

ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ ГОРЕНИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ НА СКОРОСТЬ ГОРЕНИЯ

С. А. Рашковский

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, 119526 Москва, rash.hotbox.ru

В рамках феноменологической теории нестационарного горения рассмотрено горение гомогенных конденсированных энергетических материалов (КЭМ) с искривленной поверхностью горения. Найдена зависимость скорости горения от кривизны поверхности горения. Показано, что существует предельное значение кривизны поверхности, выше которого самоподдерживающееся горение невозможно. Эта предельная кривизна зависит от теплофизических и баллистических характеристик КЭМ. Показано, что существование предельной кривизны поверхности горения позволяет объяснить критические условия горения гомогенных КЭМ. На основе этой гипотезы рассчитаны критические диаметры горения нескольких гомогенных КЭМ. Результаты расчетов хорошо согласуются с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: конденсированные энергетические материалы, скорость горения, кривизна поверхности горения, критический диаметр.

ВВЕДЕНИЕ

В теории горения гомогенных конденсированных энергетических материалов (КЭМ), таких как пороха, взрывчатые вещества, активные связующие и др., обычно считается, что поверхность горения плоская в течение всего процесса. Это позволяет использовать одномерные модели для объяснения закономерностей горения (как стационарного, так и нестационарного) таких веществ [1–3].

Вместе с тем, экспериментальные данные свидетельствуют, что поверхность горения даже гомогенных КЭМ не является плоской. Так, в работах [4–7] экспериментально установлена и исследована очагово-ячеистая структура волны горения гомогенных КЭМ и показано, что поверхность горения покрыта неоднородностями, которые могут играть принципиальную роль, особенно вблизи пределов горения.

В работе [5] на примере пороха НБ установлено, что горение прекращается, если неоднородность на поверхности горения имеет большую кривизну. Для количественной оценки этого явления в работе [5] использовался критерий Михельсона — Маркштейна $Mi = Ru/\alpha$, где u — скорость горения, R — радиус кривизны неоднородностей на поверхности горения, α — температуропроводность конденсированной фазы (к-фазы) КЭМ. Горение неоднородности на поверхности пороха прекращалось, если $Mi < Mi_{cr} = 10 \div 13$ [5].

В работе [5] приведены профили кривизны поверхности горения погашенных образцов пороха НБ различного диаметра. Из этих профилей видно, что с уменьшением диаметра образца кривизна поверхности горения увеличивается и для образца критического диаметра радиус кривизны примерно равен радиусу самого образца. Ранее в работе [8] отмечалось, что радиус кривизны поверхности горения пороха НБ для образцов критического диаметра равен диаметру образца, однако более детальные исследования пороха НБ [9] показали, что радиус кривизны для образца критического диаметра равен радиусу образца, что согласуется с данными работы [5] для пороха НБ.

Еще более важную роль играет кривизна поверхности горения КЭМ вблизи стенок или подложек, которыми могут быть, в том числе, различные наполнители в смесевых системах, в которых гомогенные КЭМ используются в качестве связующего. В работе [10] исследована форма поверхности горения КЭМ вблизи стенок из различных инертных материалов и показано, что горение прекращается при тех же критических значениях критерия Михельсона — Маркштейна, что и в работе [5].

Все это указывает на то, что горение КЭМ с искривленной поверхностью должно существенно отличаться от горения с плоской поверхностью, а искривление поверхности может играть решающую роль в формировании пре-

дельных условий горения КЭМ.

Из теории горения предварительно перемешанных газовых смесей известно, что скорость нормального распространения фронта пламени зависит от его кривизны и выражается известной формулой Маркштейна [11]: $u = u^0 \left(1 + \alpha \frac{\varkappa}{u^0 R} \right)$, где u^0 — скорость распространения плоского пламени, $\alpha \approx 1$ — безразмерная постоянная. Этот эффект играет важную роль в процессе стабилизации фронта газового пламени и формировании его ячеистой структуры [11].

Принимая во внимание общую аналогию между реакционными зонами в к-фазе гомогенного КЭМ и в предварительно перемешанных газовых смесях [12], можно ожидать, что скорость горения КЭМ с искривленной поверхностью также будет отличаться от скорости его горения с плоской поверхностью и это отличие будет описываться (по крайней мере, формально) той же маркштейновской поправкой [11], пропорциональной кривизне поверхности горения.

Цель настоящей работы — исследовать зависимость скорости горения гомогенных КЭМ от кривизны поверхности горения и проанализировать следствия, вытекающие из этой зависимости.

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ГОРЕНИЯ КЭМ С ИСКРИВЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ГОРЕНИЯ

Для конкретной кинетики разложения гомогенного КЭМ зависимость скорости горения от кривизны поверхности горения можно получить решением соответствующей термокинетической задачи с искривленным реакционным фронтом [13]. Очевидно, что коэффициент пропорциональности (постоянная Маркштейна) будет существенно зависеть от выбранной кинетической модели. Учитывая, что любая кинетическая схема всегда далека от реальной картины горения КЭМ ввиду многостадийности и сложности физико-химических процессов, протекающих в конденсированной и газовой фазах вблизи поверхности горения, подобный подход позволяет получить лишь качественные, но не количественные зависимости. В частности, можно получить формулу Маркштейна с некоторым коэффициентом, не поддающимся непосредственному расчету, который

должен определяться на основе экспериментальных данных по горению КЭМ с искривленной поверхностью. Очевидно, получить такие экспериментальные данные крайне трудно, что делает этот подход чисто формальным, непригодным для практических расчетов.

Вместе с тем, как мы покажем далее, в теории горения гомогенных КЭМ эту зависимость можно получить в достаточно общем виде, неявно учитывающем всю совокупность физико-химических процессов, протекающих при горении КЭМ. Такую возможность предоставляет феноменологическая теория нестационарного горения [2, 3], которая дает общий рецепт расчета мгновенной скорости горения КЭМ.

