УДК 517.958:532

ОЦЕНКА ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОВОГО ПЛАСТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ВЕРТИКАЛЬНОГО ГИДРОПРОСЛУШИВАНИЯ

М. Н. Шамсиев

Институт механики и машиностроения Федерального исследовательского центра Казанского научного центра РАН, 420111 Казань, Россия E-mail: mshamsiev@imm.knc.ru

Рассматривается математическая модель процесса вертикального гидропрослушивания газового пласта, вскрытого несовершенной вертикальной скважиной. Исследуется влияние проницаемостей в вертикальном и горизонтальном направлениях и степени вскрытия пласта на характер изменения давления на активном и реагирующем участках скважины. Предлагается метод интерпретации результатов вертикального гидропрослушивания газового пласта, основанный на решении обратных задач. Показано, что результаты вертикального гидропрослушивания газовой скважины позволяют оценить проницаемости по вертикали и горизонтали, а также пористость пласта при его полном вскрытии.

Ключевые слова: вертикальное гидропрослушивание, анизотропия, пористость, обратная задача.

DOI: 10.15372/PMTF20190313

Введение. В большинстве газоносных пластов "вертикальные" и "горизонтальные" проницаемости различаются, причем в вертикальном направлении проницаемость значительно меньше, чем в горизонтальном. Неоднородность пласта в вертикальном и горизонтальном направлениях характеризуется параметром анизотропии, т. е. отношением "вертикальной" проницаемости к "горизонтальной". При малом значении параметра анизотропии снижается опасность обводнения газовых скважин в процессе эксплуатации, однако затрудняется приток газа снизу в область влияния степени вскрытия пласта.

Неоднородность пласта по проницаемости в вертикальном и горизонтальном направлениях изучается в основном экспериментально. В настоящее время практически отсутствуют численные методы точного определения параметра анизотропии. Оценить значение этого параметра позволяют результаты газогидродинамических исследований несовершенных вертикальных скважин [1]. В работах [2–4] для оценки фильтрационных характеристик залежи в вертикальном направлении используются результаты вертикального гидропрослушивания скважины. Существует небольшое количество методов для оценки "вертикальной" проницаемости. Обзор гидродинамических методов исследований скважин приведен в [5]. В работе [6] для идентификации "вертикальной" и "горизонтальной" проницаемостей используются данные исследования вертикальных скважин с помощью пластоиспытателя. В работе [7] с помощью пакера пласт разбивается на две части, в нижней части проводится отбор флюида в пробоотборник, а затем определяется кривая восстанов-



Рис. 1. Схема скважины: 1 — пакер, 2 — прибор 1, 3 — прибор 2

ления забойного давления, в верхней части фиксируется реакция на внесенные возмущения. Далее эти данные используются для определения анизотропии пласта. В работе [8] для оценки "вертикальной" и "горизонтальной" проницаемостей газового пласта используются результаты термогазодинамических исследований несовершенной вертикальной скважины.

Решение задачи о нестационарном притоке жидкости и газа к несовершенной скважине с рабочей частью, примыкающей к кровле пласта, получено в работе [9] на основе замены ствола скважины линейным стоком постоянной интенсивности. Расчеты по модели несовершенной скважины с равномерным распределением притока флюида на участке вскрытия пласта приводят к неравномерному распределению давления на этом участке. Результаты расчетов, лучше согласующиеся с экспериментальными данными, позволяют получить модель бесконечно проводимой скважины с условием постоянства давления на участке вскрытия [10].

Математическая постановка задачи. При вертикальном гидропрослушивании создается возмущение за счет отбора или закачки флюида в пласт через активный участок и регистрируются изменения давления как на активном, так и на реагирующем участке. Активный участок L_w (рис. 1) расположен вблизи подошвы пласта и связан с фонтанными трубами, реагирующий участок L_k — вблизи кровли пласта и связан с затрубным пространством. Участки изолируются с помощью одного или двух пакеров.

