

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОДНОРОДНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ УСТОЙЧИВО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Н. И. Болонов, В. У. Бондарчук\*, И. А. Ватутин\*,  
Б. А. Коловандин\*, В. Г. Лобачев

Донецкий государственный университет, 340055 Донецк

\* АНК «ИТМО» НАН Беларуси, 220072 Минск

Приводятся результаты экспериментального и численного исследования динамики параметров однородной турбулентности устойчиво стратифицированной жидкости при различных значениях молекулярного числа Прандтля — Шмидта в широком диапазоне времени плавучести  $N\tau$ . Приводится краткое описание бассейна, использованной измерительной аппаратуры и методики эксперимента. Численное моделирование выполнено с использованием модели второго порядка однородной турбулентности стратифицированной среды. Проанализировано влияние колебаний турбулентного потока массы (тепла)  $q(N\tau)$  на эволюцию статистических параметров полей скорости и температуры, найдено инвариантное соотношение для параметров сильной турбулентности стратифицированной жидкости. Показано, что статистические параметры турбулентности, будучи сглаженными по амплитуде колебаний, после точки коллапса меняются во времени автомодельно.

**Введение.** Исследование эволюции однородной турбулентности устойчиво стратифицированной жидкости представляет интерес для развития общей теории турбулентности в стратифицированной среде. Отметим, что модель однородной турбулентности устойчиво стратифицированной жидкости хорошо описывает элементарные процессы переноса, происходящие в верхней атмосфере и области термоклина в океане. Для выяснения принципиальных особенностей эволюции однородной турбулентности устойчиво стратифицированной среды, детальное описание которой содержится в монографии [1], в последние годы были выполнены как экспериментальные исследования для жидкости и воздуха [2–5], так и прямое численное моделирование [6–8]. Показано, что турбулентный вертикальный поток плотности со временем уменьшается до нуля (условный коллапс турбулентности), затем принимает чередующиеся с определенным периодом отрицательные и положительные значения. Путем спектрального анализа данных прямого численного моделирования установлено, что контргradientный турбулентный поток массы (тепла) связан с переходом кинетической энергии пульсаций в потенциальную энергию поля плотности и является признаком существенного вклада внутренних гравитационных волн в поле скорости. В упомянутых работах ограниченность габаритов лабораторного экспериментального оборудования и технических возможностей современных ЭВМ, при разумных затратах машинного времени, не позволяли исследовать эволюцию параметров турбулентности при достаточно больших значениях турбулентного числа Рейнольдса  $Re$  и времени плавучести  $N\tau$ . В [9] проведено численное исследование динамики однородной турбулентности устойчиво стратифицированной жидкости на основе потоковой модели второго порядка  $\langle u_i u_j \rangle - \epsilon_u - \langle u_i \rho \rangle - \langle \rho^2 \rangle - \epsilon_\rho$  для значений молекулярного числа Прандтля — Шмидта  $\sigma = 0,73$  (воздух) и  $\sigma = 900$  (соленая вода).

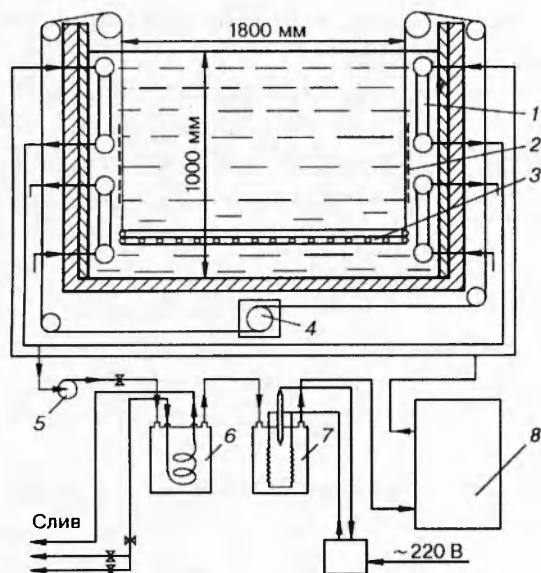


Рис. 1. Схема крупногабаритного бассейна для исследования турбулентности за решеткой в стратифицированной жидкости:

1 — боковой теплообменник, 2 — пластина из текстолита, 3 — решетка, 4 — электропривод, 5 — насос, 6 — теплообменник, 7 — термостат, 8 — термостабилизирующая емкость

Целью настоящей работы является экспериментальное и численное исследование динамики однородной турбулентности устойчиво стратифицированной жидкости в широком диапазоне значений параметра  $\sigma$  в относительно большом интервале безразмерного времени ( $1,25 \leq N\tau \leq 34$ ). Ставилась задача детального исследования динамики статистических параметров турбулентности, входящих в потоковую модель второго порядка.

**1. Экспериментальное исследование.** Для проведения исследований турбулентности за решеткой в стратифицированной среде использовались водный бассейн с температурной стратификацией среды кафедры физической гидродинамики Донецкого государственного университета, оборудованный нестандартными зондирующими устройствами, термоанемометрическая аппаратура для измерения скоростного и температурного полей, а также система сбора, накопления и обработки информации.

Бассейн (рис. 1) имел размеры  $12 \times 1,2 \times 1,8$  м, дно его выполнено из нержавеющей стали, боковые стенки — из термополированного стекла. Для создания квазилинейной термической стратификации использовалась схема с боковыми теплообменниками 1. Через верхний теплообменник пропусклась теплая вода, через нижний — холодная. Для создания устойчивой стратификации каждый теплообменник включался в контур, состоящий из насоса 5, теплообменника 6, термостата 7, термостабилизирующей емкости 8. Для устранения конвекции стенки бассейна тщательно изолировались, а температура воды в верхнем слое поддерживалась близкой к температуре воздуха в лаборатории. Решетка 3 с размерами  $2,2 \times 1,6$  м и ячейкой  $92 \times 92$  мм, изготовленная из стальной нержавеющей трубки диаметром 16 мм, опускалась в отгороженную секцию бассейна на четырех тросах, закрепленных по углам решетки, и турбулизовала среду, перемещалась решетка с помощью специального привода 4, установленного под бассейном.

