0.407 f \rho_c (R/W^{1/3})^{-n}, \qquad (1)$$

где  $p_{\rm max}$  — пиковое давление, f — коэффициент связи для взрыва, который зависит от приведенной глубины взрыва:  $f = d/W^{1/3}$ , d — расстояние от центра массы заряда, W — масса заряда,  $\rho_c$  — акустический импеданс, R — расстояние от источника взрыва, n — коэффициент затухания.

Таблица 1 Значения параметров, использованные при расчетах пикового давления

при взрыве в свободном поле по формуле [29]

Грунт	f	n	$ ho_c,  10^6   \Pi \mathrm{a} \cdot \mathrm{c/m}$
Песчаный суглинок	0.4	2.75	4.972
Средний грунт	0.4	2.5	9.944
Пылевато-иловатый суглинок	0.4	2.5	9.944

В руководстве ТМ5-855-1, где перечислены пять типов почвы, песчаный суглинок описан как тип 4, а средний грунт и пылеватоиловатый суглинок — как тип 3. В табл. 1 приведены параметры из руководства ТМ5-855-1. использованные для характеристики грунтов [29]. Ударная волна (УВ), распространяющаяся в грунте, может быть описана как волна, проходящая по трем фазам, которые представляют собой частицы грунта, воздуха и воды. Сухой грунт — это смесь собственно частиц грунта и воздуха, в то время как полностью насыщенный грунт состоит из частиц грунта и воды. В работе рассмотрен процесс распространения и затухания волн сжатия, проходящих через все три типа сухой почвы.

Профили численно рассчитанных волн сжатия на разной глубине показаны на рис. 2. На рис. 3 для сравнения приведены пиковые значения давления, рассчитанные численно и по эмпирической формуле для грунта в точках



Рис. 2. Профили давления в контрольных точках  $A\!-\!D$  в песчаном суглинке при взрыве 250 кг ТНТ



Рис. 3. Пиковое давление в зависимости от приведенного расстояния в песчаном суглинке (a), в среднем грунте  $(\delta)$ , в пылевато-иловатом суглинке (e) при взрыве 250 кг ТНТ:

1 — результаты численного расчета, 2 — расчет по ТМ 5-855-1, 3 — наилучшее приближение численных результатов на глубине  $2 \div 10$  м. Результаты расчетов находятся в хорошем согласии. Пиковое давление уменьшается с ростом расстояния от взрыва в силу затухания волн сжатия в почве [30]. Для песчаного грунта оно уменьшается на 46, 76 и 92 % на глубине соответственно 5, 6 и 7 м по сравнению с заглублением 4 м (рис. 3,*a*), для среднего грунта в тех же условиях (рис. 3,*б*) на 54, 69 и 86 %, для пылевато-иловатого суглинка (рис. 3,*6*) — на 47, 77 и 90 %.

#### СРАВНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ОТКЛИКА ТУННЕЛЯ В ТРЕХ РАЗЛИЧНЫХ ГРУНТАХ

Обычно при моделировании воздействия взрыва рассчитываются профили давления, напряжения, деформации, вибрации и скорости вдоль всех направлений для всех узлов и элементов [31]. Для изучения влияния типа почвы на реакцию туннеля при взрыве, а также изменения пика массовой скорости при расположении туннеля в различных грунтах в модели туннеля выбирался контрольный элемент, в котором регистрировали динамическую реакцию туннеля [32]. Этот элемент находился в верхней части туннеля (рис. 4, a), при сильной вибрации это одна из критических точек туннеля. На рис. 4, б показана зависимость пика массовой скорости контрольного элемента от приведенного расстояния  $R/W^{1/3}$  (R = 3.5, 7, 10.5 и 14 м) для всех вариантов расчета. Видно, что пик массовой скорости зависит от типа грунта. Это связано с тем, что распространение УВ в почве зависит от геометрии заряда, плотности заряжания и структурных свойств почвы.

Для связных грунтов объем заполненных воздухом пустот является ключевым фактором, определяющим скорость затухания УВ, в то время как в несвязных грунтах таким фактором является плотность грунта. Так как плотность грунта не всегда известна, вместо нее может быть использована объемная масса сухого вещества. Грунты малой плотности (большой объем воздушных полостей) сильнее уменьшают действие УВ, чем грунты большой плотности (малый объем воздушных полостей). Как видно, с ростом приведенного расстояния пик массовой скорости уменьшается. Скорости затухания этой величины в туннелях, расположенных в песчаном суглинке и среднем грунте, почти одинаковы. Минимальный пик массовой скорости УВ установлен для туннеля, находящегося в песчаном суглинке.