Изотермическая фильтрация реального газа к несовершенной вертикальной скважине (см. рис. 1) описывается следующей системой уравнений:

$$m\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\zeta}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{k_r}{\mu}\frac{p}{\zeta}r\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k_z}{\mu}\frac{p}{\zeta}\frac{\partial p}{\partial z}\right), \quad r \in (R_w, R_k), \ z \in (0, L_z), \ t > 0; \tag{1}$$

$$p(r, z, 0) = p_k, \qquad r \in (R_w, R_k), \quad z \in (0, L_z);$$
(2)

$$p(R_k, z, t) = p_k, \qquad z \in [0, L_z], \quad t > 0;$$
 (3)

$$2\pi \int_{L_r}^{L_r+L_w} \left[\frac{k_r}{\mu} \frac{pT_{st}}{\zeta p_{st} T_k} r \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{V_{w1} T_{st}}{L_w p_{st} T_k} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\zeta}\right) \right] \Big|_{r=R_w} dz = Q, \qquad t > 0; \tag{4}$$

$$2\pi \int_{L_z-L_k}^{L_z} \left[\frac{k_r}{\mu} \frac{pT_{st}}{\zeta p_{st}T_k} r \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{V_{w2}T_{st}}{L_k p_{st}T_k} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\zeta}\right) \right] \Big|_{r=R_w} dz = 0, \qquad t > 0; \tag{5}$$

$$r \frac{\partial p}{\partial r}\Big|_{r=R_w} = 0, \qquad z \in [0, L_r], \quad t > 0;$$
(6)

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=0, L_z} = 0, \qquad r \in (R_w, R_k), \quad t > 0.$$
(7)

Условие (5) означает, что на реагирующем участке суммарный приток газа равен нулю. На невскрытом участке, кровле и подошве пласта ставятся условия непротекания (6), (7). Коэффициент сверхсжимаемости газа ζ рассчитывается по формуле Гуревича — Латонова [11, 12].

Разностная схема. Для численного решения системы уравнений (1)-(7) используется метод конечных разностей. Область решения покрывается неравномерной сеткой, сгущающейся к скважине.

Для дискретизации системы дифференциальных уравнений (1)-(7) в области $\Omega =$ $\{u, z, t: \ln R_w = u_w \leqslant u \leqslant u_k = \ln R_k, 0 \leqslant z \leqslant L_z, 0 < t \leqslant t_{exp}\}$ вводятся сетки узлов $\omega_h = \{u_i, z_j: i = \overline{1, N_u}, j = \overline{1, N_z}\}$ и $\omega_\tau = \{t_n: n = \overline{1, N_\tau}\}$. Полагается, что $p(u_i, z_j, t_n) = p_{ij}^n$, $\zeta(u_i, z_j, t_n) = \zeta_{ij}^n.$

Определив разностные производные

$$\Lambda_{1,l}(\xi_s) = \frac{\xi_s - \xi_{s-1}}{h_l}, \qquad \Lambda_{2,l}(\xi_s) = \frac{\xi_{s+1} - \xi_s}{h_l},$$
$$\Delta_{h,l}[\gamma_l](\xi) = \frac{1}{h_l} \left(\gamma_{l,s} \Lambda_{2,l}(\xi) - \gamma_{l,s-1} \Lambda_{1,l}(\xi)\right), \qquad \Delta_{\tau}(\xi^{n+1}) = \frac{\xi^{n+1} - \xi^n}{\tau_n},$$

дискретный аналог (1) можно записать в операторном виде

$$-m\mu \,\Delta_{\tau} \,\frac{p_{ij}^{n+1}}{\zeta_{ij}^{n+1}} + [\Delta_{h,u}(a_u) + \Delta_{h,z}(a_z)]p_{ij}^{n+1} = 0,$$
$$a_{l,s} = \frac{1}{2} \Big(\frac{k_s p_{ls}}{\zeta_{ls}} + \frac{k_{s+1} p_{ls+1}}{\zeta_{ls+1}}\Big), \qquad \tau_n = t_{n+1} - t_n, \qquad l = \begin{pmatrix} u, & s = i \\ z, & s = j \end{pmatrix}.$$