Измерение пульсаций скорости и температуры в турбулизованной решеткой среде осуществлялось зондирующим устройством, представляющим собой горизонтально установленный диск, к которому снизу прикреплен вертикальный пилон длиной 60 см с тремя датчиками термоанемометра, расположенными на нем на расстоянии 50 мм друг от друга. Диск через трансмиссию и виброразвязывающее устройство вращался с постоянной линейной скоростью 13,4 см/с. Вертикальные профили температуры измерялись термометром сопротивления. Скорость зондирования составляла 1,59 см/с, точность измерения осредненной температуры  $\pm 0,05$  °С.

Для исследования распределения температуры в условиях линейной стратификации теплообменники располагались на поверхности и у дна бассейна, что не позволяло получать большие градиенты температуры при существенных значениях безразмерного времени  $Nt$ . Поэтому увеличение области с распределением температуры, близким к линейному, достигалось установкой перед теплообменниками 1 пластины из текстолита 2.

Для измерения пульсаций скорости и температуры использовался термоанемометр постоянного тока на несущей частоте. Чувствительными элементами были незащищенные платиновые нити. Две взаимно перпендикулярные нити длиной 1,5 мм располагались в вертикальной плоскости под углами  $\pm 45^\circ$  к потоку. Третья (горизонтальная) нить, включенная в сеть термометра сопротивления, находилась в двух миллиметрах впереди проекции точки пересечения наклонных нитей. Чувствительные элементы получали путем травления медной оболочки волластоновой проволоки до платинового сердечника диаметром 8 мкм.

Малая интенсивность турбулентности и постоянство средней скорости движения зонда позволяли использовать линейную аппроксимацию градуировочных кривых термоанемометров, что дало возможность свести задачу нахождения компонент скорости и температуры к решению системы трех уравнений для мгновенных значений выходных напряжений двух каналов термоанемометра и термометра сопротивления. Из решения этой системы получены значения двух компонент скорости  $U = A_1 e_1 + B_1 e_2 - C_1 e_3$ ,  $V = A_2 e_1 - B_2 e_2 - C_2 e_3$  и температуры  $T = D e_3$ , где  $e_1, e_2, e_3$  — мгновенные выходные напряжения каналов термоанемометра и термометра сопротивления;  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D$  — градуировочные константы. Пульсационные составляющие сигналов фильтровались в полосе 0,6–80 Гц, усиливались до уровня  $\pm 5$  В и регистрировались на магнитографе.

С помощью описанной методики были исследованы фоновые параметры пульсаций скорости и температуры. Измерения показали, что минимальные помехи для регистрации пульсаций скорости в бассейне наблюдались при скорости вращения диска  $\omega = 0,222 \text{ с}^{-1}$ , соответствующей перемещению датчиков со скоростью  $0,12 \div 0,14 \text{ м/с}$ . Постоянная скорость вращения диска устанавливалась за 1/5 оборота. Неравномерность движения его на остальном участке окружности составляла  $\pm 3\%$  от скорости движения. Для уменьшения помех от неравномерности движения диска частотная полоса измерений была ограничена снизу 0,6 Гц. В полосе 0,6–80 Гц фоновые пульсации скорости вместе с шумами аппаратуры и вибрацией составляли не более 1 мм/с по продольной компоненте скорости и 0,5 мм/с по вертикальной. Среднеквадратичное отклонение фоновых пульсаций температуры (включая шумы аппаратуры) в стратифицированном слое с градиентом температуры  $18 \text{ }^\circ\text{С/м}$  составляло примерно около  $0,028 \text{ }^\circ\text{С}$ .

В бассейне с помощью боковых теплообменников создавалась устойчивая температурная стратификация. Время ее установления зависело от исходного профиля температуры и составляло  $6 \div 10$  ч. Выход на рабочий режим контролировался измерением вертикальных профилей температуры в продольном сечении бассейна. После достижения заданного температурного распределения в воду медленно опускались экраны, закрывавшие теплообменники и препятствовавшие перетоку жидкости через них при опускании решетки. Затем система термостатирования отключалась и производились измерения профиля температуры. Приблизительно через 0,5 ч осуществлялась генерация турбулентности опусканием решетки на дно бассейна. Магнитографом фиксировалось время прохождения решеткой горизонта расположения датчиков. Скорость движения решетки определялась по мере перекрытия лазерного луча пластинкой заданной длины, вертикально закрепленной на решетке. Лазерный луч пересекал рабочий участок на уровне движения датчиков. Пуск зондирующего устройства осуществлялся спустя определенное время ( $5 \div 180 \text{ с}$ ) после опускания решетки. На магнитографе записывались сигналы термоанемометра и импульсов

индикатора положения диска.

Описав полный круг, датчик попадал в собственный след, и запись сигналов прекращалась. Через 5 мин после опускания решетки записывался конечный вертикальный профиль температуры. Затем включалась система термостабилизации для восстановления исходного температурного профиля. Через 1–2 ч эксперимент повторялся. Таким образом, накапливался ансамбль из 8–10 реализаций с одинаковым временем задержки.

Для получения достаточно развитой турбулентности и достижения наибольшего времени наблюдения  $N\tau$  выбирались максимально возможные в условиях данного эксперимента скорость движения решетки ( $U_\infty = 0,4$  м/с) и перепад температуры по высоте бассейна. При такой скорости обеспечивалось равномерное движение решетки в области термоклина, где проводились измерения. Область малых значений времени наблюдения исследовалась при пониженных перепадах температуры. За время между очередными экспериментами профиль температуры полностью не восстанавливался, поэтому к концу серии экспериментов градиенты температуры уменьшались незначительно. При расчетах параметров стратификации использовалось среднее значение градиента температуры в данной серии экспериментов.

Измерения параметров турбулентности за решеткой проводились при значениях градиента средней температуры  $dT/dx_2 = 2,9 \div 12,1$  °С/м. Число Рейнольдса  $Re_\infty = U_\infty M/\nu$ , рассчитанное по размеру ячейки решетки  $M$ , составляло  $3,8 \cdot 10^4 \div 4,0 \cdot 10^4$ , а число Фруда  $Fr = NM/U_\infty$  изменялось в пределах  $1,85 \cdot 10^{-2} \div 3,78 \cdot 10^{-2}$ . Данные об исследованных режимах приведены в таблице.

