УДК 539.4:622.023.23

РАЗРУШЕНИЕ КВАЗИХРУПКОГО ГЕОМАТЕРИАЛА С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ ПРИ НЕРАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОМ СЖАТИИ

С. В. Сукнев

Институт горного дела Севера им. Н. В. Черского СО РАН, 677980 Якутск, Россия
E-mail: suknyov@igds.ysn.ru

Теоретически и экспериментально исследовано влияние диаметра кругового отверстия на разрушение квазихрупкого геоматериала в зоне концентрации напряжений при неравномерно распределенном сжатии с учетом масштабного эффекта. Для определения разрушающей нагрузки использованы модифицированные нелокальные критерии, являющиеся развитием критериев средних напряжений, напряжений в точке, фиктивной трещины и содержащие параметр, характеризующий размер зоны предразрушения и учитывающий не только структуру материала, но и его пластические свойства, геометрию образца и условия его нагружения. Проведено сравнение результатов расчета с полученными экспериментальными данными.

Ключевые слова: хрупкое разрушение, квазихрупкое разрушение, геоматериалы, масштабный эффект, концентрация напряжений, отверстие, нелокальные критерии разрушения.

DOI: 10.15372/PMTF20190617

Введение. Прочностные свойства структурно-неоднородных материалов зависят от нагруженного объема. Наиболее существенно масштабный эффект проявляется при концентрации напряжений, когда эффективный нагруженный объем определяется размером зоны концентрации напряжений, малым по сравнению с характерными размерами деформируемого тела. В работе [1] исследовано влияние краевых условий на разрушение хрупкого геоматериала в зоне концентрации напряжений при двухосном нагружении с учетом масштабного эффекта. На основе проведенных экспериментальных и теоретических исследований показано, что при фиксированном размере отверстия влияние условий нагружения на критическое (разрушающее) напряжение достаточно точно описывается нелокальными критериями средних напряжений, напряжений в точке и фиктивной трещины.

Нелокальные критерии разрушения основаны на представлении о формировании в материале зоны предразрушения, в которой происходит локальное перераспределение напряжений, при этом вне зоны предразрушения материал деформируется упруго вплоть до момента разрушения. Во всех этих критериях вводится новая константа — внутренний характерный размер материала d_0, определяющий его структуру. Это позволяет описать масштабный эффект при концентрации напряжений и тем самым расширить область применения нелокальных критериев разрушения по сравнению с традиционными критериями.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-05-00323).

Основные положения, используемые при формулировке нелокальных критериев разрушения, приведены в работах [2–5]. В дальнейшем подходы к формулировке этих критериев были развиты в работах [6–14].

Вместе с тем, как отмечено в работе [15], перераспределение напряжений в области, имеющей характерный размер d_0, обусловлено не пластическими свойствами материала, а дискретностью его структуры. Поэтому нелокальные критерии в основном используются при описании хрупкого разрушения материалов с вырезами. Однако нелокальные критерии могут быть применены в случае квазихрупкого разрушения, сопровождающегося образованием зоны маломасштабной текучести (зоны предразрушения), если ее размер d незначительно отличается от d_0, т. е. при $d \approx d_0 = \mathrm{const}$.

Для распространения области применения на случаи квазихрупкого разрушения с развитой зоной предразрушения в работе [15] предложен ряд модифицированных нелокальных критериев разрушения, проведена верификация разработанных критериев квазихрупкого разрушения на примере задачи об образовании трещин отрыва при одноосном сжатии в образцах геоматериалов с круговым отверстием.

Целью настоящей работы является исследование возможности применения известных и модифицированных нелокальных критериев в тех случаях, когда образец квазихрупкого материала с круговым отверстием подвергается совместному действию сжимающих и растягивающих напряжений.

1. Постановка задачи. Рассматривается изотропная однородная линейно-упругая пластина, к которой приложены равномерно распределенное на бесконечности сжимающее напряжение σ и растягивающее напряжение $\alpha\sigma$ $(0 \leqslant \alpha \leqslant 1)$. В центре пластины находится небольшое круговое отверстие радиусом a (рис. 1). Требуется определить критическое напряжение σ_c, при котором в пластине достигается предельное состояние (образование трещин отрыва на контуре отверстия), в зависимости от диаметра отверстия.

Прочностные свойства материала пластины зависят от масштабного эффекта. При наличии концентратора напряжений (отверстия) эффективный нагруженный объем определяется размером зоны концентрации напряжений L_e. Механической характеристикой материала пластины является предельное напряжение σ_0, которое определяется при одноосном растяжении пластины без отверстия. Расчет σ_c проводится с использованием известных и модифицированных нелокальных критериев разрушения.

