

УДК 535.41

Алгоритм определения топологических зарядов и числа оптических вихрей по ветвлению полос интерференционной картины

Ф.Ю. Канев^{1,2}, В.П. Аксенов¹, Ф.А. Стариков³, Ю.В. Долгополов³,
А.В. Копалкин³, И.Д. Веретехин^{4*}

¹Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

²Национальный исследовательский Томский политехнический университет
634050, г. Томск, пр. Ленина, 30

³Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики
607188, г. Саров, пр. Мира, 37

⁴Национальный исследовательский Томский государственный университет
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36

Поступила в редакцию 25.04.2018 г.; после доработки 13.05.2019 г.

Рассмотрен алгоритм определения характеристик оптических вихрей по ветвлению полос интерференционной картины и приведено описание построенного на его основе компьютерного приложения. В качестве входных данных программы используется изображение, записанное в bmp-файле, в результате ее работы генерируется информация о числе, координатах и топологических зарядах вихрей. Выполнены оценки точности регистрации координат особых точек и приведено несколько примеров обработки экспериментальных результатов.

Ключевые слова: вихревая оптика, оптический вихрь, особая точка волнового фронта, топологический заряд; *singular optics, optical vortex, singular point of a wavefront, topological charge.*

Введение

Интерес исследователей к проблемам сингулярной оптики можно объяснить наличием чрезвычайно широкого спектра важных практических задач, решаемых с применением вихревого излучения. С помощью пучков такого типа можно манипулировать частицами малых размеров (соответствующее устройство называется оптический пинцет) или сортировать их (оптическое сито) [1, 2]. Использование вихревых пучков позволяет расширить полосу пропускания линий оптической связи [3], а быстрая генерация сингулярного волнового фронта (десятки гигагерц) в многоканальных системах обеспечивает большой объем передаваемой информации [4]. Неожиданные результаты дает применение вихревых пучков в микроскопии: освещение объекта таким пучком позволяет повысить точность метода определения

поверхностных неоднородностей [5], а в некоторых случаях – увеличить разрешение микроскопа сверх дифракционного предела [6]. Наблюдение за эволюцией (зарождением, движением, распадом) оптических вихрей дает возможность характеризовать динамику таких процессов, как, например, высыхание краски [7], а регистрация особых точек в отраженном свете – отслеживать перемещение объекта и изменение его формы (в качестве объекта наблюдений японские исследователи выбрали рыбу фугу [8]). Методы решения многих практических задач сингулярной оптики объединяет необходимость генерировать и регистрировать оптические вихри.

Методы генерации хорошо изучены. Обычно применяется спиральная фазовая пластинка [9, 10] или жидкокристаллический транспарант [11]. Новым является только метод генерации вихрей в многоканальной лазерной системе [4]. Мы остановимся более подробно на регистрации вихрей, для чего достаточно часто используется метод, при котором вихрь находится как точка ветвления полос интерференционной картины [12, 13]. Мы не можем точно сказать, кем была разработана эта методика, но она давно и широко применяется, а первые работы, в которых для регистрации использовались интерферограммы, появились еще в начале 1990-х гг. [14].

* Федор Юрьевич Канев (mna@iao.ru); Валерий Петрович Аксенов (avp@iao.ru); Федор Алексеевич Стариков (stariakov@otdl3.vniief.ru); Юрий Васильевич Долгополов (dolgop@otdl3.vniief.ru); Александр Валентинович Копалкин (kopalkin@otdl3.vniief.ru); Игорь Дмитриевич Веретехин (aswer95@inbox.ru).

В них сообщалось о визуальном определении точек ветвления, впоследствии был предложен алгоритм компьютерной обработки интерферограммы [13], в котором наличие вихря первого порядка определялось достаточно точно даже в присутствии шумов. Отметим, что авторами [13] не рассматривались возможности детектирования особых точек высоких порядков и определения топологических зарядов. В связи с этим мы построили новый алгоритм обработки интерференционной картины, описание которого приводится в настоящей статье.

1. Алгоритм определения оптического вихря по ветвлению полос интерференционной картины

Для определения точек ветвления полос интерференционной картины был разработан специальный алгоритм и написана компьютерная программа на языке C++. Последовательность действий алгоритма описывается ниже. В качестве примера рассмотрена обработка интерференционной картины (рис. 1), полученной в лабораторном эксперименте. Вихрь задавался с помощью спиральной фазовой пластинки, изготовленной по киноформной технологии [10]. Она была рассчитана на длину волны 0,633 мкм, имела 32-уровневую дифракционную структуру и предназначалась для формирования вихря с топологическим зарядом +2. Проход пучка через нее приводил к получению комплексным полем волны фазового набега 4π . На рис. 1 показана интерферограмма, сформированная с помощью этой пластины (экспериментальная схема формирования описана в [10]).



