

УДК 536.24

Управление процессом охлаждения керамических изделий с учетом ограничений на термические напряжения

Н.Д. Морозкин¹, В.И. Ткачѐв²

¹*Башкирский государственный университет, Уфа*

²*Бирский филиал Башкирского государственного университета, Бирск*

E-mail: MorozkinND@mail.ru, tvi-vlad@mail.ru

Рассматривается трехмерная задача управления температурой печи при охлаждении керамических изделий произвольной формы с учетом ограничений на термические напряжения. Предложен алгоритм вычисления температурного режима, позволяющего избежать разрушений и необратимой деформации охлаждаемых изделий. Проведен вычислительный эксперимент на примере охлаждения керамического держателя спирали. Определен температурный режим, при котором охлаждение изделия осуществляется за заданное время без превышения допустимых значений термических напряжений.

Ключевые слова: температурное поле, термические напряжения, метод конечных элементов, управление температурой.

Введение

В процессе охлаждения керамических изделий после термообработки существует опасность их разрушения или необратимой деформации. Если в процессе нагрева и обжига керамических изделий на величину деформаций и напряжений влияет множество факторов (физико-химические процессы, усадка материала, термическое расширение, парообразование), то в процессе охлаждения механические и теплофизические свойства изменяются незначительно, и причиной разрушения изделий являются преимущественно термические напряжения [1, 2]. На практике продолжительность охлаждения изделий зачастую определяется эмпирическими формулами, основанными на приблизительной оценке равномерности прогрева изделий [2].

Задачам оптимизации процесса нагрева и охлаждения с ограничениями посвящено достаточно много работ, но большинство из них применимо лишь для решения задач с расчетными областями простой геометрической формы [3, 4]. Задачи управления температурой в областях сложной геометрической формы с учетом ограничений на термонапряжения остаются недостаточно изученными, несмотря на их практическую значимость.

В настоящей работе предлагается алгоритм решения трехмерной задачи параметрического управления процессом охлаждения для изделий сложной формы с учетом ограничений на термические напряжения. В основе алгоритма лежит метод конечных элементов, позволяющий учитывать сложные условия теплообмена на поверхности изделий и сложную геометрию изделий [5].

Постановка задачи

Рассматривается процесс охлаждения керамического держателя спирали, находящегося в электрической печи. Моделирование нестационарной теплопроводности и динамики термонапряжений начинается с момента, когда стенки печи, воздух внутри печи и само изделие разогреты до заданной максимальной температуры.

Пусть $\Omega \subset R^3$ — керамическое изделие с границей $\Gamma \subseteq \partial\Omega$ (рис. 1). Распределение температуры в изделии описывается уравнением теплопроводности

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

где $T(x, y, z, t)$ — распределение температуры, $(x, y, z) \in \Omega$, ρ — плотность материала, c — теплоемкость, λ — коэффициент теплопроводности.

При решении задачи нестационарной теплопроводности используются условия теплообмена

$$\lambda \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} = \alpha (T^k - T) \quad (2)$$

и начальное распределение температуры

$$T(x, y, z) \Big|_{t=0} = T_0, \quad (3)$$

где α — коэффициент теплообмена, \mathbf{n} — вектор внешней нормали к поверхности изделия, T^k — температура печи.

В высокотемпературных электрических печах теплообмен происходит благодаря излучению и конвекции. Для учета этих двух факторов на поверхности изделия введем суммарный коэффициент теплообмена

$$\alpha = \alpha_r + \alpha_{\text{conv}},$$

где α_r — коэффициент теплопередачи излучением, α_{conv} — коэффициент теплопередачи конвекцией.

Для вычисления коэффициента теплопередачи излучением применяется следующая формула [6]:

$$\alpha_r = C \cdot \frac{(T_{\text{pr}}/100)^4 - (T_w/100)^4}{T_{\text{pr}} - T_w},$$

где C — приведенный коэффициент излучения, T_{pr} — температура изделия, T_w — температура стенки печи. Конвективная составляющая теплообмена определяется зависимостью для свободной конвекции в ограниченном пространстве [6, 7]:

$$\alpha_{\text{conv}} = \varepsilon_{\text{conv}} \cdot \lambda_a / l,$$

где $\varepsilon_{\text{conv}}$ — коэффициент конвекции, λ_a — теплопроводность воздуха, l — расстояние между поверхностями.