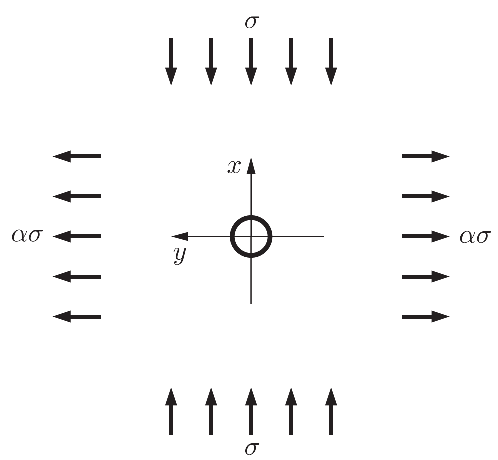

Рис. 1. Круговое отверстие при двухосном нагружении

2. Размер зоны предразрушения в модифицированных нелокальных критериях. В эксперименте как хрупкое, так и квазихрупкое разрушение характеризуется внезапным образованием и быстрым ростом трещины (при выполнении необходимых условий распространения неустойчивой трещины). Поэтому определить степень "хрупкости" или "квазихрупкости" разрушения образцов с вырезами достаточно сложно. В работе [16], в которой представлены результаты экспериментов по разрушению графитовых пластин с вырезами при растяжении, процесс разрушения образцов описывается как внезапный, при этом диаграмма деформирования является практически линейной. Поэтому разрушение образцов можно рассматривать как хрупкое. Анализ результатов работы [16], проведенный в [17], показал, что размер зоны предразрушения значительно превышает характерный внутренний (структурный) размер материала и зависит от радиуса закругления вершины выреза. Это свидетельствует о квазихрупком характере разрушения образцов.

Ранее предпринимались попытки модифицировать нелокальные критерии путем уточнения параметра d_0. В работе [18] при описании экспериментальных данных о разрушении пластин из композитного материала с круговым отверстием радиусом R параметр d_0 представлялся в виде $d_0 = (R/R_0)^m/C$ (R_0 — вспомогательный параметр, введенный для обезразмеривания R), а затем путем подгонки определялись феноменологические константы m, C. Аналогичный критерий использован в работе [19] при описании экспериментальных данных, полученных для образцов с отверстиями эллиптической формы.

Другой подход предложен в работе [15]. На основе анализа диаграмм хрупкого, квазихрупкого и вязкого разрушения выражение для размера зоны предразрушения d представляется в виде

$$d = d_0 + \beta L_e, \qquad (1)$$

где L_e — размер зоны концентрации напряжений; β — безразмерный параметр, характеризующий пластичность материала. Для хрупких материалов $\beta = 0$, для пластичных $\beta \gg 1$. При $\beta \approx 1$ материал характеризуется умеренными пластическими свойствами. Первое слагаемое в выражении (1) характеризует собственно структуру материала, второе учитывает неупругие деформации. Таким образом, пластические свойства материала начинают проявляться при $d > d_0$ и проявляются тем сильнее, чем больше d по сравнению с d_0. Если $d = d_0$, то разрушение является хрупким, если $d > d_0$, то квазихрупким, которое в пределе $d \gg d_0$ переходит в вязкое разрушение. При вязком разрушении критическое напряжение не зависит от размера концентратора напряжений, поэтому размер зоны предразрушения пропорционален размеру концентратора и, соответственно, размеру L_e (при одних и тех же граничных условиях). При хрупком разрушении, наоборот, размер зоны предразрушения не зависит от размера концентратора напряжений и определяется структурой материала.

На рис. 2 представлена зависимость критического давления от размера зоны концентрации напряжений, характеризующая образование трещин отрыва вблизи выреза. В соответствии с современными представлениями о твердом теле, обладающем изначальной, присущей ему дефектностью, малые искусственные дефекты, размеры которых сопоставимы с размерами структурных составляющих материала, не оказывают влияния на его прочность, до тех пор пока их размеры не достигнут критического значения. Поэтому при малых значениях L_e независимо от наличия концентратора напряжений материал разрушается, как материал гладкого образца при достижении предела прочности при сжатии C_0. После достижения критического размера концентратора давление p_c, при котором происходит разрушение, уменьшается, асимптотически приближаясь к напряжению T_0 в случае хрупкого разрушения и к напряжению T_s ($C_0 > T_s > T_0$) в случае вязкого разрушения. Отношение напряжений T_s и T_0 зависит от величины параметра пластичности β

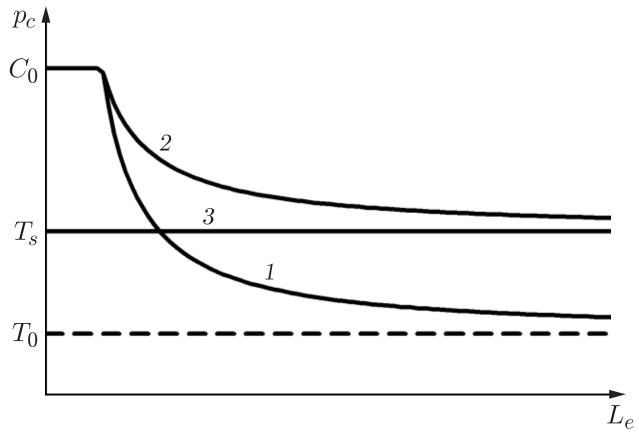

Рис. 2. Зависимость критического давления от размера зоны концентрации напряжений при хрупком (*1*), квазихрупком (*2*) и вязком (*3*) разрушении

в выражении (1). В случае одноосного сжатия напряжение T_0 равно пределу прочности материала при растяжении.

