средней скорости жидкости в данной точке). Отметим также, что в восходящем пузырьковом течении такого явления не наблюдается, введение газовой фазы в этом случае всегда приводит к возрастанию интенсивности пульсаций жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Herring R. A., Davis M. R.** Structural development of gas-liquid mixture flows.— J. Fluid Mech., 1976, v. 73.
2. **Nakoryakov V. E., Kashinsky O. N. et al.** Local characteristics of upward gas-liquid flow.— Intern. J. Multiphase Flow, 1981, v. 7.
3. **Бурдуков А. П., Валукина Н. В., Накоряков В. Е.** Особенности течения газожидкостной пузырьковой смеси при малых числах Рейнольдса.— ПМТФ, 1975, № 4.
4. **Хаппель Дж., Бреннер Г.** Гидродинамика при малых числах Рейнольдса.— М.: Мир, 1976.
5. **Ганчев Б. Г., Низовцев В. А., Пересадько В. Г.** Опускные пузырьковые потоки с малой скоростью движения фаз.— В кн.: Пристенные струйные потоки/Под ред. Э. П. Волчкова. Новосибирск: ИТФ, 1984.
6. **Берд Р., Стьюарт В., Лайтфут Е.** Явления переноса.— М.: Химия, 1974.

Поступила 1/VIII 1985 г.

УДК 533.6.011

О ГОМОТЕРМИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ ГАЗА ВБЛИЗИ ПЛОТНОЙ СРЕДЫ

В. Ф. Федоров

(*Москва*)

В ряде работ (например, в [1—3]) рассмотрены задачи, описывающие движение газа при энерговыделении вблизи границы двух неоднородных по плотности сред. При большой плотности выделившейся энергии становится существенным влияние излучения среды на закономерности движения [4, 5].

В данной работе в рамках гомотермической модели решается плоская автомодельная задача о распространении скачка разрежения от границы среды с пустотой.

Пусть в плотной среде вблизи границы с пустотой при $t = 0$ мгновенно выделяется в виде излучения энергия E_0 на единицу поверхности раздела. При $t > 0$ от границы раздела ($x = 0$) в глубь среды (в область $x < 0$) распространяется радиационный скачок разрежения $x = -x_1(t)$, на котором происходит испарение среды. Испарившееся вещество расширяется в пустоту, заполняя и область $x > 0$.

Механизм перемещения границы плотная среда — пар заключается в следующем. В результате большой плотности выделившейся энергии мгновенно испаряется тонкий слой на границе с пустотой. Из-за интенсивного теплообмена между частицами при высокой температуре (длина пробега излучения $\lambda_R \sim T^m\rho^{-n}$, $m, n > 0$) температура во всей области возмущения выравнивается. Возникший градиент давления приводит к движению испарившегося вещества в пустоту, способствуя уменьшению плотности. Значит, возрастает пробег излучения, прогревается и испаряется последующий тонкий слой вещества. Таким образом, благодаря лучистой теплопроводности и движению паров к границе свободной поверхности осуществляется введение энергии в плотную среду, необходимой для ее испарения.

С учетом больших значений коэффициента теплопроводности процесс принимается гомотермическим. Испарившееся вещество моделируется идеальным газом. Плотная среда считается недеформируемой. Пренебрегается потерями выделившейся энергии на испарение среды и на излучение со свободной поверхности.

Система уравнений, описывающих рассматриваемое одномерное движение, имеет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -v\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -v\frac{\partial \rho}{\partial x} - \rho\frac{\partial v}{\partial x}.$$

С использованием уравнения состояния идеального газа $p = \rho RT/\mu$, исключив давление, получим

$$(1) \qquad \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + a^2\frac{\partial}{\partial x}(\ln\rho) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\ln\rho) + v\frac{\partial}{\partial x}(\ln\rho) + \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

где $a = \sqrt{RT/\mu}$ — изотермическая скорость звука. Из законов сохранения импульса и массы газа на разрыве $x = -x_1$ находим

$$(2) \qquad \rho_0 D = \rho_1(D + v_1),\ \rho_0 D^2 + \rho_0 a^2 = \rho_1(D + v_1)^2 + \rho_1 a^2.$$

Здесь $D = dx_1/dt$ — скорость перемещения скачка разрежения; индексами 1 и 0 обозначены величины соответственно за и перед фронтом волн.

С учетом сделанных предположений энергия движущегося газа сохраняется, а массу газа можно выразить через параметры ρ_0 и x_1:

$$(3) \qquad \int\limits_{-x_1}^{x_2} \rho\left(\frac{v^2}{2} + \frac{a^2}{\gamma-1}\right)dx = E_0, \quad \int\limits_{-x_1}^{x_2} \rho dx = \rho_0 x_1$$

(x_2 — координата свободной поверхности). Движение газа, описываемое уравнениями (1)—(3), автомодельно. Введем автомодельную переменную

$$(4) \qquad \xi = \beta x/x_1,$$

где $x_1 = \xi_0(E_0/\rho_0)^{1/3}t^{2/3}$; ξ_0, β — постоянные, подлежащие определению.