Рис. 4. Максимальная вертикальная скорость в контрольной точке (a) в зависимости от приведенного расстояния (b) при взрыве 250 кг ТНТ:

1 — песчаный суглинок, 2 — средний грунт, 3 — пылевато-иловатый суглинок



Рис. 5. Зона разрушения туннеля, расположенного в песчаном суглинке, в различные моменты времени при взрыве 250 кг THT

Это связано с низкой прочностью этого грунта и его минимальной плотностью среди рассмотренных грунтов. Как отмечалось в [33], для несвязных грунтов плотность является основным параметром, определяющим их динамическое поведение.

### АНАЛИЗ РЕЖИМА РАЗРУШЕНИЯ ТУННЕЛЯ

При моделировании туннеля во всех случаях в качестве предела прочности на одноосное сжатие использовалось значение для бетона марки C<sub>50</sub>:  $\sigma_{\rm max} = 23.1$  МПа. Разрушение туннеля моделировалось подпрограм-



Рис. 6. Зона разрушения туннеля, расположенного в среднем грунте, в различные моменты времени при взрыве 250 кг ТНТ



Рис. 7. Зона разрушения туннеля, расположенного в пылевато-иловатом суглинке, в различные моменты времени при взрыве 250 кг THT

мой \*MAT\_ADD\_EROSION с указанным максимальным напряжением при разрушении [21, 34]. Это означает, что, когда главное напряжение на стенке туннеля достигает разрушающего напряжения, материал в расчете из рассмотрения удаляется. Схемы разрушения туннеля в различных грунтах для варианта расчета 1 показаны на рис. 5–7 соответственно. На частях *а* этих рисунков приведено распределение напряжения перед самым моментом разрушения, на частях 6 — границы разрушения и распределение напряжения в конце процесса разрушения. В соответствии с критерием разрушения Мизеса крыша туннеля (верхняя часть), покрытого песчаным суглинком, разрушена. Размер зоны разрушения составляет 6 м в продольном направлении (ось Z) и 0 ÷ 60° по дуге верхнего свода. У туннеля, находящегося в среднем грунте, почти все верхние части крыши разрушены и длина зоны разрушения при-

Грунт	Плотность, кг/м $^3$	Модуль сдвига, МПа	Модуль объемного сжатия, МПа			
Песчаный суглинок	1255	1.724	5.516			
Средний грунт	1 762	24	142			
Пылевато-иловатый суглинок	2350	34.474	15.024			

Свойства грунтов

мерно такая же, как у туннеля в песчаном суглинке. У туннеля, находящегося в пылеватоиловатом суглинке, разрушения верхнего свода также охватывают дугу  $0 \div 60^{\circ}$ , но длина разрушенного участка меньше — 5 м (вдоль оси Z). Итак, сравнение основных параметров грунтов (табл. 2) показывает, что пылеватоиловатый суглинок прочнее двух других грунтов из-за своей высокой прочности на сдвиг и относительной плотности и потому является наилучшим окружением для туннеля. Отсюда можно сделать вывод, что для того, чтобы оценить эффект от взрывной нагрузки на подземные сооружения, необходимо тщательно исследовать свойства грунта. В то же время проверка показала, что тип грунта и выбор подпрограммы в пакете LS-DYNA для его моделирования не влияют на диаметр кратера, создаваемого при подземном взрыве [35].

В табл. 3 представлены значения эффек-

Таблица 3

Эффективное пиковое напряжение для всех вариантов моделирования при взрыве 250 кг ТНТ					
Грунт	Вариант расчета	$\sigma_{e\!f\!f},{\rm M}\Pi{\rm a}$			
Песчаный суглинок	1	25.7			
	2	7.34			
	3	1.87			
	4	0.697			
Средний грунт	1	26.5			
	2	8.86			
	3	2.26			
	4	0.708			
Пылевато-иловатый суглинок	1	33.1			
	2	9.72			
	3	2.78			
	4	1.15			

пикового напряжения зависит от типа грунта. Так, для туннеля, расположенного в песчаном суглинке, в вариантах 2–4 оно уменьшается соответственно на 71.4, 92.7 и 97.3 % по сравнению с вариантом 1, что близко к ситуации в среднем грунте — 66.6, 91.5 и 97.3 %, но отличается от поведения в пылевато-иловатом суглинке, где пиковое эффективное напряжение в вариантах 2–4 уменьшается соответственно на 70.6, 91.6 и 96.5 % по сравнению с вариантом 1.