Рис. 1. Интерференционная картина, полученная в эксперименте (ширина изображения – 693 пикселя, высота – 670 пикселей)

В алгоритме определения вихрей выполняются следующие операции обработки интерференционной картины.

1-я операция. Считывание изображения из файла ИмяФайла.bmp и его оцифровка. Результат записывается в оперативной памяти компьютера в виде двумерного массива чисел $f(x_i, y_i)$, значения которых варьируются в диапазоне от 0 до 255 (т.е. максимальная интенсивность интерференционной картины – 255, минимальная – 0, направление осей координатной системы показано на рис. 2).

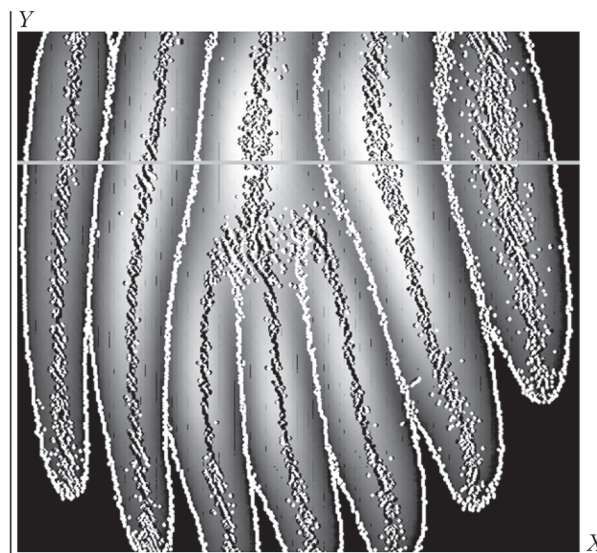


Рис. 2. Распределение экстремумов в интерференционной картине. Черные точки – положение максимумов, белые точки – минимумов интерференционной картины. Поперечная светлая линия – сечение рисунка при фиксированном значении координаты y_i

Интерферограмма представляет собой набор темных и светлых полос, или, другими словами, набор экстремумов. Поэтому при дальнейшей обработке мы стремились находить точки максимумов и минимумов функции $f(x_i, y_i)$ в каждом из сечений изображения (рис. 2), т.е. для каждого значения координаты y_i (в нашем случае для интервала дискретных значений от 1 до 670, где 670 пикселей – высота рисунка).

Большое количество найденных экстремумов можно объяснить наличием шумов, накладываемых на сигнал, несущий полезную информацию. Сечение полученной в эксперименте интерферограммы показано на рис. 3 (сплошная линия). Хорошо заметны возмущения, частота и амплитуда которых существенно отличаются от соответствующих характеристик информационного сигнала. Различие частот и амплитуд можно использовать для фильтрации шумов.

2-я операция. Фильтрация (сглаживание) изображения, определение минимумов и максимумов. Для подавления шумов использовался простой интегральный фильтр, работа которого описывается уравнением вида

$$f_{\text{res}}(x) = \frac{\int_{x-l_x}^{x+l_x} f(x) dx}{2l_x}, \quad (1)$$

где $f_{res}(x)$ – функция, полученная в результате фильтрации; $f(x)$ – оригинал функции; $2l_x$ – величина интервала, в котором выполняется интегрирование (параметр, задаваемый в программе). При численном моделировании вместо интегрирования используется суммирование, значения координат становятся дискретными, фильтрация выполняется в каждом из сечений интерференционной картины. Сглаженное сечение интерферограммы также показано на рис. 3, а результат определения минимумов и максимумов всей картины – на рис. 4 (точки сливаются в линии на изображении).