3. Расчет критического напряжения. Среди нелокальных критериев наибольшее распространение получил критерий средних напряжений, или интегральный критерий

$$\langle\sigma_e\rangle_d < \sigma_0,$$

где $\langle\sigma_e\rangle_d$ — среднее значение эквивалентного напряжения, вычисленное на отрезке длиной d в опасном сечении и характеризующее внутреннее напряженное состояние деформируемого тела:

$$\langle\sigma_e\rangle_d = \frac{1}{d}\int\limits_{x_0}^{x_0+d} \sigma_e(x)\,dx,$$

x_0 — координата точки, в которой достигается максимальное значение эквивалентного напряжения. Длина отрезка d, на котором проводится осреднение, полагается константой материала, характеризующей его структуру: $d = d_0 = \mathrm{const}$.

Критическое напряжение для образца с круговым отверстием, подвергаемого двухосному нагружению (см. рис. 1), определяется по формуле [1]

$$\sigma_c = 2\sigma_0[(1+\gamma)\gamma^{-3} + \alpha(1+\gamma^{-1})(2+\gamma^{-2})]^{-1}, \tag{2}$$

где $\gamma = 1 + d/a$. При $\gamma = 1$ расчет по формуле (2) совпадает с расчетом по традиционному критерию разрушения.

Для описания квазихрупкого разрушения размер области, в которой проводится осреднение, будем определять по формуле (1), где размер зоны концентрации напряжений равен

$$L_e = \frac{\sigma_e}{|\operatorname{grad}\sigma_e|}. \tag{3}$$

В соответствии с известным решением задачи Кирша [20] распределение нормальных напряжений σ_y вдоль линии приложения сжимающей нагрузки имеет вид

$$\sigma_y = \frac{\sigma}{2}\Big(3\,\frac{a^4}{x^4} - \frac{a^2}{x^2}\Big) + \frac{\alpha\sigma}{2}\Big(2 + \frac{a^2}{x^2} + 3\,\frac{a^4}{x^4}\Big). \tag{4}$$

Начало системы координат находится в центре отверстия, величина приложенного сжимающего напряжения σ считается положительной. Размер зоны концентрации напряжений, рассчитанный по формуле (3) с учетом (4), равен $L_e = a(1+3\alpha)/(5+7\alpha)$. Соответственно, выражение для параметра γ в формуле (2) принимает вид

$$\gamma = 1 + \frac{d_0}{a} + \beta\,\frac{1+3\alpha}{5+7\alpha}. \tag{5}$$

Наряду с критерием средних напряжений широкое распространение получил критерий напряжений в точке. При использовании этого критерия вместо интегрирования проводится вычисление эквивалентного напряжения σ_e в некоторой точке, удаленной от точки максимума на расстояние d:

$$\sigma_e(x_0 + d) < \sigma_0.$$

Критическое расстояние d полагается константой материала, не совпадающей с длиной отрезка d, на котором проводится осреднение, в интегральном критерии. Для хрупких материалов $d = d_0 = \mathrm{const}$.

Критическое напряжение для образца с круговым отверстием, подвергаемого двухосному нагружению (см. рис. 1), определяется по формуле [1]

$$\sigma_c = 2\sigma_0[(-\gamma^{-2} + 3\gamma^{-4}) + \alpha(2 + \gamma^{-2} + 3\gamma^{-4})]^{-1}, \tag{6}$$

где $\gamma = 1 + d/a$. При $\gamma = 1$ расчет по формуле (6) совпадает с расчетом по традиционному критерию разрушения. Для квазихрупких материалов параметр γ определяется по формуле (5).

При использовании критерия фиктивной трещины зона предразрушения моделируется трещиной длиной d, исходящей из вершины концентратора. Затем для тела с трещиной, находящейся в неоднородном поле напряжений, рассчитывается коэффициент интенсивности напряжений и применяется критерий линейной механики разрушения.

Длина фиктивной трещины d полагается константой материала, не совпадающей с длиной отрезка d, на котором проводится осреднение, в интегральном критерии и критерии напряжений в точке. Для хрупких материалов $d = d_0 = \mathrm{const}$.

Критическое напряжение для образца с круговым отверстием, подвергаемого двухосному нагружению (см. рис. 1), определяется по формуле [1]

$$\sigma_c = 2\sigma_0[-\gamma^{-1{,}5} + 0{,}375\gamma^{-3{,}5}(5 + 2\gamma + \gamma^2) + \alpha(2 + \gamma^{-1{,}5} + 0{,}375\gamma^{-3{,}5}(5 + 2\gamma + \gamma^2))]^{-1}, \tag{7}$$

где $\gamma = 1 + d/a$. При $\gamma = 1$ расчет по формуле (7) совпадает с расчетом по традиционному критерию разрушения. Для квазихрупких материалов параметр γ определяется по формуле (5).