Учитывая, что фоновые пульсации в основном были обусловлены неравномерностью движения датчика, вибрацией и электронными шумами аппаратуры, они считались некоррелированными с турбулентными пульсациями за решеткой. Это позволило уточнить спектры турбулентных пульсаций путем вычитания из спектра сигнала соответствующего ему спектра фоновых пульсаций. После операции вычитания «фона» спектры пульсаций в области частот  $f > f_{гр}$  ( $f_{гр}$  — нижняя граница частотного диапазона) заменялись зависимостью  $E(f) \sim f^{-7}$ , характерной для интервала вязкой диссипации. Спектры продольных

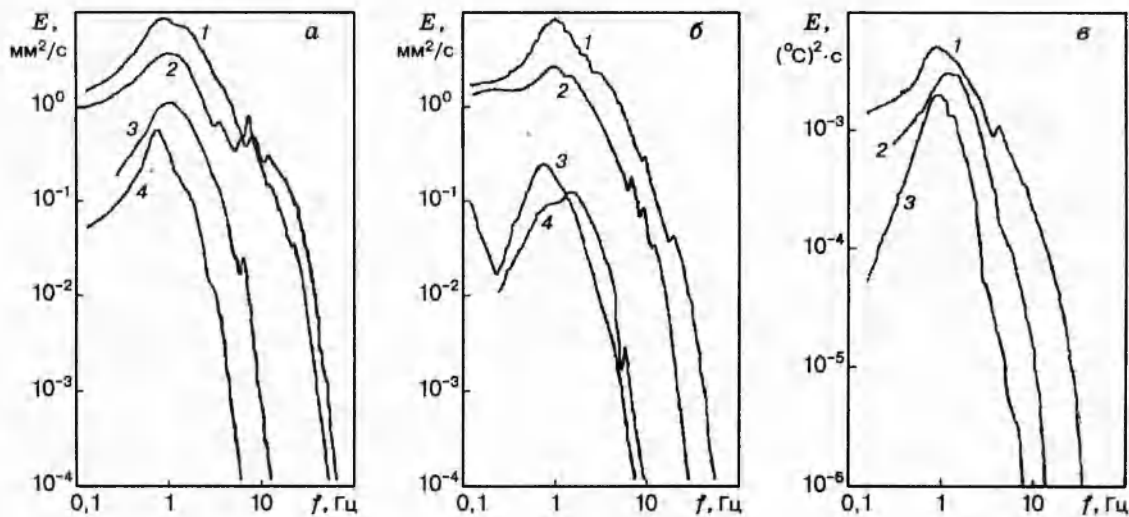


Рис. 2. Спектры продольных (а) и вертикальных (б) пульсаций скорости и пульсаций температуры (в) при различных режимах стратификации:

кривые 1–4 соответствуют режимам 1.1, 1.2, 4.10, 4.14 (а, б); кривые 1–3 — режимам 2.1, 4.10, 4.14 (в)

Режим	$Re_\infty$	$\sigma$	$dT/dt, ^\circ C/m$	$N, c^{-1}$	$Fr$	$x/M$	$N\tau$
1.1						71	1,31
1.2						92	1,72
1.3	$3,82 \cdot 10^4$	6,62	2,89	$8,04 \cdot 10^{-2}$	$1,85 \cdot 10^{-2}$	114	2,12
1.4						136	2,52
2.1						66	1,38
2.2						88	1,82
2.3	$3,82 \cdot 10^4$	6,62	3,49	$8,92 \cdot 10^{-2}$	$2,07 \cdot 10^{-2}$	110	2,27
2.4						131	2,72
3.1						132	3,18
3.2						154	3,7
3.3	$3,95 \cdot 10^4$	6,46	4,65	$10,42 \cdot 10^{-2}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	176	4,22
3.4						197	4,74
4.1						135	5,34
4.2						157	6,22
4.3	$4,03 \cdot 10^4$	6,32	12,1	$17,14 \cdot 10^{-2}$	$3,78 \cdot 10^{-2}$	179	7,03
4.4						200	7,91
4.5						272	10,24
4.6						293	11,05
4.7	$4,03 \cdot 10^4$	6,32	10,9	$16,33 \cdot 10^{-2}$	$3,78 \cdot 10^{-2}$	315	11,87
4.8						337	12,69
4.9						401	14,76
4.10						423	15,57
4.11	$4,03 \cdot 10^4$	6,32	10,4	$15,95 \cdot 10^{-2}$	$3,78 \cdot 10^{-2}$	444	16,33
4.12						466	17,14
4.13						578	21,54
4.14						600	22,36
4.15	$4,03 \cdot 10^4$	6,32	10,7	$16,14 \cdot 10^{-2}$	$3,78 \cdot 10^{-2}$	622	23,11
4.16						644	23,93
4.17						836	31,59
4.18						858	32,40
4.19	$4,03 \cdot 10^4$	6,32	11,00	$16,4 \cdot 10^{-2}$	$3,78 \cdot 10^{-2}$	879	33,22
4.20						901	34,04

и вертикальных пульсаций скорости и пульсаций температуры при различных режимах стратификации среды (см. таблицу) представлены на рис. 2.

Обработка результатов производилась на персональном компьютере. Мгновенные значения сигналов с выходов термоанемометра и термометра сопротивления пересчитывались по алгоритму, приведенному выше, в мгновенные значения вертикальной  $V$  и продольной  $U$  компонент скорости (относительно направления перемещения датчика), а также в мгновенные значения температуры. Частота дискретизации сигнала задавалась равной 256 Гц. По реализациям длительностью 5 с рассчитывались энергетические спектры и вторые моменты пульсаций температуры и скорости. Полученные данные осреднялись по ансамблю реализаций.