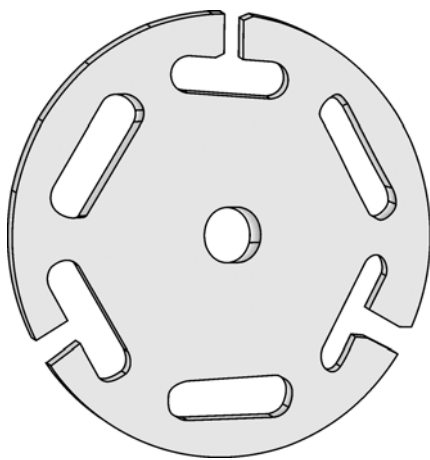


Рис. 1. Керамический держатель спирали.

Напряженное состояние в каждой точке области описывается тензором напряжений, компоненты которого должны удовлетворять уравнениями равновесия

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + X = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + Y = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + Z = 0, \end{cases} \quad (4)$$

здесь σ_{ij} — компоненты тензора напряжений. Поверхность держателя спирали полагается свободной от механических нагрузок, поэтому граничные условия для уравнений термоупругости (4) принимают вид

$$\begin{cases} \sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \sigma_{xz}n_z = 0, \\ \sigma_{yx}n_x + \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z = 0, \\ \sigma_{zx}n_x + \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где n_x, n_y, n_z — направляющие косинусы внешней нормали к поверхности.

Расчеты проводятся для изделия из корундовой керамики [1]. Для корундовой керамики в широком диапазоне температур характерно хрупкое разрушение, поэтому анализ напряженного состояния проводится с помощью первой теории прочности, основанной на критерии ограничения максимальных и минимальных главных напряжений. Из компонент тензора напряжений определяются инварианты, по которым составляется характеристическое уравнение. Главные напряжения являются корнями кубического уравнения

$$S^3 - I \cdot S^2 + II \cdot S - III = 0, \quad (6)$$

где I, II, III — инварианты тензора напряжений.

Необходимо определить эффективный режим изменения температуры печи с заданной скоростью охлаждения V_c и нагрева V_h , при котором охлаждаемое изделие достигнет заданной температуры за время, близкое к минимальному, и не разрушится от возникающих термических напряжений.

Для решения нестационарной задачи теплопроводности (1)–(3) используется метод конечных элементов в сочетании с методом Галёркина [8]. Задача термоупругости (4)–(5) решается методом конечных элементов на основе принципа виртуальных перемещений [9–11] с применением полученного распределения температуры. Решение задач (1)–(3) и (4)–(5) сводится к последовательному решению систем линейных алгебраических уравнений, решаемых методом Зейделя.

Ниже представлен алгоритм управления температурой печи при охлаждении изделия до заданной температуры с учетом ограничений на термонапряжения.

Алгоритм управления температурной печи при охлаждении

Алгоритм управления температурой печи при охлаждении состоит из следующих шагов.

1. Задаются начальное распределение температуры изделия T_0 , конечная температура изделия T_s , начальная температура печи T_0^k , минимальная температура печи T_{\min}^k , скорость нагрева V_h и охлаждения V_c печи.

2. Проводится снижение температуры печи T^k с заданной скоростью охлаждения V_c .
3. Вычисляется распределение температуры в изделии для времени $t = t + \Delta t$.
4. Если максимальная температура изделия $T_{\max} \leq T_s$, то следует переход к пункту 9.
5. Для полученного распределения температуры вычисляются максимальные термические напряжения σ_{\max} .
6. Если $\sigma_{\max} < \sigma_{\text{val}}$, то следует переход к пункту 7, иначе — к пункту 8 (σ_{val} — предельное допустимое напряжение).
7. Если $T^k > T_{\min}^k$, проводится снижение температуры печи с заданной скоростью охлаждения V_c , иначе поддерживается температура печи $T^k = T_{\min}^k$ и следует переход к пункту 3.
8. Проводится повышение температуры печи с заданной скоростью V_h и переход к пункту 3.
9. Вывод результатов.

