

УДК 533

**О газодинамике и теплообмене течений
в цилиндрических каналах
при наличии источников тепла,
ограниченных по продольной координате**

А.В. Герасимов, А.П. Кирпичников

Казанский национальный исследовательский технологический университет

E-mail: gerasimov@kstu.ru

Проведен анализ уравнения баланса энергии вязкого ламинарного течения жидкости или газа внутри цилиндрического канала в области (зоне) прогрева, ограниченной по продольной координате. Установлено, что при ламинарном течении жидкости или газа внутри круглой трубы в каждой зоне прогрева, ограниченной по продольной координате, существуют области прямого и возвратного течений, разделяемые плоскостью, представляющей собой геометрическое место точек, в которых температура максимальна для каждого фиксированного значения радиальной координаты r .

Ключевые слова: газодинамика, теплообмен, течение, температура, источник тепла, канал, поверхность раздела.

1. В цикле работ [1–3], посвящённых особенностям теплообмена и газодинамики высокочастотной индукционной плазмы, в рамках классической теплофизики был получен ряд результатов, касающихся газодинамической структуры высокочастотного индукционного (ВЧИ) разряда при атмосферном давлении. В работе [1] введено понятие неподвижной точки ВЧИ разряда, в которой все три компонента скорости плазмообразующего газа обращаются в нуль, и показано, что она соответствует точке на оси плазмоида, в которой значение его осевой температуры максимально. В работе [3] установлено, что внутри плазмоида ВЧИ разряда при атмосферном давлении области прямого и возвратного течений разделяет некоторая поверхность вращения, представляющая собой геометрическое место точек, в которых температура разряда максимальна при каждом фиксированном значении радиальной координаты r . Таким образом, неподвижная точка высокочастотного индукционного разряда может рассматриваться как частный случай более общего физического явления — поверхности с нулевой осевой скоростью, разделяющей прямое и возвратное течения в газоразрядной камере ВЧИ плазмотрона. Наличие неподвижной точки, лобового и кормового вихрей в разрядной камере ВЧИ плазмотрона подтверждается как результатами численных расчетов, так и соответствующими экспериментальными данными [4–7].

В работе [3] высказано также предположение о том, что установленное явление должно быть свойственно более широкому кругу объектов, имеющих внутренний источник тепла, ограниченный по продольной координате. В настоящей работе это

явление рассматривается как свойственное достаточно широкому классу течений в цилиндрических каналах при наличии внутри этих каналов одной или нескольких зон прогрева (внутренней или внешней), ограниченных по продольной координате.

2. Рассмотрим уравнение, описывающее баланс энергии вязкого ламинарного течения жидкости или газа внутри цилиндрического канала в области (зоне) прогрева, ограниченной по продольной координате. В общем виде оно записывается как

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q(r, z) = \rho c_p \left(v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (1)$$

Здесь T — температура, λ — коэффициент теплопроводности, ρ — плотность, c_p — удельная теплоемкость, $Q(r, z)$ — плотность вкладываемой в поток энергии источника нагрева, v_r и v_z — соответственно радиальная и продольная составляющие поля скоростей внутри канала. Очевидно, что слагаемое $Q(r, z)$ отлично от нуля только в том случае, если тепло вкладывается сразу в весь объем канала, например, путем ВЧ или СВЧ прогрева, в противном случае, когда нагрев трубы осуществляется путем подвода тепла к ее внешней поверхности, $Q(r, z) = 0$. Из уравнения баланса (1) исключены слагаемые, учитывающие вязкий нагрев и сжимаемость среды, поскольку величина их заведомо мала по сравнению с величинами, обеспечиваемыми внешним источником тепла.

Из уравнения (1) следует

$$v_z(r, z) = \frac{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q(r, z) - \rho c_p v_r \frac{\partial T}{\partial r}}{\rho c_p \frac{\partial T}{\partial z}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + Q(r, z) - \rho c_p v_r \frac{\partial T}{\partial r}}{\rho c_p \frac{\partial T}{\partial z}}. \quad (2)$$

Рассмотрим теперь условно семейство коаксиальных, соосных каналу цилиндрических поверхностей, последовательно заполняющих все его внутреннее пространство и соответствующих определенным значениям радиальной координаты r канала. В силу непрерывности этой координаты таких поверхностей будет бесконечное множество, причем та из них, которая соответствует значению $r = 0$, вырождается в ось канала, а та, которая отвечает значению $r = R$, совпадает с его стенкой. На каждой из этих вспомогательных цилиндрических поверхностей выделим окружность, соответствующую внутри каждой зоны прогрева, ограниченной по аксиальной координате, максимальной температуре этой поверхности, что всегда возможно, поскольку все зоны прогрева по длине ограничены. Очевидно, что в силу непрерывности этого семейства поверхностей выделенные таким образом окружности, в свою очередь, образуют некоторую цилиндрически симметричную поверхность вращения Ω_0 , ось которой совпадает с осью цилиндрического канала и которую можно описать уравнением