Дискретные аналоги начальных и граничных условий (2)–(5) имеют вид

Ο

$$p_{ij}^{0} = p_{k}, \qquad p_{Nuj}^{n+1} = p_{k},$$

$$2\pi \sum_{N_{r}}^{N_{w}} \left(\frac{T_{st}}{\mu p_{st} T_{k}} a_{u,1} \Lambda_{2,u} p_{1j}^{n+1} + \frac{C_{w1}}{L_{w}} \Delta_{\tau} \frac{p_{1j}^{n+1}}{\zeta_{1j}^{n+1}} \right) h_{z} = Q,$$

$$2\pi \sum_{N_{w}+1}^{N_{z}} \left(\frac{T_{st}}{\mu p_{st} T_{k}} a_{u,1} \Lambda_{2,u} p_{1j}^{n+1} + \frac{C_{w2}}{L_{k}} \Delta_{\tau} \frac{p_{1j}^{n+1}}{\zeta_{1j}^{n+1}} \right) h_{z} = 0.$$

Для аппроксимации граничных условий (6), (7) используется метод отражения.



Рис. 2. Зависимости изменения давления (1-4) и его производной (1'-4') от времени на активном (1, 1', 3, 3') и реагирующем (2, 2', 4, 4') участках при неполном вскрытии пласта:

1, 1', 2, 2' — изотропный пласт, 3, 3', 4, 4' — анизотропный пласт $(k_z/k_r = 0,1)$

Рис. 3. Распределения притока газа к скважине при неполном вскрытии изотропного (1) и анизотропного $(k_z/k_r = 0,1)$ (2) пластов

Результаты расчетов. С использованием рассматриваемой модели исследуется влияние анизотропии пласта и несовершенства скважины на характер изменения давления на забое скважины. Рассматривается модельный пласт со следующими параметрами: $L_z = 20$ м, $R_k = 250$ м, $R_w = 0,1$ м, $p_k = 20$ МПа, $T_k = 300$ К, $T_{st} = 293$ К, $\mu = 0,012$ мПа·с, $m = 0,2, k_r = 0,01$ мкм², $k_z = 0,001$ мкм², $Q = 500\,000$ м³/сут, время работы скважины $t_{exp} = 5$ сут. На рис. 2 приведены зависимости изменения давления и его производной от времени на активном и реагирующем участках для изотропного и анизотропного пластов при их неполном вскрытии после пуска скважины в эксплуатацию и $L_w = L_k = 5$ м, $L_r = 10$ м, $k_z/k_r = 0,1$. Характер изменения давления зависит от анизотропии пласта. При наличии анизотропии проницаемости отклик давления, связанный с пуском скважины, на реагирующий участок доходит с запаздыванием (кривые 4, 4' на рис. 2). Угол наклона начальных участков кривых производной давления (кривые 1', 3' на рис. 2) на активном участке отрицателен, что характеризует псевдосферический поток. Прямолинейные участки кривых производных давления свидетельствуют о том, что поток является радиальным. Отклонения конечных участков кривых производных давления характеризуют влияние границы пласта. Распределение притока q газа к скважине приведено на рис. 3. Видно, что распределения притока для изотропного и анизотропного пластов различаются незначительно. На реагирующем участке наблюдается отрицательный приток газа, т. е. в одной его части происходит приток газа из пласта, а из другой — отток газа в пласт. Это подтверждают данные, приведенные на рис. 4. На невскрытом участке пласта $z \in [0 \div 10]$ изобары перпендикулярны оси z, на реагирующем $z \in [15 \div 20]$ — не перпендикулярны.

На рис. 5 приведены зависимости изменения давления от времени на активном и реагирующем участках для изотропного и анизотропного пластов при полном их вскрытии



Рис. 4. Изолинии давления в случае анизотропного $(k_z/k_r = 0,1)$ пласта

Рис. 5. Зависимости изменения давления (1-4) и его производной (1'-4') от времени на активном (1, 1', 3, 3') и реагирующем (2, 2', 4, 4') участках при полном вскрытии пласта:

1, 1', 2, 2' — изотропный пласт, 3, 3', 4, 4' — анизотропный пласт $(k_z/k_r = 0,1)$

после пуска скважины в эксплуатацию и $L_w = 10$ м, $L_k = 10$ м, $k_z/k_r = 0,1$. В данном случае наличие анизотропии проницаемости оказывает меньшее влияние на характер изменения давления на активном участке, чем при частичном вскрытии пласта. Распределение притока газа к скважине приведено на рис. 6. Видно, что распределения притока для изотропного и анизотропного пластов различаются незначительно. Как и в случае частичного вскрытия пласта, на реагирующем участке наблюдается отрицательный приток газа.

