

УДК 533.6.011.5

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОСЕВОЙ И КОЛЬЦЕВОЙ СТРУЙ,  
ВЫТЕКАЮЩИХ ИЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ,  
С НАБЕГАЮЩИМ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА**

*Л. А. Базыма*

*Харьковский авиационный институт,  
310111 Харьков*

Пульсации давления, возникающие при струйных, отрывных и донных течениях, были объектом исследования многих авторов. Обзор некоторых работ, посвященных изучению колебательных процессов в резонаторе Гартмана, проведен в [1]. Для численного моделирования подобных процессов использовались метод крупных частиц, конечно-разностная схема Чудова — Рослякова, схемы Годунова — Колгана и др.

Устойчивые пульсации давления, возникающие при сверхзвуковом обтекании цилиндрического полого тела (стакана), установленного открытой частью навстречу набегающему потоку, были получены в эксперименте [2]. В [3] проведено сравнение экспериментальных данных [2] с результатами расчета, проведенного на основе кинетически согласованных разностных схем. В области чисел Рейнольдса  $Re_\infty \geq 10^5$ , где, согласно [2], влияние  $Re_\infty$  на основные характеристики процесса (средний отход ударной волны, амплитуду пульсаций ударной волны, период колебаний, среднеквадратичные значения пульсаций давления) несущественно, получено хорошее соответствие с экспериментальными результатами.

В данной работе задача об обтекании полых цилиндрических тел сверхзвуковым потоком невязкого газа исследуется методом Годунова. Численно показана возможность управления колебательными режимами течения посредством организации вдува газа со дна полости.

1. Рассматривается обтекание стакана (рис. 1) потоком идеального газа с числом Маха  $M_\infty = 3,7$ . Геометрические характеристики стакана ( $l/D = 1,6$ ,  $\delta/D = 0,04$ ) те же, что и в [2, 3].

Уравнения газовой динамики в цилиндрической системе координат имеют вид [4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho r}{\partial t} + \frac{\partial \rho u r}{\partial x} + \frac{\partial \rho v r}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u r}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2) r}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial \rho v r}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v r}{\partial x} + \frac{\partial (p + \rho v^2) r}{\partial r} &= p, \\ \frac{\partial \rho e r}{\partial t} + \frac{\partial \rho u (e + p/\rho) r}{\partial x} + \frac{\partial \rho v (e + p/\rho) r}{\partial r} &= 0, \end{aligned}$$

где  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $u, v$  — компоненты вектора скорости по  $x$  и  $r$  (компоненту по углу  $\varphi$  считаем равной нулю);  $e$  — полная энергия единицы массы газа;  $t$  — время. Система замыкается уравнением состояния идеального газа.

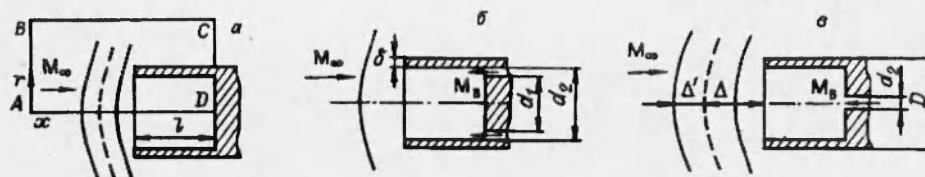


Рис. 1

Обезразмеривание величин проводилось следующим образом:

$$r = \bar{r}D/2, \quad x = xD/2, \quad t = tD/2a_{\infty}, \quad a = \bar{a}a_{\infty},$$

$$u = \bar{u}a_{\infty}, \quad v = \bar{v}a_{\infty}, \quad \rho = \bar{\rho}\rho_{\infty}, \quad p = \bar{p}\rho_{\infty}a_{\infty}^2$$

( $a_{\infty}$  — скорость звука набегающего потока,  $D$  — диаметр стакана (см. рис. 1)).