В соответствии с феноменологической теорией нестационарного горения [2, 3] скорость горения является однозначной функцией давления p и градиента температуры φ в к-фазе у поверхности горения:

$$u = u(p, \varphi). \quad (1)$$

Так как эта функция одинакова для стационарного и нестационарного горения, она может быть установлена из экспериментально определяемой зависимости стационарной скорости горения от давления

$$u^0 = u^0(p, T_0) \quad (2)$$

и из теоретической зависимости

$$\varphi = \frac{u^0}{\varkappa} (T_s - T_0), \quad (3)$$

полученной для зоны инертного прогрева к-фазы при стационарном перемещении плоской поверхности горения. Здесь T_0 — начальная температура заряда, T_s — температура поверхности горения КЭМ, которая в феноменологической модели [2, 3] также считается однозначной функцией давления и градиента температуры у поверхности горения:

$$T_s = T_s(p, \varphi). \quad (4)$$

Формально зависимость (1) можно установить из (2)–(4) решением уравнения

$$u = u^0(p, T_s(p, \varphi) - \varkappa\varphi/u). \quad (5)$$

Так как зависимость (3) получена для плоской поверхности горения, то и зависимость (1), найденная решением уравнения (5), будет

соответствовать горению (стационарному или нестационарному) КЭМ с плоской поверхностью.

В теории [2, 3] предполагается, что газовая фаза безынерционная и всегда подстраивается под текущие условия горения (давление, температуру поверхности горения и градиент температуры в к-фазе у поверхности горения).

Если в процессе горения КЭМ по каким-либо причинам произошло искривление поверхности, градиент температуры φ будет отличаться от соответствующего значения при горении КЭМ в тех же условиях, но с плоской поверхностью и будет зависеть от кривизны поверхности горения $K = R^{-1}$, где R — радиус кривизны. Однако изменения произойдут не только в прогретом слое к-фазы, но и в газовом пламени. Газовое пламя КЭМ с искривленной поверхностью отличается от газового пламени КЭМ с плоской поверхностью горения, и это отличие обусловлено не только реакцией газового пламени на изменение градиента температуры и температуры поверхности горения, но и связано с изменением геометрии газового пламени. Это означает, что в общем случае зависимость (1), полученная для плоской поверхности горения, не может быть использована для горения КЭМ с искривленной поверхностью. Лишь в том случае, когда скорость горения КЭМ определяется реакциями в к-фазе, а газовая фаза играет второстепенную роль, зависимость (1), полученная для плоской поверхности горения, останется справедливой и для искривленной поверхности.

В настоящее время имеются экспериментальные данные, указывающие на то, что определяющую роль в процессе горения ряда однородных КЭМ играют реакции в к-фазе [14, 15]. Это допущение используется в дальнейшем анализе, и соответственно все полученные далее результаты относятся именно к таким КЭМ.

Исходя из изложенного выше, для определения скорости горения КЭМ с искривленной поверхностью достаточно найти градиент температуры в к-фазе у поверхности горения путем решения тепловой задачи для реальной геометрии поверхности горения и воспользоваться однозначной зависимостью (1), полученной для плоской поверхности.

Для относительно тонкого прогретого слоя в к-фазе или, что то же самое, для поверхности горения малой кривизны ($K = \varepsilon/Ru \equiv$

$Mi^{-1} < 1$) зависимость скорости горения от кривизны может быть получена в аналитическом виде.

Рассмотрим горение КЭМ с искривленной поверхностью (рис. 1), имеющей радиус кривизны R . Проведем анализ для случая, когда поверхность горения выпукла в сторону к-фазы (рис. 1, *a*). Возможны два варианта.

А. Форма поверхности горения цилиндрическая или близка к ней (рис. 2, *a*). Это происходит, если радиус главной кривизны в одном направлении существенно больше радиуса главной кривизны в другом направлении.

В данном случае тепловая задача для прогретого слоя к-фазы в системе, связанной с поверхностью горения, приближенно сводится к решению стационарного уравнения теплопроводности с цилиндрической симметрией

$$u \frac{dT}{dr} = -\varepsilon \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{dT}{dr} \quad (6)$$

и граничными условиями

$$T(r = R) = T_s, \quad T(r = \infty) = T_0. \quad (7)$$

Задача (6), (7) имеет решение

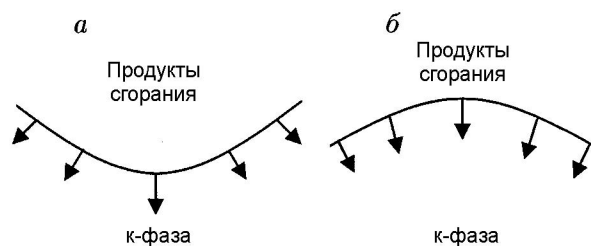


Рис. 1. Схемы горения КЭМ с искривленной поверхностью:

a — поверхность горения выпукла в сторону к-фазы; *б* — поверхность горения выпукла в сторону продуктов сгорания; стрелками показано направление перемещения поверхности горения

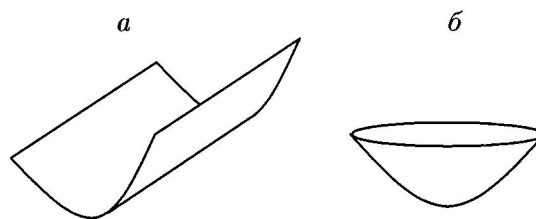


Рис. 2. Простейшие формы поверхностей горения: цилиндрическая (*a*), сферическая (*б*)

$$T = T_s - C_1 \int_R^r \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{ur}{\alpha}\right) dr,$$

$$C_1 = (T_s - T_0) / \int_R^\infty \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{ur}{\alpha}\right) dr.$$