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{\Omega_0} = 0. \quad (3)$$

Далее в соответствии с методикой [3] определим место тех точек, для которых выполняется условие (3), то есть рассмотрим поверхность Ω_0 внутри канала, в точках которой значение температуры для каждого фиксированного значения радиальной координаты r

максимально. Во всех точках поверхности (3) знаменатель формулы (2) обращается в нуль, а это значит, что в нуль должен обращаться также и числитель этого выражения, поскольку значение продольной скорости v_z как физической величины должно быть всюду конечным. При этом в точках поверхности Ω_0 , в силу (2), очевидно,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial \lambda}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + Q(r, z) - \rho c_p v_r \frac{\partial T}{\partial r} = 0,$$

откуда поперечная составляющая скорости

$$\begin{aligned} v_r(r, z)|_{\Omega_0} &= \frac{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q(r, z)}{\rho c_p \frac{\partial T}{\partial r}} = \\ &= \frac{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + Q(r, z)}{\rho c_p \frac{\partial T}{\partial r}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Вернемся теперь к уравнению (2) и проанализируем поведение всех его слагаемых при переходе через поверхность Ω_0 . Ясно, что в точках поверхности Ω_0 знаменатель меняет знак при переходе через Ω_0 , поскольку

$$\frac{\partial T}{\partial z} > 0 \text{ при } z < z(\Omega_0)$$

и

$$\frac{\partial T}{\partial z} < 0 \text{ при } z > z(\Omega_0).$$

Ни одно из слагаемых числителя, однако, не меняет свой знак при переходе через поверхность Ω_0 : слагаемые $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$, $Q(r, z)$, $\rho c_p v_r \frac{\partial T}{\partial r}$ — в силу того, что они зависят только от температуры и ее радиальных (а не аксиальных) производных, а изменение поперечной составляющей скорости в силу формулы (4) невелико; слагаемое $\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ отрицательно и справа и слева от этой поверхности; знак же слагаемого $\frac{\partial \lambda}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2$, очевидно, определяется знаком производной $\partial \lambda / \partial T$ и также не зависит от того, с какой стороны поверхности Ω_0 она рассматривается.

Как видим, ни одно из слагаемых числителя формулы для $v_z(r, z)$ не меняет знака при переходе через поверхность Ω_0 , таким образом, числитель сохраняет свой знак всюду в окрестности этой поверхности, то есть стремится к нулю справа и слева от Ω_0 с одним и тем же знаком. Это, в свою очередь, означает, что продольная скорость $v_z(r, z)$ во всех точках, принадлежащих Ω_0 , меняет знак, то есть обращается в нуль в точках этой поверхности:

$$v_z(r, z)|_{\Omega_0} = 0.$$

Физический смысл этого выражения состоит, очевидно, в том, что поверхность Ω_0 является поверхностью, разделяющей направленные в противоположные стороны потоки жидкости или газа внутри области (зоны) прогрета, ограниченной по продольной координате z .

3. Далее, можно показать, что поверхность Ω_0 , коль скоро она существует, может быть только плоскостью. Рассмотрим отрезок меридиональной образующей такой поверхности AC (рис. 1).

В любом случае приращение температуры от точки A к точке C вдоль кривой AC будет равно

$$dT_{A,\max} = \frac{\partial T_{A,\max}}{\partial z} dz + \frac{\partial T_{A,\max}}{\partial r} dr. \quad (5)$$

Но в точке A температура достигает максимума вдоль прямой $r = r_A$ и поэтому в этой точке $\partial T_{A,\max} / \partial r = 0$.

Подставляя последнее выражение в (5), получаем

$$dT_{A,\max} = \frac{\partial T_{A,\max}}{\partial z} dz.$$

Таким образом, приращение температуры в точках B и C одинаково, следовательно $T_B = T_C$. С другой стороны, по условию, в точке C температура максимальна вдоль линии $r = r_C$, и должно выполняться строгое неравенство $T_B < T_C$. Невыполнение этого условия возможно только в том случае, если точки B и C совпадают, то есть если образующая AC — прямая линия, или, что тоже самое, если поверхность Ω_0 является плоскостью $z = z_A$. Полученный результат означает, что подводимое к зоне прогрета (выделяемое в этой зоне) тепло распространяется по оси z с двух сторон относительно плоскости Ω_0 в основном при помощи конвективного теплообмена, и лишь на периферии этой зоны вступают в действие механизмы кондуктивного переноса тепла.

