

УДК 532.5: 536.21

## **Теплообмен при течении неньютоновских жидкостей в конвергентно-дивергентных каналах с тепловыми граничными условиями четвертого рода\***

**Г.Р. Галиуллина, Е.К. Вачагина, Г.Р. Халитова**

*Исследовательский центр проблем энергетики КазНЦ РАН, Казань*

E-mail: evachagina@mail.ru

Рассматривается теплообмен при течении неньютоновских жидкостей в конвергентно-дивергентных каналах с общей границей в случае движения жидкостей в противоположенных направлениях. На общей границе задаются условия непрерывности температуры и теплового потока. Представлены математическая модель, метод расчета и результаты численных исследований. По результатам численных расчетов построены графики, характеризующие течение жидкости в исследуемых каналах. Проведен сравнительный анализ теплообмена в гладком и конвергентно-дивергентном каналах.

**Ключевые слова:** энергосбережение, теплообменное оборудование, интенсификация теплообмена, каналы конвергентно-дивергентного типа, неньютоновские среды, пластинчатые теплообменники, конвективный теплообмен, реологические свойства, математическая модель, граничные условия, численные итерационные методы.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время, когда остро стоят вопросы энергосбережения, экономии топлива и других природных ресурсов, совершенствование теплообменного оборудования путем внедрения эффективных способов интенсификации теплообмена является одним из наиболее результативных способов ощутимого повышения экономичности энергоустановок. Одним из эффективных способов интенсификации является использование в теплообменном оборудовании каналов конвергентно-дивергентного типа. Однако до сих пор не проведены в полной мере расчеты, охватывающие разнообразные геометрические характеристики видов конвергентно-дивергентных каналов при течении в них неньютоновских сред.

### **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ**

При построении математической модели задачи о теплообмене при течении неньютоновской жидкости в конвергентно-дивергентных каналах приняты следующие допущения: течение несжимаемой жидкости стационарное, ламинарное,

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 гг. (госконтракт № П11115, № П11505).

реологическое поведение сред характеризуется наличием нелинейно-вязких свойств, плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность среды в ходе процесса меняются незначительно, силы тяжести входят в уравнения неявно через избыточное давление.

Как известно, отличительной особенностью пластинчатых теплообменных аппаратов является то, что поверхность нагрева у них состоит из пластин, соединенных последовательно. Пластины, расположенные одна за другой, образуют полости, в которые подаются теплоносители таким образом, что в каждом двух соседних каналах находятся разные теплоносители. В качестве основного преимущества таких теплообменников следует отметить их полную разборность, обеспечивающую возможность чистки всех поверхностей нагрева. Для интенсификации конвективного теплообмена в пластинчатых теплообменниках часто используются вместо плоских — пластины, которые образуют в поперечном сечении теплообменного аппарата конвергентно-дивергентные каналы. Поскольку в любых двух соседних конвергентно-дивергентных каналах движутся различные теплоносители, но с одними и теми же входными параметрами, то вместо всей геометрической области течения можно рассматривать лишь область, образованную этими двумя каналами. Влиянием граничных пластин на процесс теплообмена можно пренебречь. Отметим также, что в силу того, что расстояние между пластинами много меньше ширины пластин, можно также принять, что картина распределения основных искомых гидродинамических и тепловых полей повторяется в любом продольном сечении исследуемых каналов теплообменного аппарата, за исключением тех сечений, которые находятся в непосредственной близости к краям пластин и которые в данной постановке не рассматриваются. Такая симметрия исследуемой задачи позволяет также рассматривать вместо двух целых конвергентно-дивергентных каналов их половинки. Сделанные предположения позволяют при решении задач теплообмена в исследуемых теплообменниках свести задачу к двумерной постановке и рассматривать в качестве основной расчетной области двумерную область, представленную на рис. 1. Очевидно, что предпочтительно использовать противоположное направление движения теплоносителей, поэтому рассмотрим именно этот случай их движения. В области 1 течет жидкость 1 в направлении, указанном стрелкой, в области 2 течет жидкость 2 в противоположном направлении, забирающая теплоту первой жидкости. Для описания геометрии канала использовались отношения  $h/H$  и  $S/H$ , где  $H = A_1C_1$ ,  $h = A_1B_1 - E_1D_1$ ,  $S = 2 \cdot A_1D_1$ ,  $\ell = FE - CD$  (см. рис. 1).