Соответственно градиент температуры в к-фазе у поверхности горения КЭМ определяется выражением

$$\varphi = (T_s - T_0) \times \left\{ \exp\left(-\frac{uR}{\alpha}\right) / \left[R \int_R^\infty \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{ur}{\alpha}\right) dr \right] \right\}. \quad (8)$$

Перепишем (8) в виде

$$\varphi = \frac{u}{\alpha} (T_s - T_0) + \frac{u}{\alpha} (T_s - T_0) \times \left\{ \exp\left(-\frac{uR}{\alpha}\right) / \left[\frac{uR}{\alpha} \int_R^\infty \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{ur}{\alpha}\right) dr \right] - 1 \right\}$$

или

$$\varphi = \frac{u}{\alpha} (T_s - T_0'), \quad (9)$$

где

$$T_0' = T_0 + \Delta T_0, \quad (10)$$

$$\Delta T_0 = -(T_s - T_0) \times \left[\exp(-\xi) / \left(\xi \int_\xi^\infty \frac{1}{\xi} \exp(-\xi) d\xi \right) - 1 \right], \quad (11)$$

$$\xi = uR/\alpha.$$

Сравнивая (9) и (3), приходим к выводу, что искривление поверхности горения приводит к такому же изменению его скорости, что и изменение начальной температуры КЭМ (в случае плоского фронта горения) на величину (11).

Согласно данным [5] горение КЭМ возможно только при $\xi > \text{Mi}_{cr} \approx 10$.

Для $\xi \gg 1$ имеет место разложение

$$\int_\xi^\infty \frac{1}{\xi} \exp(-\xi) d\xi = \frac{1}{\xi} \exp(-\xi) \left(1 - \frac{1}{\xi} + \frac{2}{\xi^2} - \dots \right).$$

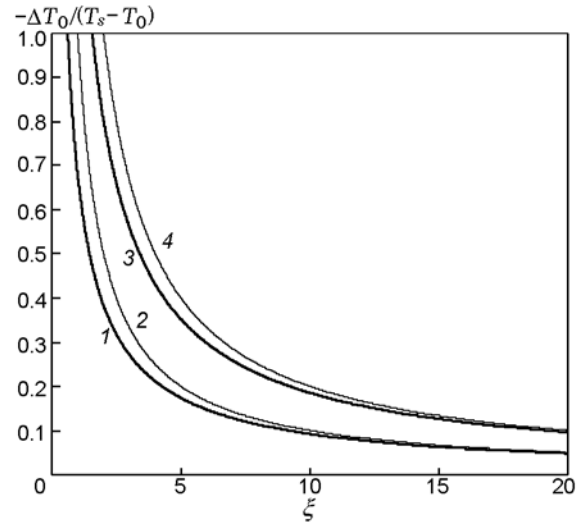


Рис. 3. Зависимость эффективного понижения начальной температуры заряда от безразмерного радиуса кривизны поверхности горения ξ : 1 — точная зависимость (11), 2 — асимптотическая зависимость (12), 3 — точная зависимость (17), 4 — асимптотическая зависимость (18)

Тогда для слабо искривленной поверхности горения ($\xi \gg 1$) в первом приближении зависимость (11) принимает вид

$$\Delta T_0 = -(T_s - T_0) \frac{1}{\xi}. \quad (12)$$

Зависимости $\Delta T_0(\xi)$ (11), (12) приведены на рис. 3.

В общем случае скорость горения твердого КЭМ с искривленной поверхностью горения определяется уравнением

$$u = u^0(p, T_0 + \Delta T_0(\xi)). \quad (13)$$

На практике часто используется зависимость

$$u^0(p, T_0) = u_N^0(p) \exp(\beta \Delta T_0) \quad (14)$$

или ее линейная аппроксимация, где $u_N^0(p)$ определяет зависимость скорости горения от давления при некоторой номинальной температуре заряда для плоской поверхности горения (адиабатическая скорость горения); ΔT_0 — отклонение начальной температуры заряда от номинальной.

Соотношения (13), (14) при ΔT_0 , задаваемом уравнением (11) или (12), определяют изменение скорости горения с искривленной поверхностью по сравнению со скоростью горения $u_N^0(p)$ того же КЭМ в тех же условиях, но с плоской поверхностью.

Для поверхности горения, выпуклой в сторону к-фазы (именно этому случаю соответствует проведенный выше анализ), $\Delta T_0 < 0$, и такое искривление эквивалентно уменьшению начальной температуры заряда на величину (11).

Так как $\beta > 0$, искривление поверхности горения в сторону к-фазы приводит к уменьшению локальной скорости горения КЭМ.

В. Форма поверхности горения сферическая (рис. 2, б). Это означает, что оба радиуса главной кривизны поверхности совпадают.

В этом случае поле температуры приближенно определяется решением уравнения

$$u \frac{dT}{dr} = -\alpha \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{dT}{dr} \quad (15)$$

с граничными условиями (7). Решение имеет вид

$$T = T_s - C_1 \int_R^r \frac{1}{r^2} \exp\left(-\frac{ur}{\alpha}\right) dr,$$

$$C_1 = (T_s - T_0) \left/ \int_R^\infty \frac{1}{r^2} \exp\left(-\frac{ur}{\alpha}\right) dr \right.$$

Соответственно, градиент температуры в к-фазе у поверхности горения КЭМ определяется следующим образом:

$$\varphi = (T_s - T_0) \times \left\{ \exp\left(-\frac{uR}{\alpha}\right) \left/ \left[R^2 \int_R^\infty \frac{1}{r^2} \exp\left(-\frac{ur}{\alpha}\right) dr \right] \right\}. \quad (16)$$