Результаты вычислительного эксперимента и их анализ

Для проведения вычислительного эксперимента была построена трехмерная конечно-элементная модель держателя спирали, состоящая из 5751 элемента (тетраэдра) и 1974 узлов.

По представленному выше алгоритму рассчитывался режим управления охлаждением керамического держателя спирали с учетом ограничений на термические напряжения. Теплофизические и механические характеристики материала полагались постоянными: $\mu = 0,22$, $E = 1,46 \cdot 10^{11}$ Па, $\rho = 3800$ кг/м³, $c = 1046$ Дж/(кг·К), $\lambda = 9,2$ Вт/(м·К), $\alpha_T = 1,63 \cdot 10^{-5}$ 1/К. Предел прочности на растяжение и сжатие составляли $\sigma_{\text{tens}} = 5,12 \cdot 10^7$ и $\sigma_{\text{com}} = 5 \cdot 10^8$ Па соответственно. Диаметр изделия $D = 9,3$ мм, толщина изделия $l = 1,1$ мм, площадь внутренней поверхности печи $S \approx 1,5$ м², скорость охлаждения печи $V_c = 60$ К/мин, скорость нагрева печи $V_h = 5$ К/мин. Процесс охлаждения считается законченным, когда максимальная температура изделия становится равной 50 °С.

Приведем результаты расчетов. На рис. 2 представлена динамика максимальной и минимальной температур изделия, а также режим управления температурой печи, позволяющий избежать разрушения изделия в процессе охлаждения. На увеличенном фрагменте видно, что кривые, отражающие динамику изменения максимальной, минимальной температур изделия и динамику изменения температуры печи во времени, не являются гладкими на всем временном промежутке. Это связано с тем, что при достижении

максимальными растягивающими термонапряжениями предела прочности температура печи в соответствии с алгоритмом увеличивается или уменьшается так, что максимальные значения растягивающих термонапряжений не превышают значений предела прочности и при этом отличаются от него минимально.

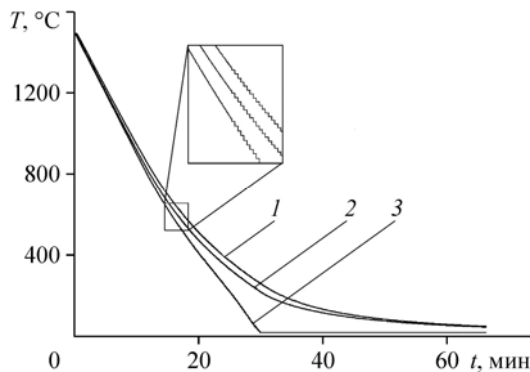


Рис. 2. Динамика максимальной температуры изделия (1), минимальной температуры изделия (2), температуры печи (3).

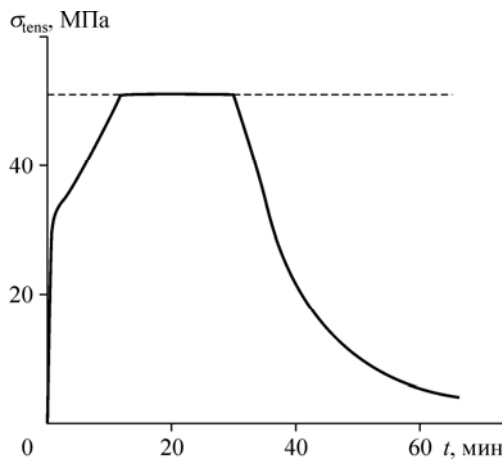


Рис. 3. Динамика максимальных растягивающих напряжений.