4. Экспериментальная проверка нелокальных критериев разрушения. Методика эксперимента описана в работе [1]. В качестве модельного материала использовался дигидрат сульфата кальция (двухводный гипс), приготовленный для первой серии экспериментов из водного раствора высокопрочного гипса марки ГВВС-16 (гипс 1), для второй серии экспериментов — из водного раствора строительного гипса марки Г-5 (гипс 2). Образцы представляли собой квадратные плиты размером 200×200 мм. Толщина плит составляла 40 мм (гипс 1) и 36 мм (гипс 2).

Перед испытанием в центре образцов высверливались круговые отверстия диаметром 1, 2, 5, 10, 15, 20 мм. Было изготовлено и испытано по пять образцов с отверстиями каждого диаметра. Нагрузка p прикладывалась к образцу с помощью жестких вставок размером 120 мм, помещенных между образцом и нагружающими плитами. При этом в центральной части образца (вне зоны влияния отверстия) реализовывалось практически однородное двухосное напряженное состояние: растяжение по горизонтальной оси и сжатие по вертикальной оси образца (см. рис. 1). В ходе испытаний образцов в зонах концентрации растягивающих напряжений на контуре отверстия происходило образование трещин отрыва, сопровождаемое локальной разгрузкой образца, что соответствовало появлению зубца на диаграмме деформирования. Критическая нагрузка в момент образования трещин определялась по значению нагрузки, соответствующему вершине зубца на диаграмме.

Для определения прочности материала на сжатие использовались квадратные образцы размером 200×200 мм без отверстия, нагружение проводилось через вставки размером 200 мм. Для гипса 1 значение предела прочности составило 34,11 МПа, для гипса 2 — 11,53 МПа. Предел прочности материала на растяжение определялся на образцах корсетного типа с радиусом закругления рабочей части $110 \div 120$ мм и с минимальной шириной сечения, равной 29 мм. Для гипса 1 значение предела прочности составило 5,38 МПа, для гипса 2 — 2,61 МПа.

Значения σ, α вычислялись методом конечных элементов в центре образцов, нагруженных через вставки заданного размера и не содержащих отверстия. Нагрузка, приложенная к образцу, моделировалась перемещением абсолютно жесткой вставки. В области контакта образца со вставкой проскальзывание отсутствовало. Для использованных в экспериментах вставок $\sigma = 0{,}764p$, $\alpha = 0{,}187$.

4.1. *Критерий средних напряжений.* В соответствии с формулой (2) и с учетом оценок для σ, α запишем выражение для критического давления в образце с круговым отверстием

$$p_c = 2\chi C_0[0{,}764(1+\gamma)\gamma^{-3} + 0{,}143(1+\gamma^{-1})(2+\gamma^{-2})]^{-1}, \tag{8}$$

где $\chi = \sigma_0/C_0$. Параметр γ определяется по формуле (5), где $\alpha = 0{,}187$.

Асимптотическое (при $a \to \infty$) значение критического давления равно

$$T_s = T_0 \frac{2(1+3\alpha)}{(1+\gamma_s)\gamma_s^{-3} + \alpha(1+\gamma_s^{-1})(2+\gamma_s^{-2})}. \tag{9}$$

Здесь $\gamma_s = 1+\beta(1+3\alpha)/(5+7\alpha)$; $T_0 = 0{,}838\chi C_0$ — асимптотическое значение критического давления для хрупкого материала. Для квазихрупких материалов, характеризующихся умеренными пластическими свойствами, $T_s \approx T_0(1+\beta/2)$.

На рис. 3 представлены экспериментальная зависимость критического давления в момент образования трещин отрыва на контуре отверстия от его диаметра l, полученная для образцов из гипса 1, и результаты расчета критического давления по формуле (8) при $\beta = 0$. Размер d_0 составил 0,6 мм и оказался сопоставимым с размером наиболее крупных пор в материале. Штриховая линия рассчитана согласно традиционному критерию.

На рис. 4 приведены экспериментальные данные и результаты расчета критического давления для образцов из гипса 2 при $\beta = 0$; 0,6. Размер d_0 составил 1,0 мм. В соответствии с формулой (9) при $\beta = 0$ $T_s = T_0$, при $\beta = 0{,}6$ $T_s = 1{,}3T_0$.

Из рис. 3, 4 следует, что локальная прочность материала существенно зависит от диаметра отверстия. При его уменьшении критическое давление увеличивается, достигая предела прочности на сжатие, при увеличении — асимптотически приближается к напряжению T_0 для образцов из гипса 1 и к напряжению T_s для образцов из гипса 2. Такое поведение материала при разрушении достаточно точно описывается модифицированным критерием средних напряжений, где длина отрезка d, на котором проводится осреднение, определяется по формуле (1).