Анализ результатов проведенных расчетов показывает, что данные вертикального гидропрослушивания можно использовать для оценки значений "вертикальной" и "горизонтальной" проницаемостей пласта.

Оценка параметров пласта. Интерпретация результатов вертикального гидропрослушивания газового пласта основана на решении обратной задачи. В качестве исходных используются данные об изменении забойного давления на активном и реагирующем участках, зарегистрированные глубинными приборами после пуска скважины. Обратная задача состоит в определении коэффициентов проницаемости k_r , k_z и пористости m пласта, в случае когда процесс изотермической фильтрации реального газа к вертикальной скважине описывается системой уравнений (1)–(7). При этом полагаются известными следующие исходные данные:

$$p(R_w, L_{p1}, t) = \phi(t), \qquad p(R_w, L_{p2}, t) = \varphi(t),$$
(8)

где $\phi(t), \varphi(t)$ — экспериментальные значения давления на активном и реагирующем участках; L_{p1}, L_{p2} — расстояния от подошвы пласта до приборов, расположенных на активном и реагирующем участках.



Рис. 6. Распределения притока газа к скважине при полном вскрытии изотропного (1) и анизотропного $(k_z/k_r = 0,1)$ (2) пластов

Решение обратной задачи (1)–(8) сводится к минимизации функционала:

$$J(\alpha) = \int_{0}^{texp} \left\{ \xi[p(R_w, L_{p1}, t) - \phi(t)]^2 + [p(R_w, L_{p2}, t) - \varphi(t)]^2 \right\} dt,$$
(9)

где $\alpha = (k_r, k_z, m), \ 0 < a_i \leqslant \alpha_i \leqslant b_i \ (a_i = \text{const}, \ b_i = \text{const}).$

Итерационная последовательность для минимизации функционала (9) строится на основе метода Левенберга — Марквардта. Сходимость и устойчивость итерационного процесса при различных исходных данных исследовались на модельных примерах. Итерационный процесс считается оконченным при достижении одной из заданных точностей (10^{-6} по функционалу, 10^{-6} — по градиенту, 10^{-6} — по аргументу) или при выполнении заданного числа итераций ($N_{iter} = 40$). При точных значениях исходных данных процесс минимизации функционала (9) сходится за 6–8 итераций. Для исследования устойчивости в модельные зависимости изменения давления от времени на активном и реагирующем участках случайным образом вводились погрешности: $\phi_{\delta_1}(t) = \phi(t) + \omega \delta_1$, $\varphi_{\delta_2}(t) = \varphi(t) + \omega \delta_2$ ($\delta_1 = 0,01$ МПа; $\delta_2 = 0,01$ МПа; ω — случайная величина, распределенная по равномерному закону на отрезке [-1,1]). С возмущенными исходными данными процесс минимизации функционала (9) сходится за 10–15 итераций. Значения погрешностей измерений давления выбирались исходя из точности глубинных монометров [1]. Результаты расчетов показывают, что предложенный метод устойчив относительно погрешностей исходных данных.

На рис. 7 показаны кривые сходимости итерационного процесса минимизации функционала (9) с возмущенными исходными данными, приведенными на рис. 8 (кривые 1) для случая полного вскрытия пласта ($L_w = L_k = 10 \text{ м}, k_z/k_r = 0.5, \alpha_i^{abs}$ — истинные параметры). Процесс сходится за 13 итераций. На рис. 8 приведены также вычисленные кривые изменения давления (кривые 2). В данном случае $\xi = 0.4$, значение весового коэффициента выбиралось таким образом, чтобы значения изменения давления на реагирующем и активном участках давали одинаковый вклад в функционал (9) и варьировались в интервале $0.1 \div 1.0$.