Перепишем (16) в виде

$$\varphi = \frac{u}{\alpha} (T_s - T_0) + \frac{u}{\alpha} (T_s - T_0) \times \left\{ \exp\left(-\frac{uR}{\alpha}\right) \left/ \left[\frac{uR^2}{\alpha} \int_R^\infty \frac{1}{r^2} \exp\left(-\frac{ur}{\alpha}\right) dr \right] - 1 \right\}$$

или

$$\varphi = \frac{u}{\alpha} (T_s - T'_0),$$

где

$$T'_0 = T_0 + \Delta T_0,$$

$$\Delta T_0 = -(T_s - T_0) \times$$

$$\times \left[\exp(-\xi) \left/ \left(\xi^2 \int_\xi^\infty \frac{1}{\xi^2} \exp(-\xi) d\xi \right) - 1 \right], \quad (17)$$

$$\xi = \frac{uR}{\alpha}.$$

Для слабо искривленного фронта ($\xi \gg 1$)

$$\int_\xi^\infty \frac{1}{\xi^2} \exp(-\xi) d\xi = \frac{1}{\xi^2} \exp(-\xi) \left(1 - \frac{2}{\xi} + \frac{6}{\xi^2} - \dots \right)$$

и в первом приближении (17) принимает вид

$$\Delta T_0 = -(T_s - T_0) \frac{2}{\xi}. \quad (18)$$

Зависимости $\Delta T_0(\xi)$ (17), (18) приведены на рис. 3.

Зависимости (12) и (18) легко обобщить на случай, когда две главные кривизны поверхности горения конечные и различающиеся:

$$\Delta T_0 = -(T_s - T_0) \left(\frac{1}{\xi_1} + \frac{1}{\xi_2} \right), \quad (19)$$

где $\xi_i = uR_i/\alpha$, $i = 1, 2$, R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны поверхности.

Введя безразмерную среднюю кривизну поверхности горения

$$K = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\xi_1} + \frac{1}{\xi_2} \right), \quad (20)$$

можно переписать (19) в виде

$$\Delta T_0 = -2K(T_s - T_0). \quad (21)$$

ЗАВИСИМОСТЬ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ОТ КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ ГОРЕНИЯ

Асимптотическое приближение

Учитывая (14) и (21), получим выражение для скорости горения заряда с искривленной поверхностью:

$$u = u_N^0(p) \exp(-2kK), \quad (22)$$

где

$$k = (T_s - T_0) \frac{\partial \ln u^0}{\partial T_0} = \beta(T_s - T_0) \quad (23)$$

— безразмерная температурная чувствительность скорости горения к изменению начальной температуры в феноменологической теории нестационарного горения [2, 3].

Уравнение (22) можно переписать в виде

$$Z = \exp\left(-\frac{2kK_0}{Z}\right), \quad (24)$$

где $Z = u/u_N^0$, K_0 — безразмерная средняя кривизна поверхности горения при скорости $u_N^0(p)$, определяемая соотношением (20) с $\xi_i = u_N^0 R_i/\varkappa$. Кривизна считается положительной, если поверхность горения выгнута в сторону к-фазы.

Решение уравнения (24) показано на рис. 4. При каждом значении параметра $2kK_0$ уравнение (24) имеет два корня, соответствующие точкам пересечения линий $f_1(Z) = Z$ и $f_2(Z) = \exp(-2kK_0/Z)$, при этом физический смысл имеет лишь больший из них. Это следует из того, что только больший корень соответствует правильному пределу $Z = 1$ при $K_0 \rightarrow 0$, т. е. при переходе к плоской поверхности горения.

При некотором предельном значении параметра $2kK_0$ наблюдается касание линий

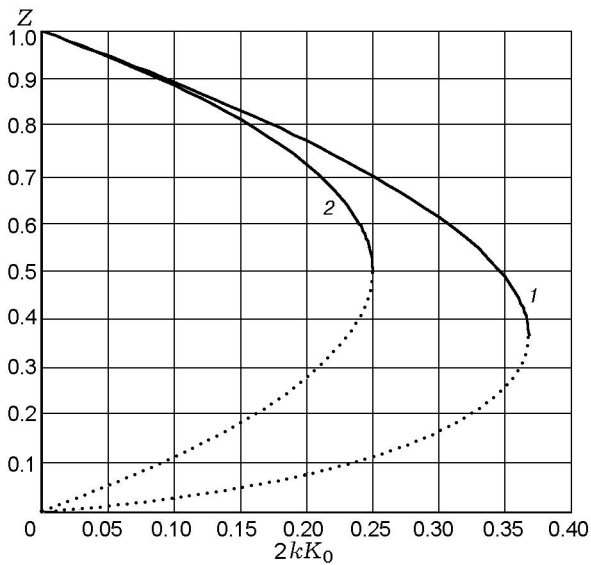


Рис. 4. Зависимость скорости горения с поверхностью, выпуклой в сторону к-фазы, от параметра $2kK_0$:

1 — решение уравнения (24), 2 — решение уравнения (27)

$f_1(Z) = Z$ и $f_2(Z) = \exp(-2kK_0/Z)$ и уравнение (24) имеет единственный корень. При значении $2kK_0$ выше предельного уравнение (24) не имеет решений. Из условия касания линий $f_1(Z) = Z$ и $f_2(Z) = \exp(-2kK_0/Z)$ легко найти предельное значение параметра $2kK_0$, оно равно $1/e$; соответствующее предельное значение относительной скорости горения $Z_{cr} = 1/e$. Это означает, что горение КЭМ с искривленной поверхностью при $2kK_0 > 1/e \approx 0.368$ невозможно. Таким образом, для каждого КЭМ существует критическое значение безразмерной кривизны $(K_0)_{cr} \approx 0.18/k$ и горение с искривленной поверхностью возможно лишь до тех пор, пока безразмерная кривизна поверхности горения не превысит это критическое значение. Критическая кривизна поверхности зависит от температурной чувствительности скорости горения k и для разных КЭМ различна.