4.2. *Критерий напряжений в точке.* В соответствии с формулой (6) и с учетом оценок для σ, α запишем выражение для критического давления в образце с круговым отверстием

$$p_c = 2\chi C_0[0{,}764(-\gamma^{-2}+3\gamma^{-4}) + 0{,}143(2+\gamma^{-2}+3\gamma^{-4})]^{-1}. \tag{10}$$

Асимптотическое значение критического давления равно

$$T_s = T_0 \frac{2(1+3\alpha)}{-\gamma_s^{-2} + 3\gamma_s^{-4} + \alpha(2+\gamma_s^{-2}+3\gamma_s^{-4})}. \tag{11}$$

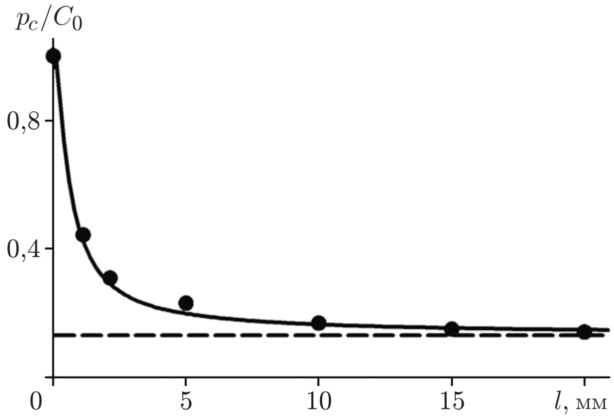

Рис. 3

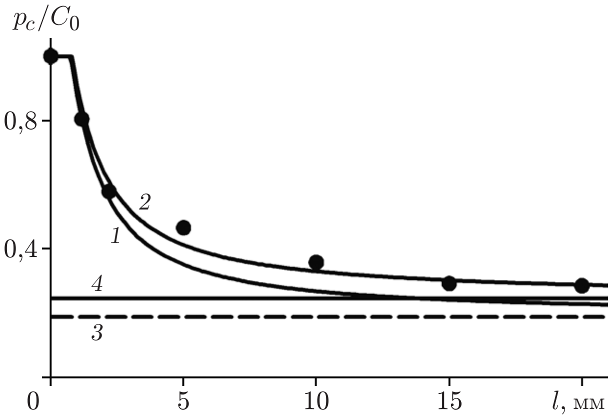

Рис. 4

Рис. 3. Экспериментальная (точки) и рассчитанная по критерию средних напряжений (сплошная линия) зависимости критического давления от диаметра отверстия для образцов из гипса 1:

штриховая линия — расчет по традиционному критерию

Рис. 4. Экспериментальная (точки) и рассчитанные по критерию средних напряжений (линии *1*, *2*) зависимости критического давления от диаметра отверстия для образцов из гипса 2:

1 — $\beta = 0$, *2* — $\beta = 0{,}6$, *3*, *4* — расчет по формуле (9) (*3* — $T_s = T_0$, *4* — $T_s = 1{,}3T_0$)

Для квазихрупких материалов, характеризующихся умеренными пластическими свойствами, $T_s \approx T_0(1 + \beta)$.

На рис. 5 представлены экспериментальная зависимость критического давления в момент образования трещин отрыва на контуре отверстия от его диаметра l, полученная для образцов из гипса 1, и результаты расчета критического давления по формуле (10) при $\beta = 0$. Размер d_0 составил 0,25 мм. Штриховая линия рассчитана согласно традиционному критерию.

На рис. 6 приведены экспериментальные данные и результаты расчета критического давления для образцов из гипса 2 при $\beta = 0$; 0,3. Размер d_0 составил 0,3 мм. В соответствии с формулой (11) при $\beta = 0$ $\ T_s = T_0$, при $\beta = 0{,}3$ $\ T_s = 1{,}3T_0$.

Результаты эксперимента достаточно точно описываются модифицированным критерием напряжений в точке, в котором размер d определяется по формуле (1).

4.3. *Критерий фиктивной трещины.* В соответствии с формулой (7) и с учетом оценок для σ, α запишем выражение для критического давления в образце с круговым отверстием

$$p_c = 2\chi C_0[0{,}764(-\gamma^{-1{,}5} + 0{,}375\gamma^{-3{,}5}(5 + 2\gamma + \gamma^2)) + \\ + 0{,}143(2 + \gamma^{-1{,}5} + 0{,}375\gamma^{-3{,}5}(5 + 2\gamma + \gamma^2))]^{-1}. \qquad (12)$$

Асимптотическое значение критического давления равно

$$T_s = T_0\,\frac{2(1 + 3\alpha)}{-\gamma_s^{-1{,}5} + 0{,}375\gamma_s^{-3{,}5}(5 + 2\gamma_s + \gamma_s^2) + \alpha(2 + \gamma_s^{-1{,}5} + 0{,}375\gamma_s^{-3{,}5}(5 + 2\gamma_s + \gamma_s^2))}. \qquad (13)$$

Для квазихрупких материалов, характеризующихся умеренными пластическими свойствами, $T_s \approx T_0(1 + 3\beta/4)$.