Реологические свойства жидкости описываются с помощью модели нелинейно-вязкой жидкости [1, 2]:

$$\mathbf{T} = -P\mathbf{I} + 2\mu(I_2)\mathbf{D},$$

где  $P$  — давление,  $\mathbf{I}$  — единичный тензор,  $\mathbf{D} = 1/2 \left( \text{grad} \vec{v} + (\text{grad} \vec{v})^T \right)$  — тензор скоростей деформаций,  $\vec{v}$  — вектор скорости,  $\mu(I_2)$  — эффективная вязкость,

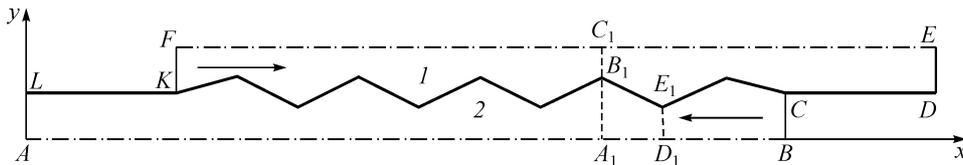


Рис. 1. Геометрическая область течения.

$I_2 = 4\text{tr}(\mathbf{D}^2)$  — второй инвариант тензора скоростей деформаций, индекс  $T$  — символ транспонирования,  $\text{tr}$  — операции взятия следа тензора.

В качестве конкретной зависимости вязкости  $\mu(I_2)$  использовалась модель Кутателадзе–Хабахпашевой [3]:

$$\varphi_* = \exp(-\tau_*),$$

где

$$\varphi_* = \frac{(\varphi_\infty - \varphi)}{(\varphi_\infty - \varphi_0)}, \quad \tau_* = \theta \frac{(\tau - \tau_1)}{(\varphi_\infty - \varphi_0)}.$$

Здесь  $\tau = \mu(I_2) \frac{\sqrt{I_2}}{2}$ ,  $\varphi = \frac{1}{\mu(I_2)}$  — текучесть,  $\varphi_0, \varphi_\infty$  — текучести при  $\tau \rightarrow 0$  и  $\tau \rightarrow \infty$ ,  $\theta, \tau_1$  — мера и предел структурной стабильности жидкости.

Для представления температурных зависимостей  $\mu(I_2, T)$  будем использовать зависимости основных реологических параметров  $\varphi_\infty, \varphi_0, \theta$  от температуры  $T$  в аррениусовском виде.

Для записи основной системы уравнений переноса энергии, количества движения и неразрывности при сделанных выше допущениях используется декартова система координат с осью  $x$ , направленной по оси симметрии одного из каналов.

Таким образом, математическая модель рассматриваемой задачи имеет вид:

$$\rho_i \left( v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu_i(I_2, T) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_i(I_2, T) \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right), \quad (1)$$

$$\rho_i \left( v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_i(I_2, T) \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\mu_i(I_2, T) \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = a_i \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (4)$$

где  $\rho_i$  — плотность  $i$ -й жидкости,  $\mu_i(I_2, T)$  — эффективная вязкость  $i$ -й жидкости,  $a_i$  — температуропроводность  $i$ -ой жидкости,  $v_x, v_y$  — компоненты вектора скорости.

Эллиптический характер используемых уравнений математической модели диктует необходимость постановки граничных условий на выходе из каналов, которые заранее неизвестны. Рассмотрим вместо действительной геометрической области определения переменных задачи видоизмененную теоретическую область, полученную из данной увеличением длины каналов до таких размеров, при которых происходит стабилизация как температурных, так и скоростных полей. При этом границы каналов можно для простоты принять прямолинейными, а граничные условия для температуры на продолженных границах ( $LK$  и  $CD$ , см. рис. 1) принять в наиболее простом виде, т. е. в виде граничных условий второго рода  $\partial T / \partial y = 0$ , обеспечивающих тепловую изоляцию границ. Само собой разумеется,

что на этих границах принимаются также гидродинамические граничные условия прилипания. То есть на  $CD$  и  $LK$ :  $v_x = v_y = 0$ ,  $\partial T / \partial y = 0$ . В качестве граничных условий на выходе из таких продолженных каналов ( $LA$  и  $ED$ , см. рис. 1) принимаются граничные условия стабилизации искомых полей по длине каналов:  $\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0$ ,  $v_y = 0$ ,  $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ . На оси симметрии каналов ( $AB$  и  $FE$ , см. рис. 1) задаются условия:  $\frac{\partial v_x}{\partial y} = 0$ ,  $v_y = 0$ ,  $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ .

На входе в каналы задаются распределения температуры рабочих сред  $T_{0i}$  и профили скорости  $\bar{v}_{0i}$ . На  $FK$ :  $v_x = \frac{6Q_{ж1}}{a^3}(y-a)(y-3a)$ ,  $v_y = 0$ ,  $T = T_{0ж1}$ ; на  $CB$ :  $v_x = \frac{6Q_{ж2}}{a^3}(y^2 - a^2)$ ,  $v_y = 0$ ,  $T = T_{0ж2}$ , где  $a$  — ширина канала на входе (см. рис. 1).

На общей границе каналов задаются гидродинамические условия прилипания и условия четвертого рода для температуры, заключающиеся в непрерывности температуры и теплового потока, то есть на границе  $KC$ :  $\bar{v} = 0$ ,  $T|_1 = T|_2$ ,

$$\lambda_{ж1} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_1 = \lambda_{ж2} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_2 \quad (\text{см. рис. 1}).$$

Согласно принципу локального действия, справедливому для нелинейно-вязких сред решение поставленной для действительной геометрической области задачи будет практически совпадать с решением, полученным для видоизмененной области, за исключением произвольно малой окрестности граничных точек, соответствующих выходу из реально существующих каналов, т. е. основные интегральные характеристики интенсивности теплообменных процессов в обоих случаях будут совпадать.

Получение решения поставленной задачи для произвольных зависимостей  $\mu(I_2, T)$  в явном виде не представляется возможным из-за нелинейного характера выведенной системы дифференциальных уравнений. Поэтому решение такой системы проводилось с помощью численных методов, при этом алгоритм строился на базе итерационных методов и метода Галеркина в конечно-элементной интерпретации. В качестве конечных элементов для всех уравнений использовались квадратичные элементы Лагранжа, общее число которых варьировалось от 2688 до 13440 элементов.

Представленная в настоящей работе модель, очевидно, может быть применена как математическая модель теплообмена в случае, если одна из жидкостей или обе являются ньютоновскими средами. Кроме того, если режим течения одной из жидкостей соответствует турбулентному режиму, а вязкость ее не зависит от температуры, то вместо решения системы уравнений (1)–(4) при  $i = 1, 2$  можно решать систему уравнений (1)–(3) при  $i = 1$  и (4) при  $i = 1, 2$  в случае известного заданного турбулентного профиля скорости этой жидкости согласно описанного выше метода ее решения.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

При проведении численных расчетов в качестве жидкости 2 использовалась вода, жидкости 1 — модельная неньютоновская жидкость с псевдопластичными свойствами. Особенности течения в конвергентно-дивергентных каналах представлены на графиках рис. 2, на которых изображены линии равных значений продоль-