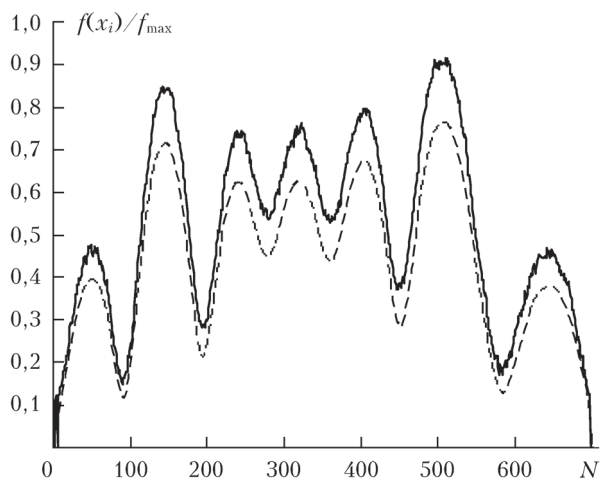


Рис. 3. Поперечное сечение интерференционной картины – функция $f(x_i)/f_{max}$. Сплошная линия – значения $f(x_i)$ до выполнения процедуры фильтрации шумов; штриховая – результат фильтрации; f_{max} – максимальное значение функции; N – номер точки в сечении интерферограммы



Рис. 4. Распределение экстремумов, полученное в результате фильтрации. Черные точки – максимумы, белые точки – минимумы в обработанной интерферограмме

Данные на рис. 3 и 4 иллюстрируют свойства процедуры фильтрации: в результате ее применения координаты глобальных экстремумов не изменяются. Однако значительно сокращается количество обуслов-

ленных возмущениями максимумов и минимумов, и, как следствие, уменьшается количество экстремумов, регистрируемых в интерферограмме (сравните рис. 2 и 4).

В полученном изображении уже наблюдается характерное для ветвления полосы распределение точек, но для более достоверного определения дислокаций мы отказались от работы с локальными объектами (точками экстремумов) и выделили интегральные характеристики интерферограммы – полосы максимумов и минимумов.

3-я операция. Формирование интерференционных полос как классов языка C++. Каждый класс содержит следующие данные: число точек, формирующих линию, их координаты, координаты начала линии (точка с наибольшим значением ординаты) и ее конца (точка с наименьшим значением ординаты). Например, линии максимума и минимума строятся следующим образом. В самом верхнем сечении интерференционной картины (наибольшее возможное значение координаты y_i , в нашем случае – 670, высота рисунка в пикселях) находится точка максимума (если не найдена, то в следующем сечении). Затем определяется расстояние между найденной точкой в текущем сечении и точкой следующего сечения. Если это расстояние меньше задаваемого в программе входного параметра, считается, что найденные точки можно объединить в линию (рис. 5). Если же расстояние больше, полагается, что линия разорвана. Результат построения полос максимумов и минимумов показан на рис. 5, фактически так теперь «видит» интерференционную картину компьютер.

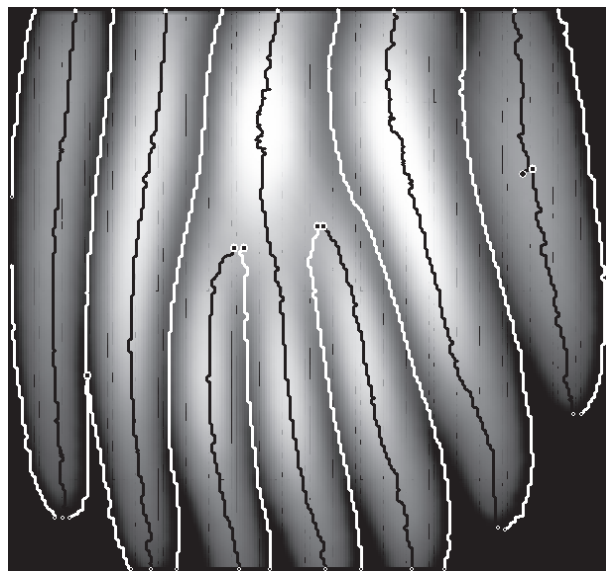


Рис. 5. Результат формирования полос максимумов и минимумов как классов языка C++. Черные точки – максимумы, белые точки – минимумы в интерференционной картине

4-я операция. Нахождение ветвления полос. После получения линий максимумов и минимумов необходимо определить структуру, характерную для

ветвящейся полосы, т.е. найти линии основного максимума и «ветвей», линии максимумов и минимумов, начинающихся ниже основной линии и находящихся ближе к ней, чем линии других экстремумов. Указанная конфигурация должна быть ограничена линиями минимумов. Результат применения этой операции показан на рис. 6. Видно, что структура действительно соответствует ветвящейся полосе интерференционной картины.