В качестве начальных данных ставились безразмерные параметры невозмущенного набегающего потока:

$$p = p_{\infty} = 1/\gamma, \quad \rho = \rho_{\infty} = 1, \quad u = u_{\infty} = M_{\infty}, \quad v = 0$$

( $\gamma$  — постоянная адиабаты, в расчетах  $\gamma = 1,4$ ). Здесь и ниже черта над безразмерными величинами  $\bar{r}$ ,  $\bar{x}$ ,  $\bar{t}$ ,  $\bar{a}$ ,  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{p}$  опущена.

В качестве граничных условий выступают условия непротекания на поверхности тела и условия, характеризующие набегающий поток. Прямоугольная расчетная область  $ABCD$  (рис. 1,а) охватывает непосредственную окрестность тела в меридиональном сечении. На стороне  $AB$  вверх по течению от тела («входная граница») задаются параметры набегающего потока. На других участках границы расчетной области поставлены условия непрерывного продолжения нулевого порядка («мягкие условия»).

Задача решалась методом распада произвольного разрыва [4]. Используемая схема является схемой сквозного счета, и это дает возможность избежать трудностей, связанных с выделением поверхностей разрыва и соблюдением на них условий совместности.

2. Расчеты проводились на прямоугольных сетках размером от  $60 \times 40$  до  $100 \times 40$ . Распределение узлов сетки внутри полости задавалось равномерным, причем соотношение размеров сторон ячейки на разных сетках варьировалось:  $\Delta r/\Delta x = 1 \div 0,4$ . С удалением от поверхности стакана шаги сетки по  $x$  и  $r$  увеличивались, что позволяло достаточно обоснованно выбирать границы области счета (с учетом областей влияния).

Во всех расчетных вариантах получены пульсации давления на дне полости, амплитуда которых тесно связана с амплитудой скачка уплотнения перед срезом стакана  $\Delta^* = \Delta'/D$  (см. рис. 1), что отмечено также в [2, 3]. Число Струхала  $Sh = s/a_0 t^0$ , вычисленное на разных сетках, находилось в диапазоне  $Sh = 0,23 \div 0,26$  (в эксперименте [1]  $Sh \approx 0,25$ , в расчете [3]  $Sh = 0,246$ ). Здесь  $t^0$  — период колебаний,  $a_0$  — скорость звука при температуре торможения,  $s = (l + \Delta)$  — характерная длина (см. рис. 1).

Средний отход ударной волны  $\Delta^0 = \Delta/D$  и амплитуда пульсаций возрастали со снижением отношения сторон ячеек сетки  $\Delta r/\Delta x$  внутри полости, что, по-видимому, следует объяснить влиянием аппроксимационной вязкости. Практически проявляется она лишь в зонах больших градиентов: на ударной волне, у поверхности тела, при срыве потока и т. п. При этом коэффициент схемной вязкости (а следовательно, и ширина получаемой «размазанной» ударной волны) зависит от локальной скорости потока и размера ячеек [5]. В эксперименте [2] резкое нарастание среднего

отхода ударной волны и амплитуды пульсаций наблюдалось при уменьшении  $Re_\infty$  в окрестности  $Re_\infty = 10^5$ .

Сравнение результатов данной работы и [2] показало, что основные характеристики процесса пульсаций, полученные в расчете на сетке  $100 \times 40$  ( $\Delta r/\Delta x = 1$ ) ( $Sh = 0,252$ ,  $\Delta^0 = 0,33$ ,  $\Delta^* = 0,12$ ,  $\sigma^0 = \sigma/p'_0 = 0,2$ ), хорошо соответствуют [2] для

$Re_\infty > 10^5$ . Здесь  $\sigma$  — среднеквадратичные значения пульсаций давления на дне стакана,  $p'_0$  — полное давление за прямым скачком уплотнения. Величины  $Sh = 0,237$ ,  $\Delta^0 = 0,4$ ,  $\Delta^* = 0,3$  на сетке  $100 \times 40$  ( $\Delta r/\Delta x = 0,4$ ) близки к данным эксперимента для  $Re_\infty = 5 \cdot 10^4$  (значения  $\sigma$  приведены в [2] только для  $Re_\infty > 10^5$ ). Следует отметить, что полученные в расчете [3] для  $Re_\infty = 5 \cdot 10^4$  величины  $\Delta^0 = 0,3$ ,  $\Delta^* = 0,08$  отвечают экспериментальным данным [1] для  $Re_\infty \geq 10^5$ .