На рис. 7 представлены экспериментальная зависимость критического давления в момент образования трещин отрыва на контуре отверстия от его диаметра l, полученная для

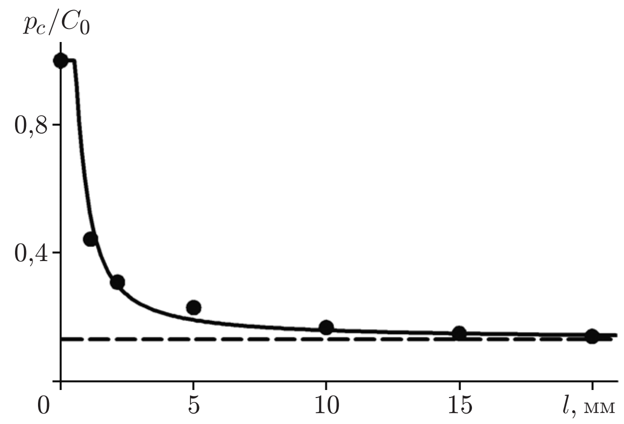

Рис. 5

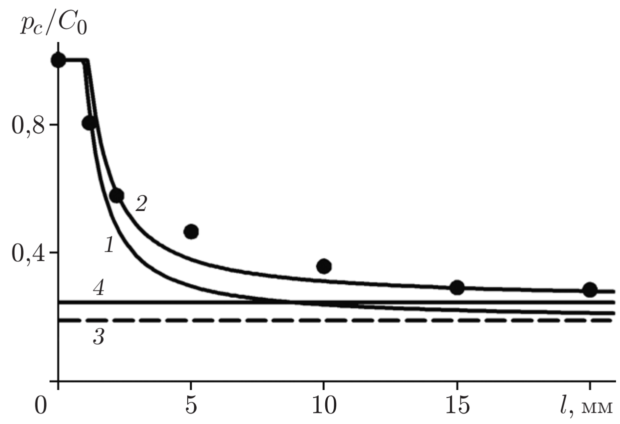

Рис. 6

Рис. 5. Экспериментальная (точки) и рассчитанная по критерию напряжений в точке (сплошная линия) зависимости критического давления от диаметра отверстия для образцов из гипса 1:

штриховая линия — расчет по традиционному критерию

Рис. 6. Экспериментальная (точки) и рассчитанные по критерию напряжений в точке (линии *1, 2*) зависимости критического давления от диаметра отверстия для образцов из гипса 2:

1 — $\beta = 0$, *2* — $\beta = 0{,}3$, *3, 4* — расчет по формуле (11) (*3* — $T_s = T_0$, *4* — $T_s = 1{,}3T_0$)

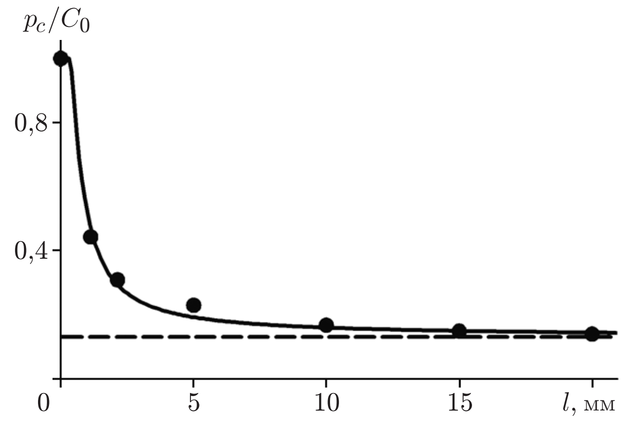

Рис. 7

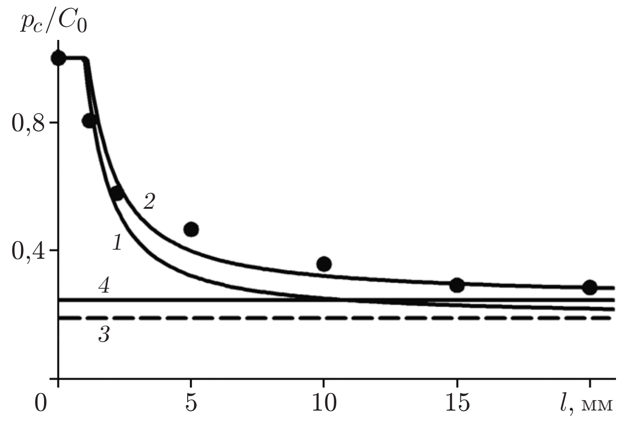

Рис. 8

Рис. 7. Экспериментальная (точки) и рассчитанная по критерию фиктивной трещины (сплошная линия) зависимости критического давления от диаметра отверстия для образцов из гипса 1:

штриховая линия — расчет по традиционному критерию

Рис. 8. Экспериментальная (точки) и рассчитанные по критерию фиктивной трещины (линии *1, 2*) зависимости критического давления от диаметра отверстия для образцов из гипса 2:

1 — $\beta = 0$, *2* — $\beta = 0{,}4$, *3, 4* — расчет по формуле (13) (*3* — $T_s = T_0$, *4* — $T_s = 1{,}3T_0$)

Значения параметров, используемых при расчете критического давления
для образцов из гипса 1 и гипса 2

Критерий	d_0, мм		β		d_2, мм		d_{20}, мм	
	Гипс 1	Гипс 2	Гипс 1	Гипс 2	Гипс 1	Гипс 2	Гипс 1	Гипс 2
средних напряжений	0,60	1,0	0	0,6	0,60	1,15	0,60	2,48
напряжений в точке	0,25	0,3	0	0,3	0,25	0,37	0,25	1,04
фиктивной трещины	0,35	0,5	0	0,4	0,35	0,60	0,35	1,49

образцов из гипса 1, и результаты расчета критического давления по формуле (12) при $\beta = 0$. Размер d_0 составил 0,35 мм. Штриховая линия рассчитана согласно традиционному критерию.

На рис. 8 приведены экспериментальные данные и результаты расчета критического давления для образцов из гипса 2 при $\beta = 0$; 0,4. Размер d_0 составил 0,5 мм. В соответствии с формулой (13) при $\beta = 0$ $T_s = T_0$, при $\beta = 0{,}4$ $T_s = 1{,}3T_0$.

Результаты эксперимента достаточно точно описываются модифицированным критерием фиктивной трещины, в котором длина фиктивной трещины d определяется по формуле (1).

В таблице приведены значения параметров, используемых при расчете критического давления для образцов из гипса 1 и гипса 2, а также размеры зоны предразрушения d_2, d_{20}, рассчитанные для отверстий диаметром 2 и 20 мм соответственно.

5. Обсуждение полученных результатов. Проведем анализ результатов расчетов, выполненных с использованием различных нелокальных критериев, и сравним их с полученными экспериментальными данными.

Из рис. 3–8 следует, что разрушение образцов из гипса 1, характеризующееся внезапным образованием на контуре отверстия и быстрым распространением вдоль оси сжатия трещин отрыва, может быть описано с использованием известных нелокальных критериев. Все рассмотренные в данной работе критерии (средних напряжений, напряжений в точке и фиктивной трещины) достаточно точно описывают зависимость критического давления от диаметра отверстия во всем исследованном диапазоне его значений $1 \div 20$ мм. Асимптотические значения критического давления, вычисленные в соответствии с нелокальными критериями, совпадают со значениями, вычисленными в соответствии с традиционным критерием для упругого тела, что подтверждается экспериментальными данными. Все это позволяет охарактеризовать разрушение данного материала как хрупкое.

В то же время применение известных нелокальных критериев для описания экспериментальных данных, полученных для образцов из гипса 2, позволяет получить удовлетворительные оценки величины критического давления только при малых ($1 \div 2$ мм) диаметрах отверстия. Значения критического давления, вычисленные для больших диаметров отверстия, меньше соответствующих экспериментальных значений. Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что при увеличении диаметра отверстия критическое давление асимптотически стремится к значению, на 30 % превышающему значение, вычисленное для упругого тела. При этом, как и в случае образцов из гипса 1, разрушение образцов из гипса 2 характеризуется внезапным образованием на контуре отверстия и быстрым распространением вдоль оси сжатия трещин отрыва. Все это позволяет охарактеризовать разрушение данного материала в исследованном диапазоне значений диаметра отверстия как квазихрупкое.

Из рис. 3–8 следует, что зависимость критического давления от диаметра отверстия при разрушении образцов из гипса 2 достаточно точно описывается модифицированными нелокальными критериями. В этих критериях структурный параметр (размер зоны предразрушения) d представляется в виде суммы двух слагаемых, первое из которых характеризует собственно структуру материала, а второе учитывает формирование зоны неупругих деформаций. Результаты расчетов критического давления, выполненные по формулам (8), (10), (12), хорошо согласуются с данными эксперимента. Заметим, что в образцах с отверстиями малого ($1 \div 2$ мм) диаметра зона неупругих деформаций также мала и не оказывает существенного влияния на результаты расчетов, выполненных по исходным (известным) и модифицированным критериям.

Несмотря на то что расчет по модифицированному критерию средних напряжений позволяет более точно описать данные эксперимента, чем расчет по модифицированным критериям напряжений в точке и фиктивной трещины, различие результатов расчетов по этим трем критериям является незначительным. Существенно большее значение для корректной оценки размера d имеет учет формирования зоны неупругих деформаций. Иными словами, в рассмотренной задаче важное значение имеет не вид используемого критерия разрушения, а корректное определение его параметров, прежде всего размера зоны предразрушения.