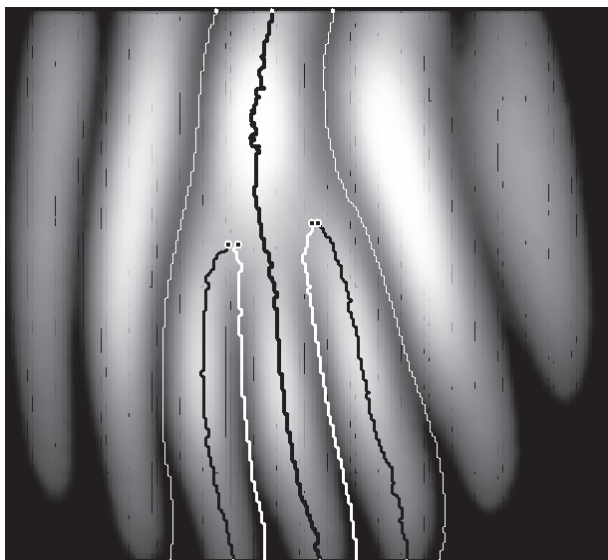


Рис. 6. Характерная для ветвления структура расположения полос максимумов и минимумов

Полученные данные позволяют определить положение и характеристики особой точки волнового фронта.

5-я операция. Нахождение положения и топологического заряда оптического вихря. На этом этапе программой подсчитывается количество «ветвей», определяется их расположение относительно основного максимума. Ветви могут быть направлены «вверх» или «вниз» относительно максимума, это определяется по координатам точек их конца и начала. Также по координатам этих точек вычисляется положение вихря, ордината которого равна среднему арифметическому ординат начала (или конца) ветвей, а абсцисса находится на линии максимума. Конфигурация расположения ветвей определяет знак топологического заряда оптического вихря.

Результат работы компьютерной программы – вывод на дисплей числа найденных вихрей, их топологических зарядов и координат. Координаты выводятся в отдельном окне. В примере на рис. 7 найден один вихрь с топологическим зарядом +2.

2. Примеры использования алгоритма для обработки экспериментальных результатов. Влияние искажений

В разд. 1 показано, как в построенной программе выполняется обработка интерферограммы, находят точки ветвления полос и определяется тополо-

First-order DSL(s): 0 (positive: 0 negative: 0)
 Second-order DSL(s): 1 (positive: 1 negative: 0)
 Third-order DSL(s): 0 (positive: 0 negative: 0)



Рис. 7. Точка ветвления полос интерференционной картины и характеристики соответствующего оптического вихря (над изображением)

гический заряд вихря. Изображение было результатом подготовленного лабораторного эксперимента, возмущения в нем практически отсутствовали. Ниже работа алгоритма демонстрируется в менее благоприятных условиях. В соответствующем эксперименте качество изображения специально ухудшалось, для чего регистрация интерферограммы проводилась не в дальней зоне, а на некотором расстоянии за фокусирующей линзой. Полученный результат представлен на рис. 8, а, где видно, что вихрь находится в центре картины, но наличие значительных искажений затрудняет достоверное определение его характеристик. Можно полагать, что этот пример является своеобразным тестом применения алгоритма в условиях, когда шум накладывается на функцию, формирующую изображение.

Полосы максимумов и минимумов интерферограммы показаны на рис. 8, б. Несмотря на искажения, алгоритм находит минимумы и максимумы, а в результате последовательного выполнения операций в центре регистрируется особая точка второго порядка (рис. 8, в).

Задача определения оптических вихрей на основе анализа интерференционной картины представляет большой интерес, поэтому в данной области работает несколько научных групп. Так, исследователями из Варшавского технологического института был предложен алгоритм, аналогичный описанному в настоящей статье [13]. Повышенное внимание авторы [13] уделяли обработке экспериментальных данных и регистрации особых точек в присутствии шумов. При умеренных искажениях в интерферограмме, сформированной пучком, включающим шесть вихрей, были определены координаты всех введенных в волновой фронт дислокаций. При увеличении интенсивности шумов точность метода уменьшилась, результатом его применения стало появление