Отдельно определялись удвоенная кинетическая энергия продольных (горизонтальных) пульсаций скорости  $\langle u_s^2 \rangle = \langle u_1^2 \rangle + \langle u_3^2 \rangle$  и поперечных (вертикальных) пульсаций скорости  $\langle v_s^2 \rangle = \langle u_2^2 \rangle$  (здесь  $\langle v_s^2 \rangle$  и  $\langle u_s^2 \rangle$  — величины, полученные экспериментально). В

условиях данного эксперимента  $\langle u_1^2 \rangle = \langle u_3^2 \rangle$ ,  $\langle u_3^2 \rangle = 2\langle u_1^2 \rangle$ , т. е. удвоенная полная кинетическая энергия турбулентности определялась соотношением

$$\langle q_s^2 \rangle = \langle u_s^2 \rangle + \langle v_s^2 \rangle = \langle u_1^2 \rangle + \langle u_2^2 \rangle + \langle u_3^2 \rangle = \langle q^2 \rangle.$$

Статистические моменты пульсаций скорости и температуры находились по полученным частотным спектрам. Вместо частоты  $f$  удобнее пользоваться волновым числом  $k_1 = 2\pi f/U_\infty$ , а вместо  $E(f)$  можно ввести спектральную функцию  $E_1(k_1) = U_\infty E(f)/2\pi$ .

Следовательно,  $\langle u_1^2 \rangle = \int_0^\infty E_1(k_1) dk_1 = \int_{k_H}^{k_B} E_1(k_1) dk_1$ .

Аналогично можно ввести спектральные функции для поперечных пульсаций скорости и пульсаций температуры:

$$\langle u_2^2 \rangle = \int_0^\infty E_2(k_1) dk_1 = \int_{k_H}^{k_B} E_2(k_1) dk_1, \quad \langle t^2 \rangle = \int_0^\infty E_T(k_1) dk_1 = \int_{k_H}^{k_B} E_T(k_1) dk_1.$$

Здесь  $E_1(k_1)$ ,  $E_2(k_1)$  и  $E_T(k_1)$  — экспериментально определяемые одномерные энергетические спектры пульсаций скорости и температуры, а  $k_H$  и  $k_B$  — нижний и верхний пределы интегрирования.

Скорость диссипации кинетической энергии турбулентности оценивалась по соотношению [2]:

$$\varepsilon_u^3 = \nu \left[ 10 \left\langle \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 \right\rangle + \frac{5}{2} \left\langle \left( \frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 \right\rangle \right] = \nu \left[ 10 \int_{k_H}^{k_B} k_1^2 E_1(k_1) dk_1 + \frac{5}{2} \int_{k_H}^{k_B} k_1^2 E_2(k_1) dk_1 \right].$$

Аналогично для расчета скорости «размывания» градиентов пульсаций температуры использовалось соотношение

$$\varepsilon_T^3 = 6\alpha \int_{k_H}^{k_B} k_1^2 E_T(k_1) dk_1.$$

По результатам измерений рассчитывались нормированные значения параметров турбулентности:

$$U = \frac{\langle u_1^2 \rangle}{U_\infty^2}, \quad V = \frac{\langle u_2^2 \rangle}{U_\infty^2}, \quad E = \frac{\langle u_1^2 \rangle + \langle u_2^2 \rangle + \langle u_3^2 \rangle}{U_\infty^2},$$

$$\Theta = \frac{\langle t^2 \rangle}{(\Delta T)^2}, \quad \varepsilon_u = \frac{\varepsilon_u^3 M}{U_\infty^2}, \quad \varepsilon_T = \frac{\varepsilon_T^3 M}{U_\infty (\Delta T)^2},$$

где  $U_\infty$  — скорость движения решетки;  $\Delta T \approx (\partial T / \partial x_2) M$  — перепад температуры на высоте, равной размеру ячейки решетки  $M$ .

Турбулентный поток тепла  $R_{VT} = \langle u_2 t \rangle / (\langle u_1^2 \rangle^{1/2} \langle t^2 \rangle^{1/2})$  рассчитывался по отдельной программе без учета фоновых пульсаций.

**2. Численное моделирование.** Модель однородной турбулентности стратифицированной жидкости [9, 10] включает дифференциальные уравнения для тензора напряжений Рейнольдса  $\langle u_i u_j \rangle$ , удвоенной полной кинетической энергии турбулентности  $\langle u_i u_i \rangle$  (здесь и далее предполагается суммирование по повторяющимся индексам), среднего значения квадрата пульсаций плотности, температуры или концентрации примеси  $\langle \rho^2 \rangle$ , вектора потока рассматриваемого скаляра  $\langle u_i \rho \rangle$ , скорости диссипации кинетической энергии  $\varepsilon_u = \nu (-\Delta_\xi \langle u_i u_i \rangle)_{\xi=0}$  и скорости «размывания» пульсаций скаляра  $\varepsilon_\rho = \alpha (-\Delta_\xi \langle \rho \rho' \rangle)_{\xi=0}$ .

Наряду с рассчитываемыми параметрами рассматриваются также связанные с ними тейлоровские макро- и микромасштабы

$$L_u = \frac{5(\langle q^2 \rangle)^{3/2}}{\varepsilon_u}, \quad L_\rho = \frac{6(\langle q^2 \rangle)^{1/2} \langle \rho^2 \rangle}{\varepsilon_\rho}, \quad \lambda_u^2 = \frac{5\nu \langle q^2 \rangle}{\varepsilon_u}, \quad \lambda_\rho^2 = \frac{6\alpha \langle \rho^2 \rangle}{\varepsilon_\rho}. \quad (2.1)$$

Макромасштабы выражаются через соответствующие микромасштабы по соотношениям:

$$L_u = \lambda_u \text{Re}, \quad L_\rho = \lambda_\rho \text{Pe}, \quad \text{Re} = \frac{\langle q^2 \rangle^{1/2} \lambda_u}{\nu}, \quad \text{Pe} = \frac{\langle q^2 \rangle^{1/2} \lambda_\rho}{\alpha}, \quad (2.2)$$

где Re и Pe — турбулентные числа Рейнольдса и Пекле. Кроме того, вводятся соответствующие временные масштабы

$$\tau_u = \frac{\langle q^2 \rangle}{\varepsilon_u}, \quad \tau_\rho = \frac{\langle \rho^2 \rangle}{\varepsilon_\rho}. \quad (2.3)$$

Из соотношений (2.1)–(2.3) следует, что уравнения для  $\varepsilon_u$  и  $\varepsilon_\rho$  можно заменить уравнениями для соответствующих пространственных или временных масштабов (по мнению авторов, в задачах однородной турбулентности удобно использовать уравнения для временных масштабов  $\tau_u$  и  $\tau_\rho$  как наиболее компактные).