Заключение. Особенностью известных нелокальных критериев разрушения является введение дополнительной константы материала (внутреннего характерного размера материала), которая имеет размерность длины и характеризует его структуру, при этом данные критерии применимы только в случаях хрупкого либо квазихрупкого разрушения при наличии небольшой зоны предразрушения. Для описания случая квазихрупкого разрушения при наличии развитой зоны предразрушения предложено использовать модифицированные нелокальные критерии, в которых структурный параметр представляется в виде суммы двух слагаемых. Первое из этих слагаемых характеризует собственно структуру материала и является константой, а второе учитывает формирование зоны неупругих деформаций и зависит от пластических свойств материала, геометрии образца и условий его нагружения (краевых условий).

Проведена проверка применимости ранее предложенных и модифицированных нелокальных критериев разрушения в случае образования трещин отрыва при совместном действии сжимающих и растягивающих напряжений в образцах геоматериалов с круговым отверстием. Получены новые экспериментальные данные о разрушении образцов при неравномерно распределенном сжатии, выполнены расчеты критического давления в зависимости от диаметра отверстия с использованием известных и модифицированных нелокальных критериев разрушения, являющихся развитием критериев средних напряжений, напряжений в точке и фиктивной трещины. На основе проведенных экспериментальных и теоретических исследований установлены закономерности хрупкого и квазихрупкого разрушения геоматериалов, содержащих концентраторы напряжений в виде кругового отверстия, и показано, что результаты расчетов по модифицированным критериям согласуются с полученными экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Сукнев С. В.** Разрушение хрупкого геоматериала с круговым отверстием при двухосном нагружении // ПМТФ. 2015. Т. 56, № 6. С. 166–172.
2. **Wieghardt K.** Über das Spalten und Zerreisen elastischer Körper // Z. Math. Phys. 1907. Bd 55, N 1/2. S. 60–103.
3. **Neuber H.** Kerbspannungslehre, Grundlagen für eine genaue Spannungsrechnung. Berlin: Springer-Verlag, 1937.

4. **Новожилов В. В.** О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. 1969. Т. 33, № 2. С. 212–222.
5. **Waddoups M. E., Eisenmann J. R., Kaminski B. E.** Macroscopic fracture mechanics of advanced composite materials // J. Composite Materials. 1971. V. 5, N 4. P. 446–454.
6. **Whitney J. M., Nuismer R. J.** Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations // J. Composite Materials. 1974. V. 8, N 4. P. 253–265.
7. **Maiti S. K., Smith R. A.** Comparison of the criteria for mixed mode brittle fracture based on the preinstability stress-strain field. Pt 1. Slit and elliptical cracks under uniaxial tensile loading // Intern. J. Fracture. 1983. V. 23, N 4. P. 281–295.
8. **Аннин Б. Д., Максименко В. Н.** Оценка разрушения пластин из композитных материалов с отверстиями // Механика композит. материалов. 1989. № 2. С. 284–290.
9. **Seweryn A., Mroz Z.** A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading // Engng Fracture Mech. 1995. V. 51, N 6. P. 955–973.
10. **Mikhailov S. E.** A functional approach to non-local strength condition and fracture criteria // Engng Fracture Mech. 1995. V. 52, N 4. P. 731–754.
11. **Корнев В. М.** Интегральные критерии хрупкой прочности трещиноватых тел с дефектами при наличии вакансий в носике трещины. Прочность компактированных тел типа керамик // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 168–177.
12. **Leguillon D.** Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch // Eur. J. Mech. A. Solids. 2002. V. 21, N 1. P. 61–72.
13. **Taylor D.** The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics. Oxford: Elsevier, 2007.
14. **Sapora A., Torabi A. R., Etesam S., Cornetti P.** Finite fracture mechanics crack initiation from a circular hole // Fatigue Fracture Engng Material Structure. 2018. V. 41, N 7. P. 1627–1636.
15. **Сукнев С. В.** Нелокальные и градиентные критерии разрушения квазихрупких материалов при сжатии // Физ. мезомеханика. 2018. Т. 21, № 4. С. 22–32.
16. **Lazzarin P., Berto F., Ayatollahi M. R.** Brittle failure of inclined key-hole notches in isostatic graphite under in-plane mixed mode loading // Fatigue Fracture Engng Material Structure. 2013. V. 36, N 9. P. 942–955.
17. **Torabi A. R., Pirhadi E.** Stress-based criteria for brittle fracture in key-hole notches under mixed mode loading // Eur. J. Mech. A. Solids. 2015. V. 49. P. 1–12.
18. **Pipes R. B., Wetherhold R. C., Gillespie J. W. (Jr.)** Notched strength of composite materials // J. Composite Materials. 1979. V. 13, N 2. P. 148–160.
19. **Tan S. C.** Laminated composites containing an elliptical opening. 2. Experiment and model modification // J. Composite Materials. 1987. V. 21, N 10. P. 949–968.
20. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1984. Т. 2.

Поступила в редакцию 4/III 2019 г.,
после доработки — 8/IV 2019 г.
Принята к публикации 29/IV 2019 г.