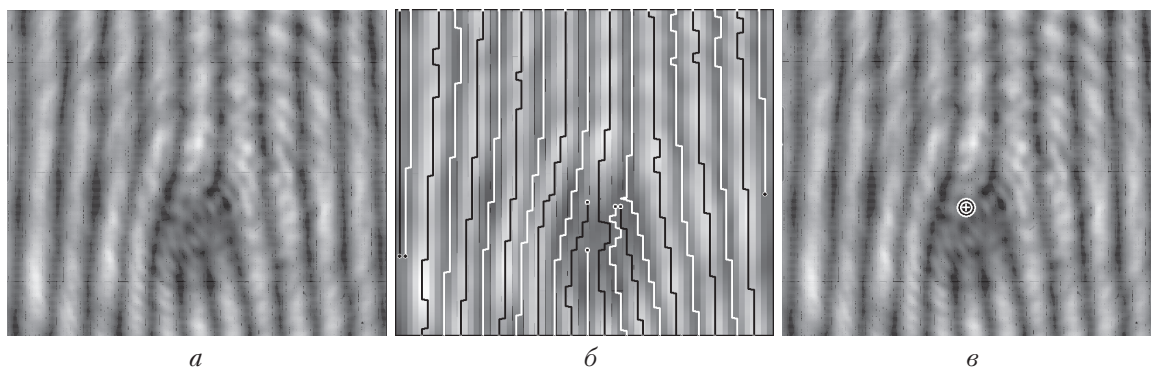


Рис. 8. Результат обработки данных эксперимента: *a* – оригинальное изображение; *б* – полосы минимумов и максимумов; *в* – найденная особая точка второго порядка

на экране размазанных пятен, а не точек, как в предыдущем случае. Можно сказать, что были достоверно найдены три оптических вихря, положение остальных осталось неопределенным.

К недостаткам алгоритма, представленного в [13], также относится отсутствие информации о топологическом заряде и о числе найденных вихрей – пользователю самому нужно подсчитывать количество светлых пятен в изображении, а это не всегда удается, особенно если интерферограмма искажена.

Для сравнения двух подходов мы также проверили возможность обработки интерференционной картины, приводимой авторами [13]. В результате при умеренных искажениях были найдены все шесть особых точек и правильно зарегистрирован их топологический заряд. При увеличении интенсивности искажений было определено положение пяти вихрей из шести, их заряды определялись без ошибок. Таким образом, точность двух рассмотренных здесь алгоритмов одинаково уменьшается с увеличением интенсивности искажений, но построенная нами компьютерная программа позволяет получить больший объем информации.

3. Результаты численного моделирования.

Регистрация вихревого диполя

В этом разделе на основе методов численного эксперимента демонстрируется применение алгоритма для регистрации вихревого диполя, т.е. двух дис-

локаций с топологическими зарядами $+1$ и -1 , находящихся на небольшом (менее начального радиуса пучка) расстоянии друг от друга. Выбор диполя в качестве объекта исследований был обусловлен тем, что такая конфигурация особых точек позволяет оценить особенности регистрации дислокаций с зарядами противоположных знаков. Еще одной целью была проверка точности определения координат вихрей, что из-за недостатка данных мы не смогли выполнить при обработке интерферограмм, полученных экспериментально. В алгоритме координаты находились в пикселях, для пересчета в метрическую систему необходимо было знать размер рисунка в миллиметрах, определенный до его масштабирования.

Оптическая схема численного эксперимента приведена на рис. 9. В плоскости излучающей апертуры формировались два когерентных гауссовых пучка, в один из которых (левый на рис. 9) вводились оптические вихри с определенными топологическими зарядами и координатами. За счет введения наклона в фазовый профиль пучки пересекались в некоторой плоскости, в результате чего формировалась интерференционная картина излучения.

Система координат задавалась следующим образом. В плоскостях, перпендикулярных направлению распространения, располагались оси OX , OY , показанные на рис. 1 в плоскости источника и в плоскости формирования интерферограммы. Направление распространения излучения совпадало с положительным направлением оси OZ . Поперечные координаты нормировались на начальный радиус пучка a_0 ,

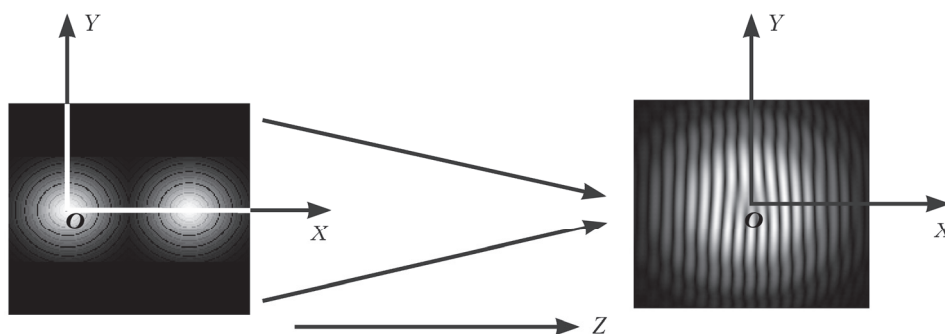


Рис. 9. Геометрия численного эксперимента

продольная координата — на дифракционную длину Z_d , $Z_d = ka_0^2$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина волны. Пучки формировались в плоскости $Z = 0$, а в плоскости Z_{Int} наблюдалась интерференционная картина.