На рис. 2 представлено изменение давления в центре дна стакана и отхода ударной волны от среза стакана  $\bar{\Delta}$  (величина отхода отнесена к радиусу цилиндра). Из рис. 2 видно, что результаты расчета (крестики), проведенного на сетке  $100 \times 40$  ( $\Delta r/\Delta x = 1$ ), достаточно хорошо совпадают с данными, которые были взяты из [3] (линии).

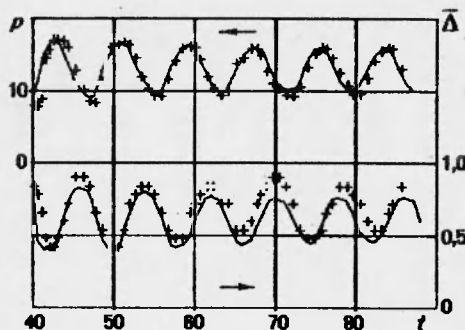


Рис. 2

3. В процессе пульсаций вектор скорости в полости периодически меняет свое направление, что отмечено и в [3]. Для изучения возможности управления этим процессом была проведена серия расчетов при наличии вдува со дна стакана. Как показано в [5], при решении аналогичной задачи (рассматривалось сверхзвуковое обтекание цилиндрического торца при  $M_\infty = 3,5$ , вблизи угла которого из кольцевой щели навстречу потоку, параллельно оси симметрии, выдувается звуковая струя) применение нестационарных уравнений Эйлера в данном случае является допустимым. Это связано с тем, что в областях смешения струи с набегающим потоком главную роль играет турбулентный обмен. В то же время действие аппроксимационной вязкости, согласно расчетам и сравнениям [1, 5], похоже на переносные свойства турбулентного потока, ибо свойства получающегося численного течения в качественном отношении близки к явлениям в турбулентном потоке с  $Re = 10^5 \dots 10^7$ . Таким образом, построение численной модели на основе нестационарных уравнений Эйлера с приближенным механизмом диссипации, который порождается естественным образом самой структурой аппроксимации [5], представляется вполне оправданным для исследования течений со вдувом и в данной работе.

При наличии вдува в дополнение к уже описанной постановке задачи внешнего обтекания на теле задавались условия вытекания струи со звуковой скоростью  $M_b = 1$ . Для этого параметры струи засылались в соответствующие ячейки сетки на поверхности тела. Рассматривался вдув пристеночной кольцевой струи с  $d_1/D = 0,84$ ,  $d_2/D = 0,92$  (рис. 1,б) и осевой струи с  $d_1/D = 0$ ,  $d_2/D = 0,08$  (рис. 1,в). Интенсивность вдува  $k = \rho_b u_b^2 / \rho_\infty u_\infty^2$  варьировалась в пределах  $k = 0,1 \div 1,5$ . В расчетах, результаты которых приводятся ниже, параметры струи следующие:  $M_b = 1$ ,  $u_b = -1$ ,  $v_b = 0$ ,  $\rho_b = k M_\infty^2$ ,  $\gamma_b = 1,4$ . В качестве начальных данных использовались поля газодинамических параметров, полученные в расчете без вдува на момент времени  $t = 51$ .