4. Основной результат, полученный в работе, можно сформулировать следующим образом. При ламинарном течении жидкости или газа внутри круглой трубы в каждой зоне прогрета, ограниченной по продольной координате, возникают области прямого и возвратного течений (рис. 2), которые разделяет плоскость, представляющая собой геометрическое место точек, в которых температура среды $T = T(r, z)$ максимальна для каждого фиксированного значения радиальной координаты r внутри зоны прогрета.

Таким образом, внутри каждой зоны прогрета лишь некоторая часть поступающих в круглую трубу жидкости или газа может свободно прокачиваться по ней (в основном вдоль ее стенок). Большая же часть жидкости или газа вовлекается в возвратное рециркуляционное движение, сопротивление трубы при этом резко возрастает. Образуются так называемые вихревые пробки, препятствующие равномерному протеканию жидкости или газа по трубе. Этот эффект может наблюдаться, конечно, лишь при соответствующем балансе между максимальной температурой в зоне прогрета и расходом поступающих

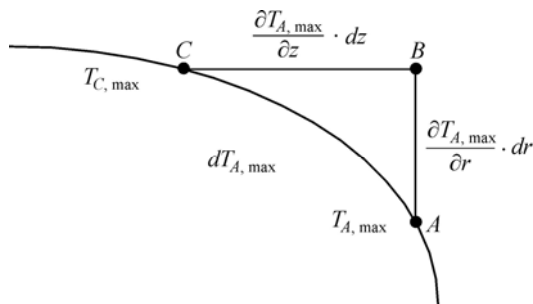
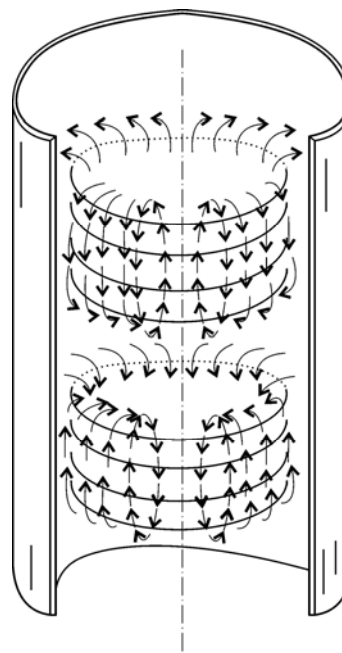


Рис. 1. Меридиональный разрез поверхности раздела.

Рис. 2. Кинематическая схема течения в зоне прогрева.

в цилиндрический канал жидкости или газа. В том случае, когда расход возрастает до некоторого критического уровня, вихревые пробки, очевидно, должны выталкиваться из зоны прогрева. При этом течение приобретает поступательный безвихревой характер и внутри круглой трубы уже не формируются зоны прогрева, ограниченные по продольной координате. Поступающие же в трубу газ или жидкость будут равномерно (и незначительно) нагреваться при движении вдоль всей ее длины вниз по потоку относительно области (зоны) прогрева, которая тем самым разносится на всю длину трубы ниже своего первоначального местоположения.



Список литературы

1. Герасимов А.В., Кирпичников А.П. Неподвижная точка высокочастотного индукционного разряда // ТВТ. 1999. Т. 37, № 3. С. 504–505.
2. Герасимов А.В., Кирпичников А.П. Влияние профиля осевой температуры на профиль осевой скорости в высокочастотном индукционном разряде // Прикладная физика. 2003. Т. 39, № 3. С. 671–675.
3. Герасимов А.В., Кирпичников А.П. Поверхность раздела прямого и возвратного течений в высокочастотном индукционном разряде // Докл. АН. 2003. Т. 389, № 2. С. 177–179.
4. Гойхман В.Х., Кузьмина В.С. К расчету поля скоростей течения газа в индукционном ВЧ разряде // Тр. XXVII Герценовских чтений. Физическая электроника. Ч. 2. Электроника низкотемпературной плазмы. Л.: ЛГПИ, 1974. С. 66–72.
5. Донской А.В., Дресвин С.В., Эль-Микати Х. Газодинамические параметры высокочастотного индукционного плазматрона // Тез. докл. 6-й Всесоюзной конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе: Илим, 1974. С. 218–221.
6. Дресвин С.В., Эль-Микати Х. Измерение и расчет газодинамических параметров индукционного высокочастотного разряда // ТВТ. 1977. Т. 15, № 6. С. 1158–1164.
7. Дресвин С.В., Борисенков В.И. Исследование вихревых течений в разрядной камере ВЧИ-плазматрона // VIII Всесоюзная конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. 3. Новосибирск, 1980. С. 111–114.

*Статья поступила в редакцию 20 июля 2012 г.,
после доработки — 19 ноября 2012 г.*