С помощью алгоритма обрабатывалась полученная в численном эксперименте интерферограмма, которая, как и в предыдущем случае, была рисунком, сформированным набором пикселей. Поэтому, так же как и в лабораторном эксперименте, найденные алгоритмом координаты точки ветвления полос задавались в пикселях. В численных экспериментах, результаты которых приводятся ниже, размеры рисунка и координаты особых точек выражались в начальных радиусах пучка.

Результаты моделирования представлены на рис. 10, на каждом из изображений показан начальный радиус и положения особых точек в плоскости апертуры источника. На рис. 10, *а* второй пучок (пучок без дислокаций) исключен, поэтому мы видим распределение амплитуды вихревого излучения с минимумами, соответствующими оптическим вихрям. На рис. 10, *б* показана соответствующая интерференционная картина, в которой с помощью алгоритма находятся точки ветвления полос. Искажения в виде вертикальных черных штрихов, наблюдаемые

на рис. 10, обусловлены особенностью вывода изображения на экран. На точность процедуры определения максимумов и минимумов интерференционной картины они не влияют.

При распространении пучка особые точки смещаются от своего начального положения, поэтому при получении интерферограммы на рис. 10, *б* было взято настолько малое расстояние Z_{Int} , насколько это позволяла расчетная сетка. Координаты введенной положительной особой точки в начальных радиусах пучка: $X_{intr} = -0,30$; $Y_{intr} = 0,00$. Координаты зарегистрированной особой точки: $X_{reg} = -0,31$; $Y_{reg} = -0,03$. Приблизительно такой же результат получен для вихря с отрицательным зарядом. Так как расстояние Z_{Int} достаточно мало, смещением дислокаций при дифракции излучения можно пренебречь, а отклонение заданных координат от полученных можно объяснить ограничениями, свойственными алгоритму. В нашем случае это отклонение составляет несколько сотых начального радиуса, что показывает высокую точность регистрации положения особых точек.

Смещение вихрей от своего начального положения при распространении пучка (при увеличении Z_{Int}) показано на рис. 10 (*б–г*), а траектория движения особых точек — на рис. 11.

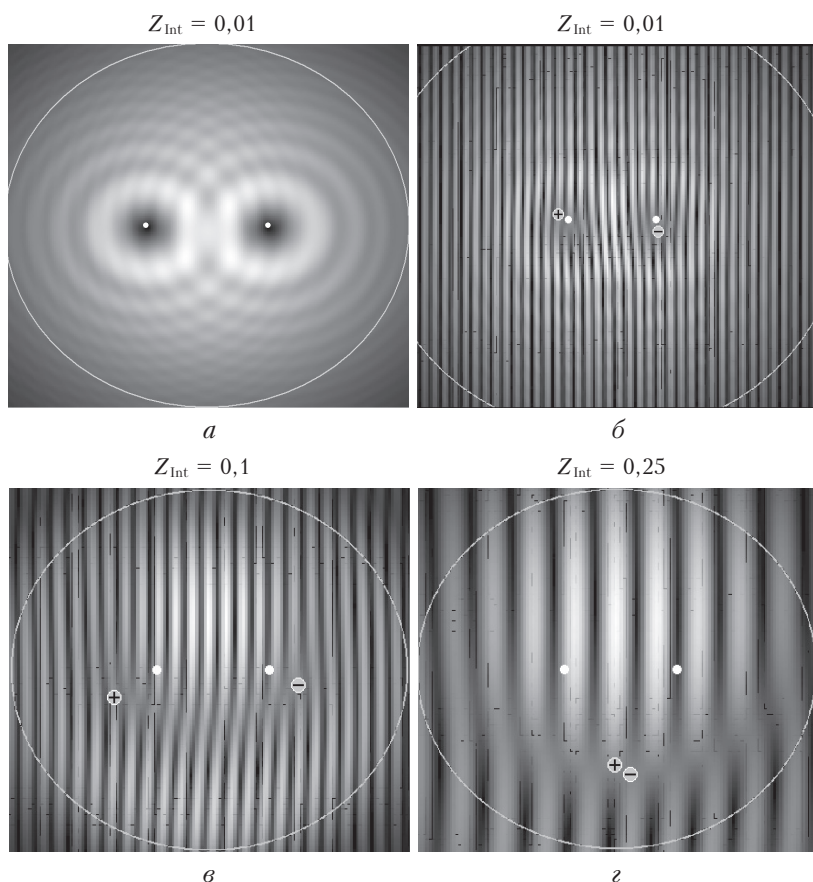


Рис. 10. Распределение интенсивности вихревого излучения (*а*) и интерференционные картины (*б–г*), полученные при разном расстоянии от апертуры источника Z_{Int} . Кружками белого цвета показаны начальные (в плоскости $Z = 0$) позиции вихрей; кружками со знаками «+» и «-» — дислокации, зарегистрированные алгоритмом. На всех рисунках отмечен (окружности белого цвета) начальный радиус пучка