Из решения уравнения (24) следует, что скорость на пределе горения КЭМ с искривленной поверхностью составляет $1/e \approx 0.368$ от скорости горения этого же КЭМ с плоской поверхностью в тех же условиях.

Введем критический радиус кривизны поверхности горения КЭМ

$$R_{cr}(p) = \frac{\varkappa}{u_N^0(K_0)_{cr}} = \frac{2\varkappa e k(p)}{u_N^0(p)}, \quad (25)$$

который зависит от давления. Функция $R_{cr}(p)$ является характеристикой конкретного КЭМ. Тогда можно записать

$$2kK_0 = \frac{R_{cr}(p)}{e\bar{R}},$$

где \bar{R} — средний радиус кривизны поверхности горения.

Известно, что тепловая теория пределов горения [16, 17] предсказывает падение скорости на пределе горения в \sqrt{e} раз. Однако теория [17] неприменима к КЭМ с $k > 1$, что характерно для многих гомогенных КЭМ. Предлагаемый в настоящей работе механизм погасания гомогенных КЭМ за счет запредельного искривления поверхности горения предсказывает падение скорости на пределе горения в e раз. Аналогичный результат получен в тепловой модели с плоской реакционной зоной в к-фазе [18].

Отметим, что для КЭМ существует предельная начальная температура заряда T_{min} ,

ниже которой самостоятельное горение КЭМ даже с плоской поверхностью становится невозможным. Так как эффект искривления поверхности горения в сторону к-фазы эквивалентен уменьшению начальной температуры заряда, то при некоторой кривизне эффективная температура T'_0 может оказаться ниже T_{\min} и горение должно прекратиться. Однако решение уравнения (24) показывает, что в действительности горение с искривленной поверхностью становится невозможным значительно раньше, при температурах T'_0 , существенно больших T_{\min} .

Отметим, что к количественным оценкам, полученным из решения уравнения (24), следует относиться с осторожностью, так как зависимость (14) обычно имеет место в ограниченном температурном диапазоне, вдали от предельной температуры T_{\min} . В широком диапазоне начальных температур зависимость скорости горения от температуры заряда может существенно отличаться от (14) и соответственно от (24). По этой причине при большой кривизне поверхности скорость горения может заметно отличаться от решения уравнения (24); это же относится и к предельным условиям горения.

Чтобы продемонстрировать существенное влияние зависимости скорости горения от начальной температуры заряда на предельные условия процесса, рассмотрим вместо (14) линейную зависимость $u(T_0)$, которая также часто используется на практике:

$$u^0(p, T_0) = u_0^0(p)(1 + \beta \Delta T_0). \quad (26)$$

Отсюда с учетом (21), (23) получаем уравнение для относительной скорости горения

$$Z = 1 - 2kK_0/Z, \quad (27)$$

заменяющее уравнение (24).

Уравнение (27) имеет решения

$$Z = 0.5 \pm \sqrt{0.25 - 2kK_0}. \quad (28)$$

Они показаны на рис. 4. Каждому значению параметра $2kK_0$ соответствуют два решения; физический смысл имеет только большее из них. Решения существуют лишь при $kK_0 \leq 1/8$. Таким образом, для зависимости (26) критическое значение безразмерной кривизны поверхности горения равно $(K_0)_{cr} = 0.125/k$, что меньше полученного выше для зависимости (14). При этом скорость горения на пределе для

зависимости (26) равна половине скорости горения КЭМ с плоской поверхностью, что заметно выше предельной скорости горения для зависимости (14). Можно утверждать, что чем сильнее зависимость $u(T_0)$ в широком диапазоне температур, тем больше критическое значение кривизны $(K_0)_{cr}$ и тем ниже скорость на пределе горения.

Уравнение (24) определяет скорость горения КЭМ с искривленной поверхностью, выпуклой в сторону к-фазы (см. рис. 1, а).

Для $\xi \gg 1$ полученные зависимости могут быть применены и к поверхности горения, выпуклой в сторону газовой фазы (продуктов сгорания) (см. рис. 1, б). В этом случае

$$T'_0 = T_0 - \Delta T_0,$$

где в асимптотическом приближении ΔT_0 по-прежнему определяется соотношением (21). Это означает, что искривление поверхности горения в сторону газовой фазы (см. рис. 1, б) приводит к увеличению локальной скорости горения КЭМ, которая определяется решением уравнения

$$Z = \exp(2kK_0/Z) \quad (29)$$

(рис. 5). В этом случае увеличение кривизны поверхности горения приводит к монотонному росту скорости горения.

В случае, когда зависимость скорости горения от начальной температуры описывается

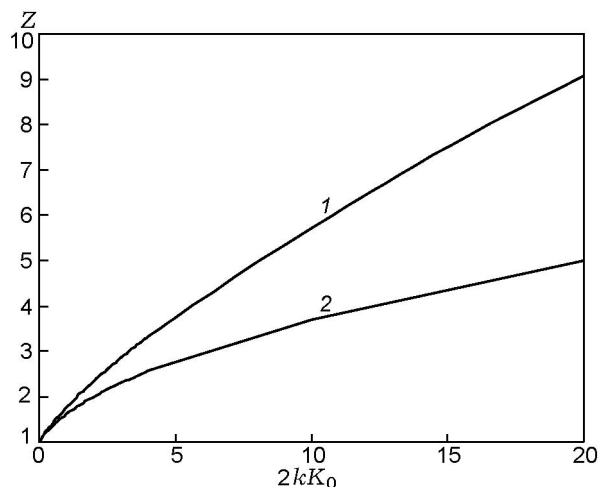


Рис. 5. Зависимость скорости горения с поверхностью, выпуклой в сторону продуктов сгорания, от параметра $2kK_0$:

1 — решение уравнения (29), 2 — решение уравнения (30) (см. (31))

линейной функцией (26), вместо (29) получаем уравнение

$$Z = 1 + 2kK_0/Z, \quad (30)$$

которое имеет решение

$$Z = 0.5 + \sqrt{0.25 + 2kK_0}. \quad (31)$$

Второе (отрицательное) решение не имеет физического смысла. Решение (31) показано на рис. 5.