Систему дифференциальных уравнений для параметров турбулентности можно представить в виде [9, 10]

$$\frac{d}{dt} V = -2 \left\{ \frac{1}{3} \left[ d + \frac{9}{2} (1-d) \right] \left( 3 \frac{V}{E} - 1 \right) + \frac{1}{3} + \frac{4}{5} q \frac{T_u}{E} \text{Fr}^2 \right\} \frac{E}{T_u}; \quad (2.4)$$

$$\frac{d}{dt} E = -2 \left( 1 + q \frac{T_u}{E} \text{Fr}^2 \right) \frac{E}{T_u}; \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt} T_u = (F_u - 2) - 2 \left[ 1 - d \left( \frac{2\sigma}{1+\sigma} \right) \left( \sigma_{T_{awo}} + \frac{3}{5} \right) \frac{1}{R_{awo}} \frac{T_u}{T_\rho} \right] \text{Fr}^2 q \frac{T_u}{E}; \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} q = & - \left[ \frac{2}{3} - \frac{1}{\text{Fr}^2} \frac{V}{\Theta} - d \left( \frac{V}{E} - \frac{1}{3} \right) \right] \text{Fr}^2 \Theta - \\ & - \left[ (1-d) \left( \frac{1}{3} + 25 \frac{V}{E} \frac{T_u}{T_\rho} \right) + 2d \left( \sigma_{T_{awo}} + \frac{3}{5} \right) \frac{1}{R_{awo}} \frac{T_u}{T_\rho} \right] \frac{q}{T_u}; \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\frac{d}{dt} \Theta = -2 \left( 1 - q \frac{T_\rho}{\Theta} \right) \frac{\Theta}{T_\rho}; \quad (2.8)$$

$$\frac{d}{dt} T_\rho = (F_{\rho 2} - 2) + F_{\rho 1} \frac{T_\rho}{T_u} - d \frac{4}{3} \left( 1 - \frac{3}{5 R_{awo}} \right), \quad (2.9)$$

где приняты следующие обозначения:

$$t = \frac{\tau U_\infty}{M}, \quad T_u = \frac{\tau_u U_\infty}{M}, \quad T_\rho = \frac{\tau_\rho U_\infty}{M}, \quad V = \frac{\langle u_2^2 \rangle}{U_\infty^2}, \quad E = \frac{\langle q^2 \rangle}{U_\infty^2}, \quad q = \frac{\langle u_2 \rho \rangle}{U_\infty M (-d \langle \rho \rangle / dx_2)},$$

$$\Theta = \frac{\langle \rho^2 \rangle}{M^2 (-d \langle \rho \rangle / dx_2)^2}, \quad \sigma_{T_{awo}} = \frac{3}{10} \left( \frac{1-\sigma}{\sigma} \right) \left[ 1 - \left( \frac{2\sigma}{1+\sigma} \right)^{3/2} \right]^{-1},$$

$$R_{awo} = \frac{1}{5\sigma} \left[ 1 - 2 \left( \frac{2\sigma}{1+\sigma} \right)^{3/2} + \sigma^{3/2} \right] \left[ 1 - 2 \left( \frac{2\sigma}{1+\sigma} \right)^{1/2} + \sigma^{1/2} \right]^{-1},$$

$$F_u = F_{us}(1-d) + F_{uw}d, \quad F_{us} = \frac{11}{5}, \quad F_{uw} = \frac{14}{5}, \quad d = 1 - 2 \left( 1 + \sqrt{1 + \delta_u / \text{Re}^2} \right)^{-1},$$

$$\delta_u = 2,8 \cdot 10^3, \quad Re^2 = 5Re_\infty ET_u, \quad Re_\infty = \frac{U_\infty M}{\nu}, \quad F_{\rho 1} = F_u - 2 - \frac{4}{5}d, \quad F_{\rho 2} = 2 + \frac{4}{5}d, \quad Fr = \frac{NM}{U_\infty}.$$

Данная система уравнений решалась численно. Начальные условия заимствовались из экспериментов с соответствующей корректировкой их самосогласованности по всем рассчитываемым параметрам.

**3. Сравнение численных и экспериментальных результатов.** Нормированные параметры  $U$ ,  $V$ ,  $E$ ,  $\Theta$ , используемые при численном моделировании, совпадают с соответствующими экспериментальными параметрами. Нормированный турбулентный поток температуры  $q$  связан с экспериментальным коэффициентом корреляции пульсаций скорости и температуры  $q = -R_{VT}V^{1/2}\Theta^{1/2}$ , а нормированные временные масштабы  $T_u$  и  $T_\rho$  определяются через экспериментальные параметры  $T_u = E/\epsilon_u$  и  $T_\rho = \Theta/\epsilon_T$ . Безразмерное время эволюции  $t = \tau U_\infty/M$  в уравнениях (2.4)–(2.9) связано со временем плавучести  $N\tau$  соотношением  $t = N\tau/Fr$ .

Сильная эволюционирующая однородная турбулентность ранее исследована в экспериментах для соленой воды ( $\sigma = 900$ ) [4] и для воздуха ( $\sigma = 0,73$ ) [5]. В данной работе реализован эксперимент на обычной воде с постоянным градиентом температуры при  $\sigma = 6,5$ ,  $Fr = (2,0 \div 3,78) \cdot 10^{-2}$ ,  $M = 9,2 \cdot 10^{-2}$  м. Это позволило получить дополнительные данные для промежуточного по сравнению с указанными выше экспериментами значения молекулярного числа Прандтля. Главное отличие эксперимента, представленного в данной работе, состоит в более продолжительном времени наблюдения параметров турбулентности за счет использования крупногабаритного экспериментального бассейна. Если в [4] безразмерное время эволюции  $N\tau$  не превышало значения 2,6, а в [5] значения 2,0, то в нашем эксперименте максимальное значение  $N\tau$  было равно 34,0. Таким образом, исследование эволюции параметров турбулентности охватывает различные стадии как до, так и после наступления условного коллапса вертикального турбулентного потока тепла (под условным коллапсом подразумевается состояние турбулентности, соответствующее первому нулевому значению турбулентного потока массы).