Рис. 7. Кривые сходимости итерационного процесса:
 $1-k_r,\,2-k_z,\,3-m$

Рис. 8. Экспериментальные зависимости возмущенного давления (1, 3) и вычисленные зависимости изменения давления (2, 4) на активном (1, 2) и реагирующем (3, 4) участках скважины при полном вскрытии пласта $(k_z/k_r = 0,5)$

Результаты решения обратной задачи, в случае когда в качестве исходных используются только данные замеров давления на реагирующем участке, показывают, что итерационный процесс сходится и устойчив относительно погрешностей исходных данных. Если используются только данные замеров давления на активном участке, оценка "вертикальной" проницаемости определяется с погрешностью.

Таким образом, результаты гидропрослушивания газового пласта позволяют оценить проницаемости в вертикальном и горизонтальном направлениях и пористость пласта при его полном вскрытии.

ЛИТЕРАТУРА

- Гриценко А. И. Руководство по исследованию скважин / А. И. Гриценко, З. С. Алиев, О. М. Ермилов, В. В. Ремизов, Г. А. Зотов. М.: Недра, 1995.
- Закиров С. Н. Новые принципы и технологии разработки месторождений нефти и газа.
 Ч. 2 / С. Н. Закиров, И. М. Индрупский, Э. С. Закиров, И. С. Закиров и др. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2009.
- 3. Цаган-Манджиев Т. Н., Индрупский И. М. Вертикальное гидропрослушивание в анизотропных и слоисто-неоднородных пластах // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной пром-сти. 2010. № 9. С. 27–32.
- Цаган-Манджиев Т. Н. Повышение достоверности определения вертикальной проницаемости пласта по данным гидродинамических исследований // Газовая пром-сть. 2012. № 5. С. 19–23.

- 5. Onur M., Hegeman P. S., Gok I. M., Kuchuk F. J. A novel analysis procedure for estimating thickness-independent horizontal and vertical permeabilities from pressure data at an observation probe acquired by packer-probe wireline formation testers // Proc. of the Intern. petroleum technol. conf., Doha (Qatar), 7–9 Dec. 2009. S. l.: Petroleum Engrs, 2011. [Electron. resource]. Режим доступа: https://doi.org/10.2118/148403-PA.
- Kamal M. M. Transient well testing. Richardson: Soc. Petroleum Engrs, 2009. (Henry L. Doherty Ser.; V. 23).
- Jackson R. R., Banerjee R., Thambynayagam R. K. M. An integrated approach to interval pressure transient test analysis using analytical and numerical methods // Middle east oil show, Bahrain, 9–12 June 2003. S. l.: Soc. of Petroleum Engrs, 2003. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: https://doi.org/10.2118/81515-MS.
- Шамсиев М. Н. Интерпретация результатов термогазодинамических исследований вертикальных газовых скважин, несовершенных по степени вскрытия пласта // Георесурсы. 2018. Т. 20, № 1. С. 39–43.
- 9. Хейн А. Л. Неустановившаяся фильтрация жидкости и газа к скважине с открытым забоем, неполностью вскрывающей пласт // Докл. АН СССР. 1953. Т. 91, № 3. С. 467–470.
- Морозов П. Е. Полуаналитическое решение задачи нестационарного притока жидкости к несовершенной скважине // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-мат. науки. 2017. Т. 159, кн. 3. С. 340–353.
- Бондарев Э. А. Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа / Э. А. Бондарев,
 В. И. Васильев, А. Ф. Воеводин, Н. Н. Павлов, А. П. Шадрина. М.: Наука, 1988.
- Шамсиев М. Н., Талипова А. А. Термогидродинамические исследования вертикальных газовых скважин // Геология, геофизика и разраб. нефтяных и газовых месторожд. 2015. № 6. С. 43–46.

Поступила в редакцию 19/Х 2018 г., после доработки — 23/XI 2018 г. Принята к публикации 26/XI 2018 г.