Точное решение

До сих пор при расчете зависимости скорости горения от кривизны поверхности горения мы использовали асимптотическое приближение (21) вместо точных (в рамках феноменологической теории [2, 3]) зависимостей (11) и (17).

Рассмотрим теперь зависимость скорости горения от кривизны поверхности горения при использовании точных соотношений (11) и (17):

$$Z = \exp(-kF(Z\xi_0)), \quad (32)$$

где $F(\xi)$ — функции, стоящие в качестве множителей после $(T_s - T_0)$ в (11) и (17) для цилиндрической и сферической форм поверхности горения соответственно.

Легко заметить, что в данном случае не существует единой зависимости $Z(2kK_0)$, как это имело место при асимптотическом приближении (21). На рис. 6 приведены зависимости $Z(2kK_0)$, полученные решением уравнения (32) при разных значениях k , отдельно для сферической и цилиндрической форм искривленной поверхности горения.

Анализ решений уравнения (32) показывает, что критическое значение параметра $2kK_0$, выше которого горение невозможно, уменьшается с ростом k и при одинаковых условиях всегда больше для цилиндрической формы поверхности горения, чем для сферической. Безразмерная скорость Z на пределе горения также зависит от параметра k и различается для цилиндрической и сферической форм поверхности горения. Зависимости критических параметров горения от параметра k показаны на рис. 7. Видно, например, что для цилиндрической формы поверхности при $k = 1$ скорость на пределе горения примерно в 3.7 раз ниже скорости горения КЭМ с плоской поверхностью в тех же условиях.

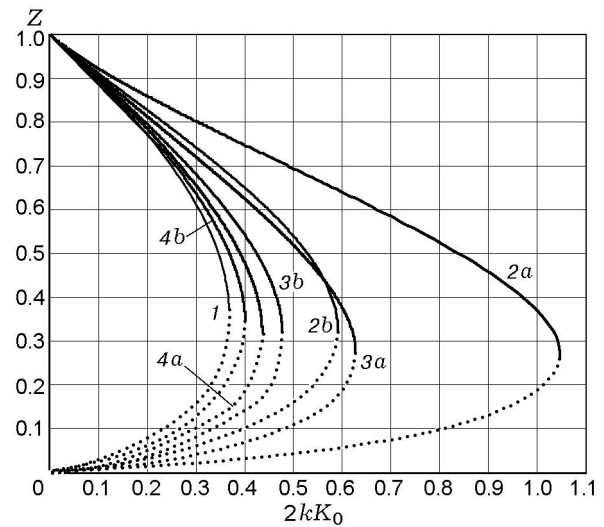


Рис. 6. Зависимости скорости горения от параметра $2kK_0$ для цилиндрической (а) и сферической (б) форм поверхности горения, выпуклой в сторону к-фазы, при разных значениях параметра k :

1 — решение уравнения (24), 2–4 — решения уравнения (32): 2 — $k = 0.2$, 3 — $k = 1$, 4 — $k = 5$

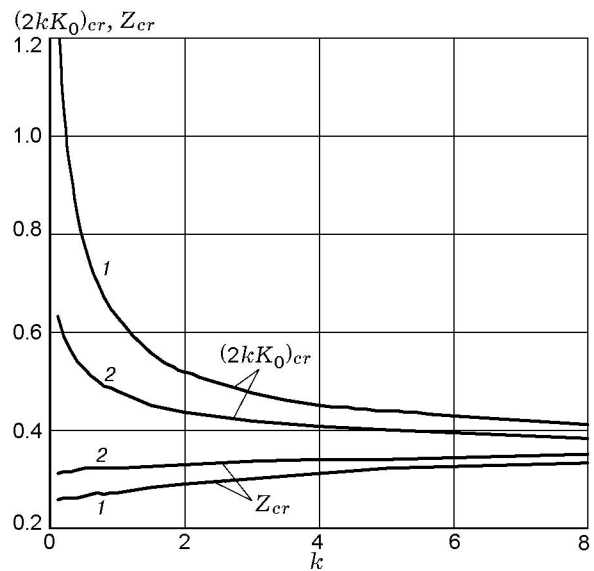


Рис. 7. Зависимости критических параметров горения для уравнения (32) от параметра k :

1 — цилиндрическая форма поверхности горения, 2 — сферическая

Решение точного уравнения (32) переходит в решение асимптотического уравнения (24) при $k \gg 1$.

Легко видеть, что полученная выше зависимость скорости горения от кривизны его по-

верхности обеспечивает устойчивость поверхности горения по отношению к двумерным возмущениям. В самом деле, учитывая, что скорость горения углублений на поверхности меньше, чем скорость горения выступов, приходим к выводу, что в отсутствие внешних факторов, постоянно вызывающих искривление поверхности горения, любые возникшие возмущения поверхности должны со временем исчезнуть и поверхность будет стремиться к тому, чтобы стать плоской.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные результаты позволяют объяснить критическое значение критерия Михельсона — Маркштейна, найденное экспериментально в работах [4–7, 10].