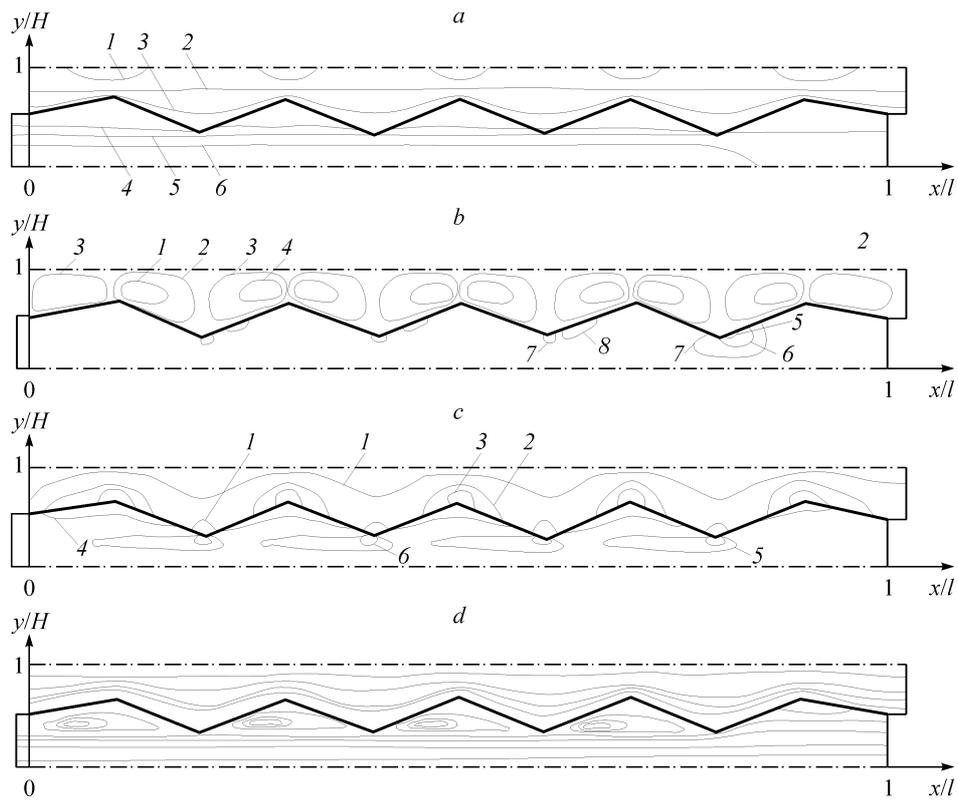


Рис. 2. Распределение продольной составляющей вектора скорости:  $V_x/\bar{V}$ , где  $\bar{V}$  — среднерасходная скорость первой жидкости на входе в канал: 1,71 (1), 1,04 (2), 0,38 (3), -1,73 (4), -11,9 (5), -21,42 (6) (a), поперечной составляющей вектора скорости  $V_y/\bar{V}$ : -0,14 (1), -0,02 (2), 0,09 (3), 0,21 (4), -3,33 (5), -2,06 (6), -0,59 (7), 0,74 (8) (b); компоненты вектора вихря, перпендикулярного плоскости рисунка  $\omega/\bar{\omega}$ , где  $\bar{\omega}$  — его среднее значение для первой жидкости: -0,79 (1), -2,24 (2), -3,7 (3), 9,6 (4), -83,3 (5), -126,6 (6) (c) и линий тока (d).  $Re_B = 998$ ,  $Re_{ж1} = 5$ ,  $h/H = 0,33$ ,  $S/H = 1,67$ .

ной и поперечной составляющих вектора скорости (a, b), компоненты вектора вихря (c), линии, направленной перпендикулярно плоскости XOY, а также линии тока (d).

На рис. 3, a и 3, b показаны линии равных значений температуры в плоском канале и канале конвергентно-дивергентного типа.

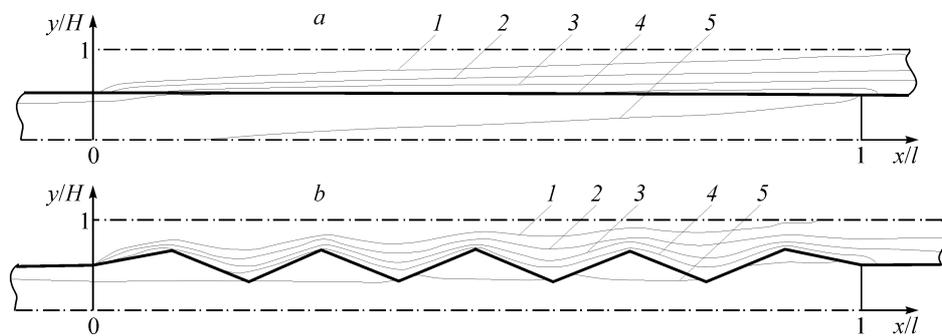


Рис. 3. Распределение температуры  $T/T_0$ , где  $T_0$  — температура на входе в канал первой жидкости, в плоском канале (a) и канале конвергентно-дивергентного типа (b): 0,91 (1), 0,88 (2), 0,85 (3), 0,81 (4), 0,79 (5). Остальные параметры задачи такие же, как и на рис. 2.

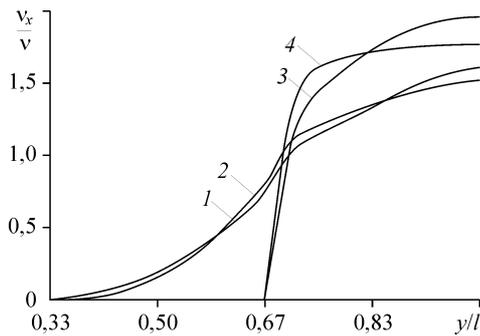


Рис. 4. Распределение продольной составляющей вектора скорости при течении ньютоновской (1, 3) и неньютоновской (2, 4) жидкостей;  $\bar{v}$  — среднерасходная скорость первой жидкости на входе в канал. Остальные параметры задачи такие же, как и на рис. 2.