На рис. 3 представлены экспериментальные данные настоящей работы для  $\sigma = 6,62$  и работ [5] для  $\sigma = 0,73$  и [4] для  $\sigma = 900$ , а также результаты численного моделирования. Турбулентный поток скалярной величины  $q$  (рис. 3,а), определяющий источниковые члены в уравнениях для параметров  $V$ ,  $E$  и  $T_u$ , совершает колебания около положения  $q = 0$ , причем первое достижение нулевого значения происходит при  $N\tau = 2,5 \div 3,0$ . Период колебаний оценивается величиной  $T \approx 0,52 T_{BV}$  ( $T_{BV}$  — период Брента — Вяйсяля, равный  $2\pi/N$ ), не зависящей от числа Прандтля. Чередование во времени «естественного» и «контргradientного» потоков массы (тепла) — принципиальная особенность однородной турбулентности рассматриваемого типа, свидетельствующая об активном обмене кинетической энергией поля скорости и потенциальной энергией поля плотности. Как известно из [7, 8], такой обмен приводит к генерированию в турбулентной среде внутренних гравитационных волн и формированию смешанного поля скорости. Результаты моделирования, выполненного в настоящей работе, показывают, что эта особенность свойственна течениям с любым, в том числе и сколь угодно малым, значением частоты Брента — Вяйсяля  $N$ . Однако, как было показано в нашей работе [9], амплитуда колебаний указанной функции убывает с уменьшением молекулярного числа Прандтля. Что касается экспериментального подтверждения этой особенности, то надо иметь в виду, что при малых значениях параметра  $\sigma$  амплитуда колебаний  $q$  находится внутри доверительного интервала измерения, что усложняет определение колебаний непосредственно из эксперимента. Однако результаты данной работы (рис. 3,а), полученные при временах эволюции после условного коллапса, подтверждают наличие колебаний. Знакопеременность параметра  $q$ , не очевидная на рис. 3,а в принятом линейном масштабе по оси ординат, подтверждается



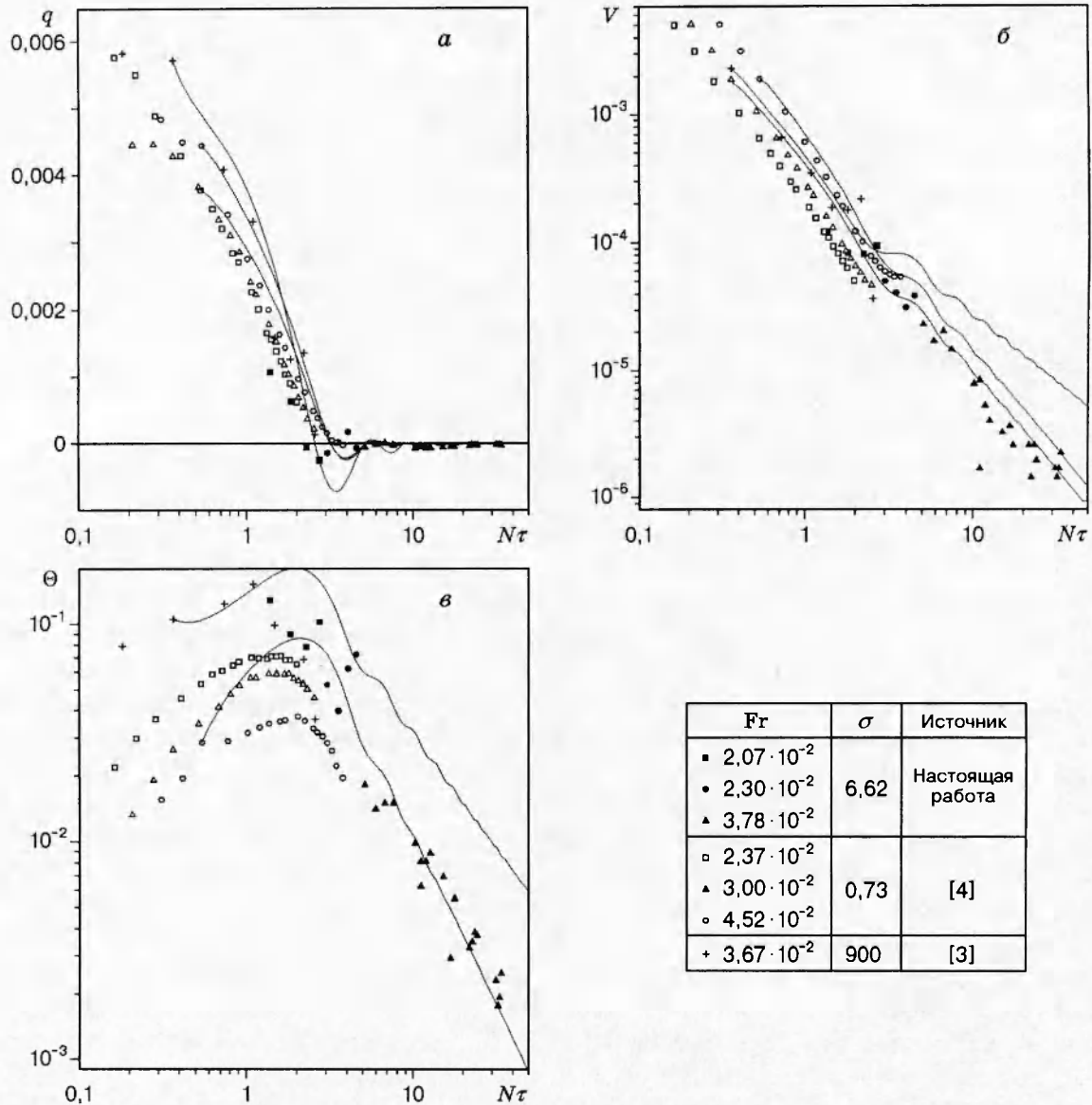


Рис. 3. Динамика поперечного турбулентного потока тепла (а), поперечных пульсаций скорости (б) и пульсаций температуры (в) при различных значениях числа Фруда и молекулярного числа Прандтля: сплошные линии — результат численного моделирования

численными значениями в ряде точек на оси абсцисс.