Для нахождения скорости, плотности и температуры газа можно написать формулы

$$(5) \qquad v = Df/\beta,\ \rho = \rho_0 g,\ T = D^2\mu/\beta^2 R.$$

Подставляя (4), (5) в (1), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$(6) \qquad \frac{df}{d\xi} = \frac{(\xi - f)f}{2(1 - (\xi - f)^2)}, \quad \frac{d}{d\xi}(\ln g) = (\xi - f)\frac{df}{d\xi} + \frac{f}{2}.$$

Переходя в (2) к безразмерным величинам, имеем соотношения для функции $f(\xi)$ и $g(\xi)$ на скачке разрежения при $\xi_1 = -\beta$:

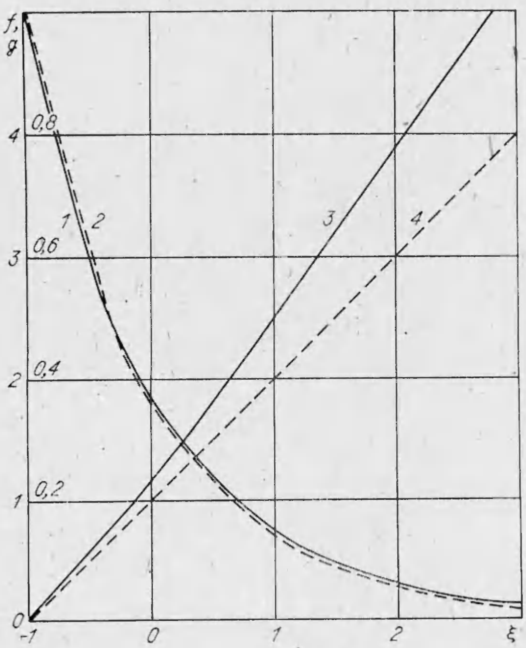
$$(7) \qquad f_1 = 1/\beta - \beta,\ g_1 = \beta^2.$$

Законы сохранения энергии и массы газа (3) в безразмерной форме примут вид

$$(8) \qquad \frac{\xi_0^3}{\beta^3}\int\limits_{\xi_1}^{\xi_2} g\left(\frac{f^2}{2} + \frac{1}{\gamma-1}\right)d\xi = 1,$$

$$\int\limits_{\xi_1}^{\xi_2} g d\xi = \xi_1.$$

Численное решение системы уравнений (6) позволяет найти безразмерные скорость $f(\xi)$ и плотность $g(\xi)$, удовлетворяющие условиям (7) и (8). Положение скачка разрежения ξ_1 находится как точка пересе-



чения интегральной кривой уравнения (6) с кривой $f = (\xi^2 - 1)/\xi$. Значения ξ_0 и ξ_2 определяются из уравнений (8).

На рисунке представлены расчетные профили безразмерных скорости и плотности (линии *3*, *1*). Для сравнения приведены результаты решения аналогичной задачи для изотермического случая (линии *4*, *2*).

При $T = \mathrm{const}$ задача о закономерностях распространения скачка разрежения $x = -x_1 = -at$ имеет аналитическое решение

$$\rho = \rho_0 e^{-1-x/at},\ v = a(1 + x/at),\ -x_1 \leqslant x < \infty,\ t > 0.$$

Из представленных результатов видно, что в автомодельном решении, как и в изотермическом случае, скорость разлета границы газа в пустоту бесконечна ($\xi_2 = \infty$). Однако полная энергия остается конечной, так как при $\xi \to \infty$ плотность уменьшается быстрее ($g \sim e^{-\xi}$), чем возрастает квадрат скорости ($f^2 \sim \xi^2$). Скорость распространения скачка разрежения в обоих случаях равна скорости звука ($\beta = 1$), $\xi_0 = 0{,}448$ при $\gamma = 1{,}11$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кноулз К., Броуд Г.** Теория процессов кратерообразования.— В кн.: Удар, взрыв и разрушение. М.: Мир, 1981.
2. **Григорян С. С., Евтерев Л. С.** О действии сильного взрыва на поверхности скального полупространства.— ДАН СССР, 1975, т. 222, № 3.
3. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Наука, 1966.
4. **Коробейников В. П.** Задачи теории точечного взрыва в газах.— М.: Наука, 1973.
5. **Федоров В. Ф.** О гомотермической ударной волне, вызванной действием мгновенного монохроматического излучения.— ПМТФ, 1979, № 2.

Поступила 3/XII 1984 г.

УДК 532.6 + 631.432

ИНВАРИАНТНО-ГРУППОВЫЕ РЕШЕНИЯ И ВЗАИМОСВЯЗЬ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ ВЛАГОПЕРЕНОСА

В. М. Солопенко

(*Киев*)

Изучение процессов влагопереноса (при неполном насыщении пористой среды водой) представляет собой сложную и актуальную задачу. Ее составная часть — надежное и быстрое экспериментальное определение параметров насыщенно-ненасыщенных грунтов. Этим целям служит исследование точных решений уравнений влагопереноса по методике групп Ли [1]. В экспериментах по обезвоживанию почвенного образца обнаружена общая закономерность экспоненциальной зависимости расхода жидкости от времени [2], которая встречалась и ранее [3]. Ее объяснение при наличии сильной нелинейности в уравнениях дается в рамках инвариантно-групповых решений. Условия расширения группы приводят к взаимосвязям коэффициента влагопереноса, основной гидрофизической зависимости и влажности, которые могут оказаться полезными для моделирования процессов переноса влаги.

1. Постановка задачи. Одномерное горизонтальное движение воды в ненасыщенной пористой среде описывается уравнением влагопереноса [4]

$$\theta'_t = [K(p)\,p'_x]'_x, \tag{1.1}$$

где p — давление в единицах водного столба ($p < 0$ при неполном насыщении); $K(p)$ — коэффициент влагопереноса; θ — объемная влажность; t — время; x — продольная координата.

Введем новую функцию, которую назовем обобщенным напором:

$$F(p) = \int K(p)\,dp. \tag{1.2}$$

Уравнение (1.1) тогда примет вид

$$\theta'_t = F''_{x^2}. \tag{1.3}$$