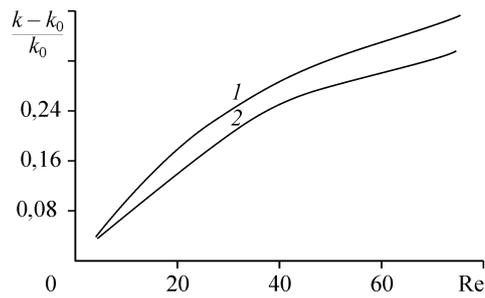
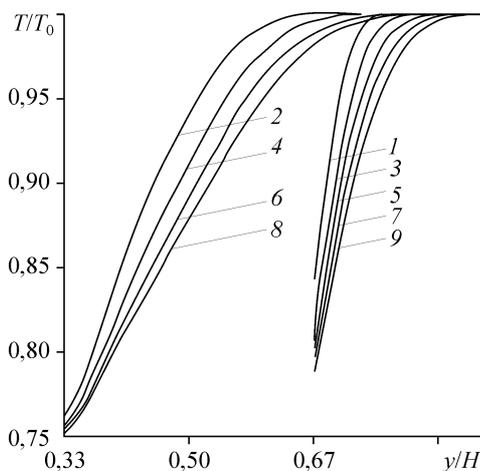


Рис. 5. Зависимость среднего коэффициента теплопередачи  $k$  от чисел  $Re_{ж1}$  при течении ньютоновской (2) и неньютоновской (1) жидкостей,  $k_0$  — средний коэффициент теплопередачи в гладкой трубе. Остальные параметры задачи такие же, как и на рис. 2.

На основании проведенных расчетов можно сделать очевидный вывод, что охлаждение жидкости 1 водой происходит гораздо интенсивнее в канале конвергентно-дивергентного типа (см. рис. 3), что объясняется наличием макровихрей (см. рис. 2, с) и увеличением поверхности теплообмена.

На характер течения и теплообмена также влияют неньютоновские свойства первой жидкости. Псевдопластичное поведение отражается на профиле продольной составляющей вектора скорости (рис. 4). Особенно четко это видно для профиля скорости в самой узкой части конвергентно-дивергентного канала  $BC$ . В области, где значения  $I_2$  относительно велики, значения скорости для неньютоновской жидкости (кривая 4) значительно выше, чем скорость ньютоновской, что объясняется характером зависимости эффективной вязкости от второго инварианта тензора скорости деформации ( $(\partial\mu/\partial I_2) < 0$ ).

Сделанные расчеты показали (рис. 5), что значение коэффициента теплопередачи при течении неньютоновской жидкости заметно выше и его относительное увеличение по отношению к его значению в гладкой трубе составляет от 5 до 15 % в зависимости от  $Re_{ж1}$ , из чего можно сделать вывод, что применение каналов конвергентно-дивергентного типа для интенсификации теплообмена именно для неньютоновских жидкостей особенно актуально.



На рис. 6 представлено изменение профиля температур в поперечных сечениях конвергентно-дивергентного канала при некоторых фиксированных значениях параметров рассматриваемой задачи. Из рисунка следует, что при данных режимных параметрах

Рис. 6. Изменение профиля температур по оси  $x$  (расстояние от входа первой жидкости в канал).

$x/l = 1$  (1), 2 (2), 3 (3), 4 (4), 5 (5), 6 (6), 7 (7), 8 (8), 9 (9).  $Re_B = 998$ ,  $Re_{ж1} = 2$ ,  $h/H = 0,33$ ,  $S/H = 1,67$ .

задачи на характер профиля температур влияет наличие макровихрей в области течения жидкости 1, что выражается наличием деформации профиля температур в сечениях с наиболее широкой частью в области течения жидкости 1. В сечении с наиболее широкой частью в области течения жидкости 2 таких деформаций не наблюдается, так как размеры возникающих макровихрей при исследуемых числах Рейнольдса пренебрежимо малы.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе численно исследован процесс теплообмена при течении неньютоновской жидкости в конвергентно-дивергентных каналах с тепловыми граничными условиями четвертого рода на общей границе. Приведенный в работе итерационный алгоритм решения основывается на известных методах, таких как метод Бубнова–Галеркина и метод конечных элементов, и позволяет быстро и эффективно получать решения этой задачи в каналах такого типа и оценивать их теплогидродинамическую эффективность.

Проведен сравнительный анализ теплообмена в прямых и конвергентно-дивергентных каналах для ньютоновских и неньютоновских жидкостей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Литвинов В.Г. Движение нелинейно-вязкой жидкости. М.: Наука, 1982. С. 376.
2. Шульман З.П., Алейников С.М., Хусид Б.М., Якобсон Э.Э. Реологические уравнения состояния текущих полимерных сред (анализ состояния проблемы). Минск. Препринт АН БССР, ИТМО, 1981. С. 62.
3. Кутателадзе С.С., Попов В.И., Хабахпашева Е.М. К гидродимике жидкостей с переменной вязкостью // ПМТФ. 1966. № 1. С. 45–49.

*Статья поступила в редакцию 9 сентября 2009 г.*