тивного пикового напряжения  $\sigma_{eff}$  (по крите-

рию Мизеса) в различных вариантах расчета,

которые демонстрируют, как заглубление тун-

неля влияет на его безопасность при воздей-

ствии взрыва. Динамика спада эффективного

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методом конечных элементов рассчитано затухание пикового давления на различных глубинах для песчаного суглинка, среднего грунта и пылевато-иловатого суглинка. В песчаном суглинке пиковое давление снижается на 46, 76 и 92 % на глубине соответственно 5, 6 и 7 м по сравнению с заглублением на 4 м, в среднем грунте — на 54, 69 и 86 %, а в пылевато-иловатом суглинке — на 47, 77 и 90 %.

Для связных грунтов объем заполненных воздухом пустот является ключевым фактором, определяющим скорость затухания ударной волны, в то время как в несвязных грунтах таковым является относительная плотность грунта.

Различные варианты расчета пиковой вертикальной скорости контрольного элемента показали, что наименьшее значение характерно для туннеля, находящегося в песчаном суглинке, благодаря его минимальной относительной плотности среди рассмотренных грунтов.

В соответствии с критерием Мизеса рассчитаны зоны разрушения заглубленного туннеля в каждом из трех типов грунтов. Наи-

Таблица 2

меньшие разрушения происходят в пылеватоиловатом суглинке из-за его высокого сопротивления сдвигу и прочности структуры.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Hendron A. J. Engineering of rock blasting on civil projects // Structural and Geotechnical Mechanics: a Volume Honoring N. M. Newmark / W. J. Hall (Ed.). — Prentice-Hall, N. J.: Englewood Cliffs, 1977.
- Tunstall A. M. Damage to underground excavations from open-pit blasting // Trans. Inst. Mining and Metallurgy. — 1997. — V. 106. — P. A19– A24.
- Fourie A. B., Green R. W. Damage to underground coal mines caused by surface blasting // Intern. J. Surf. Mining, Reclamation and Environ. — 1993. — N 7. — P. 11–16.
- Singh P. K. Blast vibration damage to underground coal mines from adjacent open-pit blasting // Intern. J. Rock Mech. Sci. — 2002. — V. 39, N 8. — P. 959–973.
- Wei X. Y., Zhao Z. Y., Gu J. Numerical simulation of rock mass damage induced by underground explosion // Intern. J. Rock Mech. Sci. — 2009. — V. 46. — P. 1206–1213.
- Lu W., Yang J., Chen M., Zhou C. An equivalent method for blasting vibration simulation // Simulation Model. Practice and Theory. — 2011. — V. 19. — P. 2050–2062.
- Jiang N., Zhou C. Blasting vibration safety criterion for a tunnel linear structure // Intern. J. Tunnelling and Underground Space Technol. — 2012. — V. 32. — P. 52–57.
- Safaei N., Hoormazdi G., Delfi M., Banan M. Parametric study of free-field and surface response of axisymmetric elastic half-spaces under surface explosions // 9th Intern. Congress on Civil Engineering Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran. — 2012.
- 9. Xia X., Li H. B., Li J. C., Liu B., Yu C. A case study on rock damage prediction and control method for underground tunnels subjected to adjacent excavation blasting // Intern. J. Tunnelling and Underground Space Technol. — 2013. — V. 35. — P. 1–7.
- Naggy N., Mohamed M., Boot J. C. Nonlinear numerical modelling for the effects of surface explosions on buried reinforced concrete structures // Intern. J. Geomech. Eng. — 2010. — V. 2, N 1. — P. 1–18.
- Konagai K., Kamiya H., Nishiyama S. Deformation buildup in soils during the Kobe earthquake of 1995 // Proc. of Workshop on seismic Faultinduced Failures. — 2001. — P. 81–90.
- Zhou X. Q., Kuznetsov V. A., Hao H., Waschl J. Numerical prediction of concrete slab response to blast loading // Intern. J. Impact Eng. — 2008. — V. 35. — P. 1186–1200.