Колебания функции  $q$  вызывают колебания кинетической энергии вертикальных пульсаций скорости  $V$  (рис. 3,б), что в свою очередь приводит к колебаниям полной кинетической энергии турбулентности  $E$ . Менее заметны колебания осредненного значения горизонтальных пульсаций скорости  $U$ , поскольку для них эффект стратификации проявляется не непосредственно, а лишь через обмен энергией компонент скорости за счет пульсации давления.

Отметим, что отсутствие вертикального турбулентного переноса массы (тепла), наблюдающееся на рис. 3,а при  $N\tau \approx 30$ , не свидетельствует о подавлении пульсаций скорости, которые, как следует из рис. 3,б, затухают с осредненной (по амплитуде колебаний)

скоростью, не превышающей темпа вырождения пульсаций скорости нестратифицированной жидкости.

Колебания функции  $q$  сказываются и на поведении пульсаций плотности  $\Theta$  (рис. 3, в). При  $N\tau < 1$  параметр  $\Theta$  изменяется так же, как и в случае пассивного скаляра в однородной турбулентности [11], при  $N\tau \approx 2,5$  начинается его затухание, качественно подобное затуханию изотропного пассивного скаляра. Особенностью эволюции дисперсии  $\Theta$ , в отличие от изотропного случая, является его колебательный характер с периодом, равным периоду колебаний вертикального турбулентного потока массы (тепла).

Колебательные изменения параметров турбулентности в устойчиво стратифицированной по плотности среде свидетельствуют о наличии внутренних волн в возбужденном гравитационными силами суммарном поле. Можно предположить, что при  $N\tau \approx 1$  вклад случайных внутренних волн в суперпозиционное поле скорости становится соизмеримым с вкладом собственно турбулентности. Начиная с этого значения  $N\tau$  следует ожидать особенностей динамики рассматриваемых параметров, свойственных турбулентности стратифицированной жидкости. Действительно, при значениях  $N\tau = 2,5 \div 3,0$ , соответствующих условному коллапсу турбулентного потока массы (тепла), наблюдается скачкообразное уменьшение темпа вырождения пульсаций скорости (см. рис. 3, б). Причина этого, по-видимому, состоит в генерировании относительно низкочастотных внутренних волн, которые диссипируют медленнее, чем собственно турбулентность (более подробно этот вопрос обсуждается в работе [12]).

**4. Влияние молекулярного числа Прандтля.** Как следует из рис. 3, в ближней области ( $N\tau \leq 1$ ), где влияние сил плавучести на поле пульсаций скорости незначительно, параметры турбулентности ведут себя аналогично случаю пассивного скаляра. При этом параметры поля скорости эволюционируют автомодельно и не зависят от молекулярного числа Прандтля  $\sigma$ . Динамика параметров скалярного поля, в частности величин  $\Theta$  и  $T_\rho$ , определяется начальными значениями параметра отношения масштабов  $R^0 = T_u^0/T_\rho^0$ , которые в экспериментах для воздуха и воды значительно отличались друг от друга. Иными словами, различие показателей степени в законах эволюции параметров турбулентности скалярного поля в области  $N\tau \leq 1$  обусловлено не различием в значениях  $\sigma$ , а начальным значением параметра отношения масштабов  $R^0$ . К такому же выводу приводит анализ системы уравнений (2.4)–(2.9). В ближней области ( $N\tau \leq 1$ ) турбулентность сильная (турбулентное число Рейнольдса велико,  $Re \gg 1$ ). При этом параметр  $d$  практически равен нулю. Таким образом, исчезает явная зависимость параметров турбулентности, определяемых указанной системой уравнений, от молекулярного числа Прандтля.

Следует заметить, что из уравнений (2.5), (2.6) и (2.9) в предельном случае сильной турбулентности (при  $d = 0$ ) можно получить уравнения:

$$\frac{T_u}{E} \frac{d}{dt} (E/T_u) = -\frac{11}{3T_u}, \quad \frac{3}{5T_\rho} \frac{dT_\rho}{dt} = \frac{1}{T_u}. \quad (4.1)$$

Решение системы уравнений (4.1) приводит к инварианту

$$ET_\rho^{11/5}/T_u = \text{const}. \quad (4.2)$$

В случае пассивного скаляра при  $Re \gg 1$  выполняются условия  $R = T_u/T_\rho = \text{const}$  и соотношение (4.2) переходит в известный инвариант Сафмэна [13]

$$ET_x^{6/5} = \text{const}. \quad (4.3)$$

Таким образом, соотношение (4.2) следует рассматривать как обобщение инварианта Сафмэна на случай сильной ( $Re \gg 1$ ) однородной турбулентности устойчиво стратифицированной жидкости.

Результаты описываемого эксперимента и численного моделирования при  $N\tau > 1$  относятся к умеренно сильной турбулентности поля скорости. В то же время турбулентность скалярного поля умеренно сильная для  $\sigma \sim 1$  и вполне сильная (турбулентное число Пекле велико,  $Re \gg 1$ ) для  $\sigma \gg 1$ . В связи с этим можно ожидать, что даже при приблизительно равных значениях числа Фруда, но значительно отличающихся значениях молекулярного числа Прандтля динамика параметров турбулентности будет существенно различна.

В области условного коллапса, как отмечалось выше, происходит резкое качественное изменение параметров турбулентности под влиянием внутренних гравитационных волн. После этого статистические параметры поля скорости, будучи сглаженными по амплитуде колебаний, изменяются «автомодельно». Однако скорость условно автомодельной эволюции соответствующих параметров существенно различна для значений  $\sigma \approx 1$  и  $\sigma \gg 1$ . Так, из рис. 3,б следует, что показатель  $n$  скорости вырождения осредненной по амплитуде колебаний кинетической энергии вертикальных пульсаций в степенном законе  $V \sim (N\tau)^{-n}$  для соленой воды ( $\sigma = 900$ ) приблизительно равен 0,8, а для воздуха ( $\sigma = 0,73$ ) — 1,63. Относительно малая скорость затухания параметра  $V$  для случая  $\sigma \gg 1$  может быть обусловлена большим вкладом энергии внутренних гравитационных волн, способствующих созданию относительно более крупномасштабных и, следовательно, слабодиссипирующих неоднородностей, чем для случая  $\sigma$  порядка единицы.