Действительно, в асимптотическом приближении (21) теоретическое критическое значение критерия Михельсона — Маркштейна

$$Mi_{cr} = 2ke$$

зависит от безразмерной температурной чувствительности скорости горения k и различно для разных КЭМ. Например, для пороха Н ($k = 2 \div 2.5$ при $p = 1 \div 5$ атм [19]) имеем

$$Mi_{cr} = 10.8 \div 13.5,$$

что полностью совпадает с оценками Mi_{cr} , полученными в работах [5, 10] при анализе поверхностных волн, возникающих при горении пороха Н: неоднородности на поверхности горения, кривизна которых удовлетворяет условию $u_N^0 R/\varkappa < Mi_{cr}$, гаснут.

Полученные выше результаты могут быть использованы также для расчета критического диаметра горения КЭМ.

Формальное объяснение существования критического диаметра горения КЭМ (см., например, [9]) обычно основывают на теории [16, 17] и связывают с тепловыми потерями через боковую поверхность заряда, которые приводят к уменьшению температуры, а вместе с ней и скорости горения. Но теория [16, 17] неприменима к обычным гомогенным КЭМ, имеющим $k > 1$. Поэтому в работах [18, 20] предприняты попытки обобщить тепловую теорию [16, 17] с использованием более сложных моделей горения КЭМ, в частности, в [18] для этих целей привлекается феноменологическая теория нестационарного горения [2, 3]. Однако в работах [18, 20] используется допущение о плоской

реакционной зоне, что противоречит экспериментальным данным [4–10].

Вместе с тем, экспериментальные данные [5, 9] показывают, что критический диаметр горения практически не зависит от условий теплообмена на боковой поверхности образца. Так, например, критический диаметр образцов, помещенных в дюралевою или бронзовую оболочку [8], такой же, как и у образцов, бронированных полимерными пленками различной толщины, помещенных и не помещенных в воду [5, 9].

Экспериментальные данные [5, 9, 10] показывают, что поверхность горения гомогенных КЭМ не является плоской, она близка к сферической (выгнутой в сторону к-фазы), а ее радиус кривизны на пределе горения примерно равен радиусу образца.

Считая, что прекращение горения при уменьшении диаметра заряда связано с запретным искривлением поверхности горения, из условия $R_{cr} = d_{cr}/2$, где d_{cr} — критический диаметр заряда, и из соотношения (25) получаем

$$d_{cr}(p) = \frac{4\varkappa ek(p)}{u_N^0(p)}, \quad (33)$$

или, принимая $\varkappa = 1.5 \cdot 10^{-3}$ см²/с,

$$d_{cr} = 0.15k/u_N^0. \quad (34)$$

Здесь и далее в расчетах единицы измерения u_N^0 — см/с, d_{cr} — мм, p — атм.

Найдем зависимость критического диаметра от давления для нескольких порохов: Н, А и НБ.

Для пороха Н зависимость скорости горения от давления имеет вид [9, 19]

$$u_N^0 = 0.047p^{0.67},$$

а температурная чувствительность определяется на основе данных [21] по соотношению $\beta = 1.23 \cdot 10^{-2} p^{-0.278}$ [9], где β дано в 1/°С, p — в атм. Эта зависимость совместно с данными [2, 22] по зависимости температуры поверхности горения пороха Н от давления приводит к степенной зависимости

$$k = 2.4p^{-0.1}.$$

Подставляя зависимости $k(p)$ и $u_N^0(p)$ в (34), получаем

$$d_{cr} = 7.7p^{-0.77},$$

что близко к экспериментальной зависимости $d_{cr} = 7p^{-0.74}$ из работы [9] для пороха Н. Расхождение расчета с экспериментом можно объяснить неточностью выбранного значения α и неточностью аппроксимации зависимости $k(p)$.

Принимая для пороха А зависимость $k(p)$ такой же, как и для пороха Н, и учитывая, что для него $u_N^0 = 0.1p^{0.64}$ [5], запишем

$$d_{cr} = 3.6p^{-0.75},$$

что близко по порядку к экспериментальной зависимости $d_{cr} = 6p^{-0.75}$ [9] для пороха А.

Для модельного пороха НБ $u_N^0 = 0.09p^{0.65}$ [5]; при той же зависимости $k(p)$ получаем

$$d_{cr} = 4p^{-0.75},$$

в то время как согласно экспериментальным данным [5] для пороха НБ $d_{cr} = 6.8p^{-0.76}$.

Можно ожидать, что уточнение зависимостей $k(p)$ для порохов А и НБ позволит уменьшить имеющееся для них расхождение теории с экспериментом.

Для гексогена, принимая на основании экспериментальных данных [23, 24] $k \approx 2.3$ в широком диапазоне давлений и используя зависимость $u_N^0 = 0.037p^{0.82}$ [23], из (34) находим, что

$$d_{cr} = 9.3p^{-0.82}.$$

Эта зависимость близка к экспериментальной зависимости $d_{cr} = 9.26p^{-0.88}$ для гексогена из работы [25].

Таким образом, учитывая неопределенность параметра α и зависимости $k(p)$ для рассмотренных КЭМ, можно утверждать, что гипотеза о том, что критические условия горения КЭМ связаны с запредельным искривлением поверхности, позволяет объяснить существование критического диаметра горения и рассчитать его зависимость от давления.

Отметим, что экспериментальные зависимости критического диаметра от давления для многих КЭМ хорошо описываются степенной функцией $d_{cr} = Ap^{-n}$, где A , n — постоянные для данного КЭМ параметры.

Согласно теории, из (34) получаем

$$n = \frac{\partial \ln d_{cr}}{\partial \ln p} = \nu - \frac{\partial \ln k}{\partial \ln p},$$

где $\nu = \frac{\partial \ln u_0}{\partial \ln p}$.

Можно ожидать, что влияние кривизны поверхности горения гомогенных КЭМ на скорость горения будет заметно не только вблизи критических условий горения. Этот эффект может играть важную роль в процессе горения смесевых составов, в которых связующее способно к самостоятельному горению [26]. Данный вопрос будет рассмотрен в дальнейшем.