- Wang Z., Hao H., Lu Y. A three-phase soil model for simulating stress wave propagation due to blast loading // Intern. J. for Numer. Anal. Methods in Geomech. — 2004. — V. 28. — P. 33– 56. — DOI: 10.1002/nag.325.
- Souli A., Shahrour I. A coupling method for soil structure interaction problems // Intern. J. for Numer. Anal. Methods in Geomech. — 2013. — V. 37. — P. 1140–1153. — DOI: 10.1002/nag.2080.
- ANSYS Inc. AUTODYN, User Manual Version 12. — 2009.
- Wang W., Zhang D., Lu F., Wang S., Tang F. Experimental study and numerical simulation of the damage mode of a square reinforced concrete slab under close-in explosion // J. Eng. Failure Anal. — 2013. — V. 27. — P. 41–51.
- Wu C., Lu Y., Hao H. Numerical prediction of blast-induced stress wave from large-scale underground explosion // Intern. J. for Numer. Anal. Methods in Geomech. — 2004. — V. 28. — P. 93– 109. — DOI: 10.1002/nag.328.
- Lee E., Finger M., Collins W. JWL equations of state coefficient for high explosives // Lawrence Livermore Laboratory, 1973. — UCID-16189.
- 19. LSTC, LS-DYNA Keyword User's Manual. Livermore Software Technology Corp., 2007.
- 20. Jayasinghe L. B., Thambirtnam D. P., Perera N., Jayasooriya J. H. A. R. Blast response and failure analysis of pile foundations subjected to surface explosion // J. Eng. Failure Anal. 2014. V. 3. P. 41–54.
- Yang Y., Xie X., Wang R. Numerical simulation of operating metro tunnel induced by ground explosion // J. Rock Mech. Geotech. Eng. 2010. V. 2, N 4. P. 373–384.
- Heymsfield E., Fasanella E. N. Using numerical modeling to simulate space capsule ground landing // Transport. Res. Board. — 2008.
- Krieg R. D. A simple constitutive description for cellular concrete. — Sandia Rep. SC-DR-72-0883. — 1972.
- Kulak R. F., Bojanowski C. Modelling of cone penetration test using SPH and MM-ALE approaches // 8th Europ. LS-DYNA User Conf. — Strasbourg, 2011. — P. 1–10.
- 25. Xu T., Yao A., Zeng X., Li Y. Study on the security conditions of parallel laying gas transmission pipelines under blast loading // Proc. ICPTT 2011 (ASCE). — P. 1401–1411. — DOI: 10.1061/41202(423)148.
- Bojanowski C., Kulak R. F. Comparison of lagrangian SPH and MM-ALE approaches for modeling large deformation in soil // 11th Intern. LS-DYNA Users Conf. — 2010. — P. 45–56.
- 27. Chen H. L., Xia Z. C., Zhou J. N., Fan H. L., Jin F. N. Dynamic responses of underground arch structures subjected to conventional blast loads: Curvature effects // Arch. of Civil and Mech. Eng. — 2013. — V. 13, N 3. — P. 322–333.

- Mobaraki B., Vaghefi M. Numerical study of the depth and cross-sectional shape of tunnel under surface explosion // Tunnelling and Underground Space Technol. — 2015. — V. 47. — P. 114–122.
- TM5-855-1: Fundamentals of protective design for conventional weapons. — Vicksburg, US, US Army Engineers Waterways Experimental Station, 1986.
- Leong E. C., Anand S., Cheong H. K., Lim C. H. Re-examination of peak stress and scaled distance due to ground shock // Intern. J. Impact Eng. — 2007. — V. 34. — P. 1487–1499.
- Wei X., Stewart M. G. Model validation and parametric study on the blast response of unreinforced brick masonry walls // Intern. J. Impact Eng. — 2010. — V. 37. — P. 1150–1159.

- 32. Wu C., Hao H. Numerical simulation of structural response and damage to simultaneous ground shock and air blast loads // Intern. J. Impact Eng. 2007. V. 34. P. 556–572.
- Luccioni B., Ambrosini D., Nurick G., Snyman I. Craters produced by underground explosions // Intern. J. Comput. Struct. 2009. V. 87. P. 1366–1373.
- 34. Gatuingt F., Pijaudier-Cabot G. Coupled damage and plasticity modelling in transient dynamic analysis of concrete // Intern. J. for Numer. Anal. Methods in Geomech. — 2002. — V. 26. — P. 1–24. — DOI: 10.1002/nag.188.
- Ambrosini D., Luccioni B., Danesi R. Influence of the soil properties on craters produced by explosions on the soil surface // Mechanica Comput. 2004. V. 23. P. 571–590.

Поступила в редакцию 10/XII 2014 г., в окончательном варианте — 21/VII 2015 г.