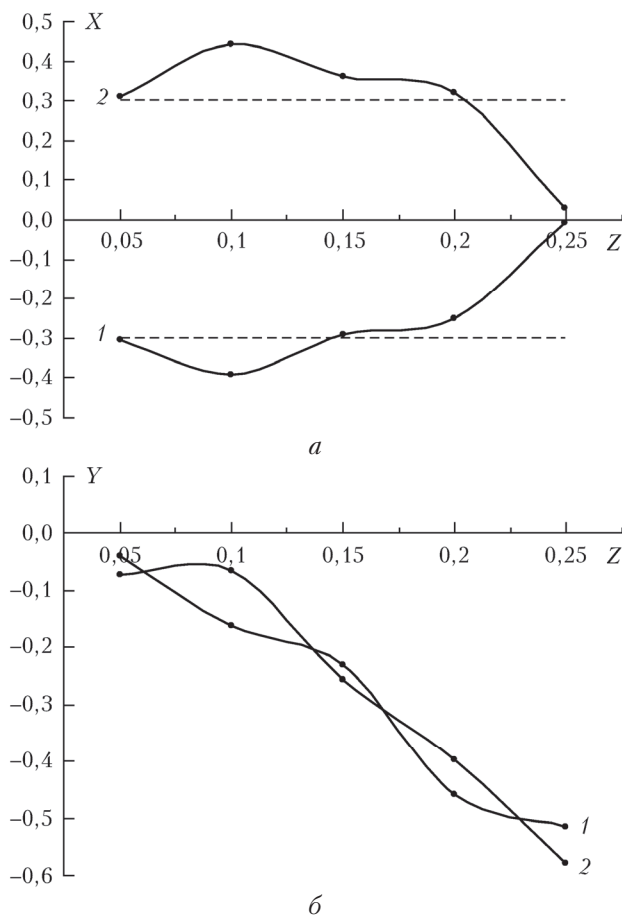


Рис. 11. Изменение координат X (а) и Y (б) диполя: кривая 1 – вихрь с положительным топологическим зарядом; кривая 2 – с отрицательным

На рис. 11 видно, как дислокации вначале расходятся, затем приближаются друг к другу. Одновременно наблюдается их смещение в направлении, отрицательном оси OY . На расстоянии около $0,3$ дифракционной длины особые точки аннигилируются.

Такие явления, как «притяжение» разноименных вихрей и их аннигиляция при распространении пучков, рассматривались во многих работах, например в [15], но, насколько нам известно, полная траектория смещения дислокаций, формирующих диполь, впервые приводится в настоящей статье.

Заключение

Представлен алгоритм регистрации оптических вихрей по ветвлению полос интерференционной картины. Он применим для обработки интерферограмм, полученных как в лабораторных, так и в численных экспериментах. С помощью алгоритма определяются такие характеристики вихревого излучения, как число особых точек волнового фронта, их топологические заряды и координаты. При этом координаты находятся с точностью до десятых долей начального радиуса пучка.

Сопоставление разработанного алгоритма с известными зарубежными аналогами позволяет сделать

вывод, что его использование позволяет получить больший объем информации. Прямое сравнение точности определения координат и числа оптических вихрей не представляется возможным из-за недостаточного объема опубликованных к настоящему времени данных.

Работа выполнялась при финансировании в рамках проекта П.10.3.5 «Разработка методов и систем адаптивной коррекции для формирования когерентных пучков и оптических изображений в атмосфере» (№ АААА-А17-1170213110146-3).