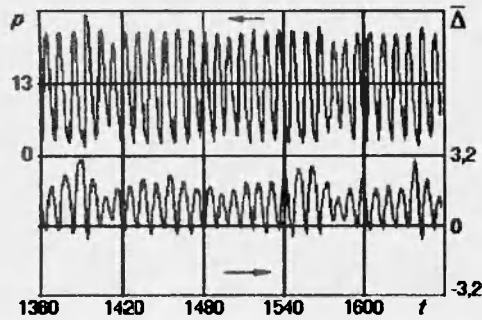


Рис. 3

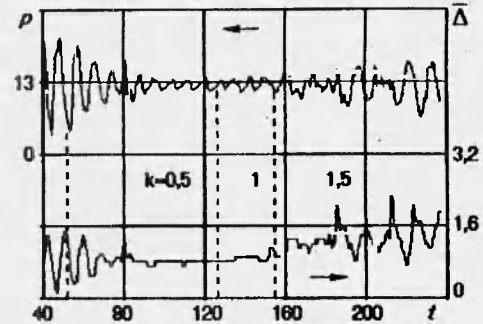


Рис. 4

В результате расчетов удалось установить, что при вдуве осевых струй малой интенсивности в стакане происходят более энергичные пульсационные процессы, чем без вдува. На рис. 3 показано изменение давления в центре дна стакана и отхода ударной волны при вдуве осевой струи интенсивностью  $k = 0,1$ . Видно, что изменение этих параметров имеет вид то возрастающих, то ослабевающих колебаний с периодом изменения амплитуды  $t_1 \approx 80$ . Причем периодически ( $t_2 \approx 240$ ) наблюдается особенно существенный отход ударной волны, когда  $\Delta^* \approx 0,8$ , что в 2 раза превышает значение амплитуды пульсаций скачка уплотнения без вдува, полученное на данной сетке.

При увеличении интенсивности вдува осевой струи ( $k = 0,25$ ) происходит резкое нарастание амплитуды скачка уплотнения (в среднем в 2 раза по сравнению с вариантом без вдува), а при пиковых отходах ударной волны, повторяющихся через  $t \approx 650$  (расчеты проводились до  $t \approx 2000$ ), амплитуда соизмерима с длиной стакана  $\Delta^* \approx 2$ . После пиковых отходов ударной волны в течение  $t \approx 160$  пульсации давления в стакане затухают (вектор скорости в пристеночной области становится ориентированным навстречу набегающему потоку), а затем за время  $t \approx 80$  процесс пульсаций восстанавливается (вектор скорости в пристеночных областях снова периодически меняет направление).

Вдув кольцевой струи (рис. 1, б) ориентирует вектор скорости в пристеночной области полости навстречу набегающему потоку. При интенсивности вдува  $k = 0,5$  наблюдается затухание пульсаций давления (рис. 4). До значений  $k \approx 1$  течение остается стационарным, причем отход ударной волны несколько возрастает ( $\Delta^0 \approx 0,55$ ). Дальнейшее увеличение интенсивности вдува ( $k = 1,5$ ) приводит к взаимодействию струи с ударной волной, в результате чего картина течения приобретает ярко выраженный нестационарный характер.

Сопоставление данных, полученных в расчетах на разных сетках, показало хорошее качественное их совпадение. Наблюдалось некоторое расхождение по значениям амплитуды пульсаций и среднему отходу ударной волны, что, как уже отмечалось выше, связано с влиянием аппроксимационной вязкости, зависящей как от структуры течения, так и от геометрии расчетной сетки. Результаты, представленные на рис. 3 и 4, были получены на сетке  $100 \times 40$  ( $\Delta\tau/\Delta x = 0,4$ ).

Таким образом, как показывают расчеты, можно управлять процессом пульсаций, регулируя интенсивность вдува и место расположения вдуваемой струи на дне полости.

Автор признателен В. И. Холявко за внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляхов В. Н., Подлубный В. В., Титаренко В. В. Воздействие ударных волн и струй на элементы конструкций. М.: Машиностроение, 1989.
2. Антонов А. Н., Шалаев С. П. Экспериментальное исследование нестационарного течения в полостях, обтекаемых сверхзвуковым потоком // Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа. 1979. № 5.
3. Елизарова Т. Г., Четверушкин Б. Н., Шеретов Ю. В. О некоторых результатах расчета сверхзвукового обтекания полого цилиндра, проведенного в рамках кинетически согласованных разностных схем. М., 1989. (Препр. / АН СССР. Ин-т прикл. математики; № 97).
4. Численное решение многомерных задач в газовой динамике / Под. ред. С. К. Годунова. М.: Наука, 1976.
5. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.

*Поступила в редакцию 5/IV 1994 г.,  
в окончательном варианте — 23/VI 1994 г.*

---