ВЫВОДЫ

1. В рамках феноменологического подхода разработана модель горения гомогенных конденсированных энергетических материалов с искривленной поверхностью горения.

2. Найдена зависимость скорости горения от кривизны поверхности горения. Показано, что существует предельное значение кривизны, при превышении которого самоподдерживающееся горение невозможно. Значение предельной кривизны зависит от чувствительности скорости горения к изменению начальной температуры заряда.

3. Исследовано влияние на рассмотренный эффект конкретной зависимости скорости горения от начальной температуры.

4. Показано, что гипотеза о существовании предельной кривизны поверхности горения позволяет объяснить критические условия горения гомогенных КЭМ. На основе этой гипотезы рассчитаны критические диаметры горения нескольких гомогенных КЭМ. Результаты расчетов согласуются с известными экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Моделирование** процессов горения твердых топлив / Л. К. Гусаченко, В. Е. Зарко, В. Я. Зырянов, В. П. Бобрышев — Новосибирск: Наука, 1985.
2. **Новожилов Б. В.** Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.
3. **Зельдович Я. Б., Лейпунский О. И., Либрович В. Б.** Теория нестационарного горения пороха. — М.: Наука, 1975.
4. **Маршаков В. Н., Истратов А. Г., Пучков В. М.** Неодномерный фронт горения составов на основе нитрокретчатки и нитроглиперина // Физика горения и взрыва. — 2003. — Т. 39, № 4. — С. 100–106.
5. **Маршаков В. Н., Истратов А. Г.** Критический диаметр и поперечные волны при горении порохов // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 2. — С. 72–78.

6. **Маршаков В. Н., Колесников-Свинарев В. И., Финяков С. В.** О критическом диаметре и очаговом горении баллиститного пороха // Хим. физика. — 2009. — Т. 28, № 2. — С. 30–36.
7. **Маршаков В. Н., Мелик-Гайказов Г. В.** Очагово-ячеистая структура волны горения перхлората аммония // Хим. физика. — 2009. — Т. 28, № 12. — С. 45–51.
8. **Зенин А. А., Лейпунский О. И., Писковский С. В., Пучков В. М.** Горение и погасание баллиститного пороха вблизи критического диаметра // Физика горения и взрыва. — 1976. — Т. 12, № 2. — С. 179–185.
9. **Вишнивецкий И. Я., Денисюк А. П., Фогельзанг А. Е.** Критические условия горения баллиститных порохов // Физика горения и взрыва. — 1979. — Т. 15, № 1. — С. 12–18.
10. **Маршаков В. Н., Истратов А. Г., Колесников-Свинарев В. И., Финяков С. В.** Погасание пороха при контакте со стенками из различных материалов и подложкой // Хим. физика. — 2008. — Т. 27, № 6. — С. 62–67.
11. **Маркштейн Дж. Г.** Нестационарное распространение пламени. — М.: Мир, 1968.
12. **Мержанов А. Г., Хайкин Б. И.** Теория волн горения в гомогенных средах. — Черноголовка, 1992.
13. **Рогоза Б. Е.** О маркштейновской поправке к нормальной скорости распространения искривленного пламени // Физика горения и взрыва. — 1985. — Т. 21, № 3. — С. 45–48.
14. **Синдицкий В. П., Егоршев В. Ю., Березин М. В., Серушкин В. В.** Механизм горения октогена в широком интервале давлений // Физика горения и взрыва. — 2009. — Т. 45, № 4. — С. 128–146.
15. **Бекстед М. В.** Ведущие реакции: в конденсированной или газовой фазе? // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 2. — С. 134–136.
16. **Зельдович Я. Б.** Теория распространения тихого пламени // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1941. — Т. 11, № 1. — С. 159–168.
17. **Зельдович Я. Б.** К теории горения порохов и взрывчатых веществ // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1942. — Т. 12, № 11/12. — С. 498–525.
18. **Кондриков Б. Н., Новожилов Б. В.** О критическом диаметре горения конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. — 1974. — Т. 10, № 5. — С. 661–668.
19. **Маршаков В. Н.** О структуре волны горения нитроглицериновых порохов // Хим. физика. — 2009. — Т. 28, № 12. — С. 61–65.
20. **Романов О. Я.** О критическом диаметре горения // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 1. — С. 29–39.
21. **Зенин А. А., Лейпунский О. И., Марголин А. Д., Нефедова А. И., Похил П. Ф.** Поле температур у поверхности горящего пороха и устойчивость горения // Докл. АН СССР. — 1966. — Т. 169, вып. 9, № 3. — С. 619–621.
22. **Зенин А. А.** Структура температурного распределения при стационарном горении баллиститного пороха // Физика горения и взрыва. — 1966. — Т. 2, № 3. — С. 67–76.
23. **Глазкова А. П.** Катализ горения взрывчатых веществ. — М.: Наука, 1976.
24. **Atwood A. I., Boggs T. L., Curran P. O., Parr T. P., Hanson-Parr D. M., Price C. F., Wiknich J.** Burning rate of solid propellant ingredients. Pt 2: Determination of burning rate temperature sensitivity // J. Propulsion and Power. — 1999. — V. 15, N 6. — P. 748–752.
25. **Вишнивецкий И. Я.** Закономерности горения баллиститных и пироксилиновых порохов, содержащих быстрогорящие взрывчатые вещества: дис. . . . канд. техн. наук / МХТИ им. Д. И. Менделеева. — М., 1978.
26. **Денисюк А. П., Шабалин В. С., Шепелев Ю. Г.** Закономерности горения конденсированных систем, состоящих из октогена и связующего, способного к самостоятельному горению // Физика горения и взрыва. — 1998. — Т. 34, № 5. — С. 59.

Поступила в редакцию 1/Х 2010 г.