1. *Gahagan K.T., Swartzlander G.A. Junior.* Trapping of low-index microparticles in an optical vortex // *J. Opt. Soc. Am. B.* 1998. V. 15, N. 2. P. 524–534.
2. *Gahagan K.T., Swartzlander G.A. Junior.* Simultaneous trapping of low-index and high-index microparticles observed with an optical-vortex trap // *J. Opt. Soc. Am. B.* 1999. V. 16, N. 4. P. 533–539.
3. *Yan Yan, Guodong Xie, Lavery M.P.J., Hao Huang, Ahmed N., Changjing Bao, Yongxiong Ren, Yinwen Cao, Long Li, Zhe Zhao, Molisch A.F., Tur M., Padgett M.J., Willner A.E.* High-capacity millimetre-wave communications with orbital angular momentum multiplexing // *Nat. Commun.* 2014. P. 1–9. DOI: 10.1038/ncomms5876. URL: www.nature.com/nature-communications (last access: 25.02.2018).
4. *Аксенов В.П., Дудоров В.В., Колосов В.В., Филимонов Г.А.* Формирование вихревых лазерных пучков с нулевым орбитальным моментом и ненулевым топологическим зарядом // *Оптика атмосф. и океана.* 2017. Т. 30, № 11. С. 905–909.
5. *Passos M.H.M., Lemos M.R., Almieda S.R., Balthazar W.F., Da Silva L., Huguenin A.O.* Speckle patterns produced by an optical vortex and its application to surface roughness measurements // *Appl. Opt.* 2017. V. 56, N 2. P. 330–335.
6. *Popiolek-Masajada A., Masajada J., Kurzynowski P.* Analytical model of the optical vortex scanning microscope with a simple phase object // *Photonics.* 2017. V. 4, N 38. P. 1–14.
7. *Xinzhong Li, Yuping Tai, Liping Zhang, Huijuan Li, Liben Li.* Characterization of dynamic random process using optical vortex metrology // *Appl. Phys. B.* 2014. V. 116. P. 901–909.
8. *Wei Wang, Yu Qiao, Reika Ishijima, Tomoaki Yokozeki, Daigo Honda, Akihiro Matsuda, Hanson S.G., Mitsuo Takeda.* Constellation of phase singularities in a specklelike pattern for optical vortex metrology applied to biological kinematic analysis // *Opt. Express.* 2008. V. 16, N 18. P. 13908–13917.
9. *Berry M.V.* Optical vortices evolution from helicoidal integer and fractional phase steps // *J. Opt. A. Pure Appl. Opt.* 2004. V. 6. P. 259–268.
10. *Starikov F.A., Aksenov V.P., Atuchin V.V., Izmailov I.V., Kanev F.Yu., Kochemasov G.G., Kudryashov A.V., Kulikov S.M., Malakhov Y.I., Manachinsky A.N., Maslov N.V., Ogorodnikov A.V., Soldatnikov I.S., Sukharev S.A.* Wave front sensing of an optical vortex and its correction in the close-loop adaptive system with bimorph mirror // *Proc. SPIE.* 2007. V. 6747. P. 1–8.
11. *Matsumoto N., Ando T., Inoue T., Ohtake Y., Fukuchi N., Hara T.* Generation of high-quality higher-order Laguerre–Gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2008. V. 25, N 7. P. 1642–1651.

12. *Denisenko V.G., Minovich A., Desyatnikov A.S., Krolikowski W., Soskin M.S., Kivshar Y.S.* Mapping phases of singular scalar light fields // *Opt. Lett.* 2008. V. 33, N 1. P. 89–91.
13. *Patorski K., Pokorski K.* Examination of singular scalar light fields using wavelet processing of fork fringes // *Appl. Opt.* 2011. V. 50, N 5. P. 773–781.
14. *White A.G., Smith C.P., Heckenberg N.R., Rubinsztein-Dunlop H., McDuff R., Weiss C.O., Tamm Chr.* Interferometric measurements of phase singularities in the output of a visible laser // *J. Mod. Opt.* P. 2531–2541. DOI: 10.1080/09500349114552651. URL: <http://dx.doi.org/10.1080/09500349114552651> (last access: 25.03.2018).
15. *Аксенов В.П., Устинов А.В.* Последствие оптических вихрей в пространственной эволюции «вихревых» лазерных пучков // *Оптика атмосф. и океана.* 2003. Т. 16, № 8. С. 680–687.

F.Yu. Kanev, V.P. Aksenov, F.A. Starikov, Yu.V. Dolgoplov, A.V. Kopalkin, I.D. Veretekhin. **Detection of optical vortex topological charge and coordinates by analyzing branches of an interference pattern.**

An algorithm of optical vortex detection is considered and a computer application based on the algorithm is described. A vortex is localized as a branching point of an interference pattern. As the input data for the application, a BMP-file containing an image of interferogram is used; at the output, we obtain information about the vortex topological charge and coordinates. As is shown, accuracy of the algorithm developed is not lower than that of known analogues, while the amount of information obtained is larger.