Молекулярное число Прандтля оказывает влияние и на вырождение вариации пульсаций скаляра, причем начиная со значения  $N\tau$ , соответствующего условному коллапсу, скорости вырождения осредненных по амплитуде колебаний параметров  $V$  и  $\Theta$  оказываются одинаковыми для одного и того же значения  $\sigma$  (см. рис. 3,в).

Для соленой воды ( $\sigma \gg 1$ ) условный коллапс вертикального турбулентного потока массы наступает при меньшем значении  $N\tau$ , чем для жидкости с  $Pr \approx 1$  (см. рис. 3,а). Можно заключить, что с увеличением числа Прандтля амплитуда колебаний параметра  $q$  возрастает.

**Заключение.** Удовлетворительное соответствие результатов численного моделирования и экспериментальных данных в большом интервале времени плавучести  $N\tau$  позволяет сделать вывод об эффективности использования потоковой модели второго порядка при исследовании параметров суперпозиционного поля собственно турбулентности и внутренних волн. Такая модель позволяет проанализировать динамику однородной турбулентности устойчиво стратифицированной жидкости в широком диапазоне значений молекулярного числа Прандтля, что недоступно в настоящее время ни для экспериментального исследования, ни для прямого численного моделирования (см., например, [7, 8, 14]).

В результате настоящего исследования можно сделать следующие выводы:

1. Принципиальной особенностью эволюции однородной турбулентности стратифицированной жидкости является колебательное знакопеременное изменение взаимной корреляции  $\langle u_2\rho \rangle$  с периодом, приблизительно равным половине периода Брента — Вайсяля (чередование во времени градиентного и контрградиентного потоков массы).

2. Осредненное по амплитуде колебаний значение турбулентного потока массы (тепла) в исследованном интервале времени плавучести для значений числа Фруда порядка  $10^{-2}$  (см. рис. 3,а) является контрградиентным для всех исследованных значений  $\sigma$  и с увеличением времени плавучести  $N\tau$  стремится к нулю.

3. В ближней области, т. е. до значения времени плавучести, соответствующего условному коллапсу турбулентного потока скаляра, параметры смешанного поля изменяются во времени практически независимо от значения молекулярного числа Прандтля. Получено обобщение известного инварианта Сафмэна для сильной ( $Re \gg 1$ ) однородной турбулентности на случай устойчиво стратифицированной жидкости с постоянным вертикальным градиентом осредненного значения плотности.

4. Начиная со значения  $N\tau$ , соответствующего условному коллапсу турбулентного потока скаляра, происходит резкое изменение показателей в степенных законах эволюции всех осредненных по амплитуде колебаний статистических параметров турбулентности. Анализ конечной стадии, соответствующий случаю  $Re \ll 1$  и  $Pe \ll 1$ , выполнен в монографии [1].

Работа выполнена при поддержке Международного научного фонда (грант МХ 2000) и Белорусского фонда фундаментальных исследований (код проекта Т14-130).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коловандин Б. А., Ватутин И. А., Бондарчук В. У. Моделирование однородной турбулентности стратифицированной жидкости. Минск: ФТИ НАНБ, 1997.
2. Dickey T. D., Mellor G. L. Decaying turbulence in neutral and stratified fluids // J. Fluid Mech. 1980. V. 89. P. 13–31.
3. Stillinger D. S., Helland K. N., Van Atta C. W. Experiments on the transition of homogeneous turbulence to internal waves in a stratified fluid // J. Fluid Mech. 1983. V. 131. P. 91–122.
4. Itsweire E. C., Helland K. N., Van Atta C. W. The evolution of grid-generated turbulence in a stably stratified fluid // J. Fluid Mech. 1986. V. 162. P. 299–338.
5. Lienhard J. H., Van Atta C. W. The decay of turbulence in thermally stratified flow // J. Fluid Mech. 1990. V. 210. P. 57–112.
6. Riley J. J., Metcalfe R. W., Weissman M. A. Direct numerical simulation of homogeneous turbulence in density stratified fluids // Nonlinear Properties of Internal Waves, La Jolla Institute, AIP Conf. Proc. 1981. V. 76. P. 79–112.
7. Metais O., Herring J. R. Numerical simulations of freely evolving turbulence in stably stratified fluids // J. Fluid Mech. 1989. V. 202. P. 117–148.
8. Holt S. E., Koseff J. R., Ferziger J. H. A numerical study of the evolution of structures of homogeneous stably stratified sheared turbulence // J. Fluid Mech. 1992. V. 237. P. 499–511.
9. Kolovandin B. A., Bondarchuk V. U., Meola C., De Felice G. Modeling of the homogeneous turbulence dynamics of stably stratified media // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1993. V. 36. P. 1953–1968.
10. Kolovandin B. A. Modeling the dynamics of turbulent transport processes // Adv. Heat Transfer. 1991. V. 21. P. 185–237.
11. Bondarchuk V. U., Kolovandin B. A., Martynenko O. G. Modeling of developing nearly homogeneous turbulence of velocity and scalar fields // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1991. V. 34. P. 11–30.
12. Kolovandin B. A., Vatutin I. A. Study of the final evolution of homogeneous turbulence in density stratified fluid // Turbulent Shear Flows: Proc. 10th Symp. 1995. V. 10. P. 6.
13. Saffman P. G. The large-scale structure of homogeneous turbulence // J. Fluid Mech. 1967. V. 27. P. 581–588.
14. Gerz T., Yamazaki H. Direct numerical simulation of buoyancy-driven turbulence in stably stratified fluid // J. Fluid Mech. 1993. V. 249. P. 415–440.

*Поступила в редакцию 5/VIII 1996 г.,  
в окончательном варианте — 10/XI 1996 г.*