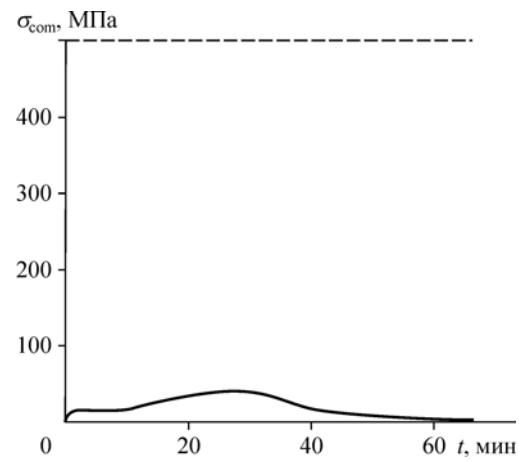
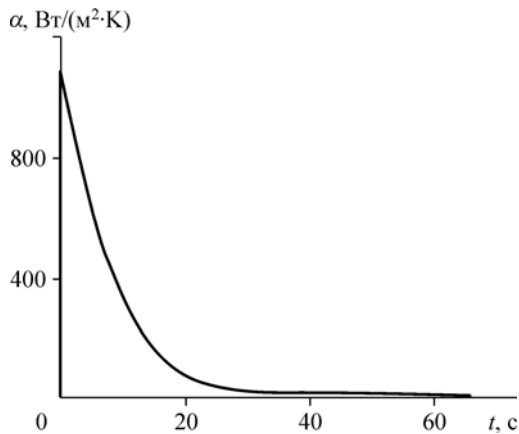


Рис. 4. Динамика максимальных сжимающих напряжений.

Рис. 5. Среднее значение коэффициента теплообмена.



На рис. 3 показана динамика растягивающих термоупругих напряжений в сравнении с пределом прочности (штриховая линия).

Значения сжимающих напряжений значительно меньше предела прочности на сжатие. Динамика максимальных сжимающих напряжений и предел прочности на сжатие (штриховая линия) представлены на рис. 4.

Как следует из рис. 3, при температуре печи ниже 800 °С (см. рис. 2) скорость охлаждения ограничивается растягивающими термонапряжениями. Причиной роста термических напряжений является увеличение температурных градиентов в изделии.

На рис. 5 представлена динамика средней величины коэффициента теплообмена, характеризующая интенсивность теплообмена на поверхности изделия при выбранном режиме охлаждения.

Заключение

Для исследования динамики температурных полей и термических напряжений в осесимметричных и трехмерных изделиях разработан алгоритм управления температурой печи при охлаждении изделий с учетом ограничений на термоупругие напряжения, который реализован в виде компьютерной программы. В основе алгоритма лежит метод конечных элементов, позволяющий рассчитывать термические напряжения в моделях произвольной геометрической формы. Учет влияния формы изделий на скорость изменения температуры дает возможность получать режимы охлаждения близкие к оптимальным по быстрдействию.

В результате исследований получена динамика температурных полей и термоупругих напряжений в керамическом держателе спирали при его охлаждении. Установлено, что к разрушению держателя спирали могут привести растягивающие термонапряжения. Получен режим управления охлаждением держателя спирали, при котором термические напряжения не приводят к разрушению и необратимым деформациям.

Список литературы

1. Гавриш Д.И. Огнеупорное производство. Справочник. М.: Metallurgy. 1965. Т. I. 573 с.
2. Стрелов К.К., Мамыкин П.С. Технология огнеупоров. М.: Metallurgy. 1978. 370 с.
3. Морозкин Н.Д. Оптимальное управление процессами нагрева с учетом фазовых ограничений. Уфа: Изд-во Башкирского ун-та, 1997. 114 с.
4. Голичев И.И., Дульцев А.В., Морозкин Н.Д. Об одном итерационном методе решения задачи оптимального нелинейного нагрева // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2000. Т. 40, № 11. С. 1615–1532.
5. Морозкин Н.Д., Ткачев В.И., Чудинов В.В. Влияние коэффициента теплового расширения на термоупругие напряжения в керамической пробке // Вестн. Оренбургского гос. ун-та. 2014. № 9. С. 103–107.
6. Мاستрюков Б.С. Теплотехнические расчеты промышленных печей. М.: Metallurgy, 1972. 368 с.
7. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
8. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964. 512 с.
9. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. Киев: Наукова думка, 1975. 301 с.
10. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. М.: Мир, 1970. 256 с.
11. Сегерлинд Л. Применения метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 393 с.

*Статья поступила в редакцию 21 января 2015 г.,
после доработки — 14 апреля 2015 г.*