

УДК 532.3

## Моделирование седиментации частиц полидисперсной суспензии в тарельчатой центрифуге

Л.Л. Миньков<sup>1</sup>, Е.В. Пикущак<sup>1</sup>, И.Г. Дик<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Томский государственный университет

<sup>2</sup>Университет Эрланген-Нюрнберг, Эрланген, Германия

E-mail: Pikushchak@ftf.tsu.ru

На основе численного моделирования проведено исследование оседания частиц плотной полидисперсной суспензии в тарельчатой центрифуге. Показано, что причиной немоного поведения зависимости скорости седиментации от размера частиц является действие различных механизмов взаимодействия частиц. Проверена пригодность формулы  $U_{s,i} = -\frac{r_p}{2} \frac{\partial \ln c_i}{\partial t}$  для измерения скорости оседания частиц плотной полидисперсной суспензии в тарельчатой центрифуге.

**Ключевые слова:** Седиментация, плотная полидисперсная суспензия, тарельчатая центрифуга, взаимодействие частиц, численное моделирование.

### ВВЕДЕНИЕ

В технике [1] для разделения фаз часто используют центробежные силы, приводя во вращение среду в некотором аппарате (центрифуги, циклоны). Для расчета таких аппаратов необходимо знание скорости седиментации. В случае осаждения монодисперсных суспензий можно уверенно использовать теоретические оценки на основе известной формулы Стокса [2] и ее модификаций, учитывающих главным образом степень сгущения суспензии и уточненных законов сопротивления движущихся частиц. В случае полидисперсной суспензии скорость седиментации частиц различных фракций будет различной.

Измерения до сих пор являются основным методом определения скорости седиментации. Простейший способ измерения скорости оседания частиц в суспензии — слежение за уровнем, разделяющим зону чистой жидкости и зону с частицами, — невозможен в случае полидисперсной суспензии, поскольку граница между чистой жидкостью и суспензией размыта и, кроме того, в ходе измерения происходит сегрегация фракций.

Для определения скорости оседания частиц полидисперсной суспензии в работе [3] предложен, а в работах [4–7] развит метод, основанный на измерении концентрации частиц в различные моменты времени по результатам забора проб суспензии на заданном расстоянии от оси вращения тарельчатой центрифуги (рис. 1).

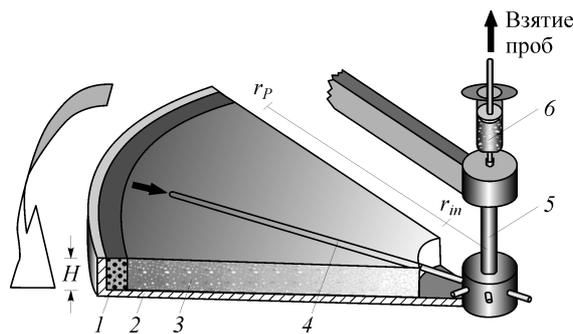


Рис. 1. Тарельчатая центрифуга.

1 — слой седимента, 2 — корпус центрифуги, 3 — суспензия, 4 — капилляр, 5 — трубка, 6 — шприц.

Здесь суспензия подается через воронку и центральную трубку в предварительно закрученную тарельчатую центрифугу так быстро, что в начальный момент можно считать ее однородно распределенной в объеме тарелки. Таким образом, в начальный момент времени емкость тарельчатой центрифуги 2 заполнена суспензией 3, частицы которой под действием центробежных сил оседают на внешнюю стенку центрифуги и образуют слой седимента 1.

Сразу после заполнения всего объема тарелки начинается отсчет времени и, через капилляры 4, соединенные с трубкой 5 на оси центрифуги, взяты пробы. Для этого вместо воронки к трубке присоединяются поочередно несколько заборных шприцов 6. В ходе эксперимента через равные промежутки времени берется от 5 до 10 проб объемом по 2 мл. Такого объема пробы достаточно для последующего анализа: замера полной концентрации твердой фазы в пробе и распределения в ней частиц по размерам. По этим данным находится динамика концентрации каждой фракции и, на основании ее, скорость седиментации частиц этой фракции в точке отбора проб  $r_p$ .

Тарелка с капиллярами в центрифуге (см. рис. 1) раскручивается так, чтобы центробежная сила превышала силу гравитации примерно в 50 раз (при скорости вращения 750 об/мин. и радиусе центрифуги 0,08 м), что позволяет проводить эксперименты с частицами размером меньше 1 мкм. При этом суспензия остается неподвижной относительно стенок центрифуги. В целиком заполненной тарелке возможно лишь перераспределение твердой фазы к внешнему краю и соответствующее вытеснение жидкости к оси центрифуги.

Скорость частиц фракции диаметром  $d_i$  в этом методе определяется по формуле

$$U_{s,i}(r_p, t) = -\frac{r_p}{2} \frac{\partial \ln c_i(r_p, t)}{\partial t}. \quad (1)$$

Здесь  $r_p$  — координата точки отбора пробы,  $c_i$  — концентрация частицы  $i$ -й фракции.

Измерения показали, что для отдельных фракций в полидисперсной суспензии имеет место как замедление оседания (вплоть до движения в направлении, обратном движению основного потока твердой фазы), так и ее значительное ускорение по сравнению с ожидаемой оценкой по формуле Стокса.

Теоретической основой метода являются уравнения конвективного переноса частиц в радиальном силовом поле. Из анализа системы уравнений переноса частиц

каждой из фракций следует, что уравнение для скорости седиментации частиц фракции  $d_i$  в случае полидисперсной суспензии можно записать в виде:

$$U_{s,i}(r,t) = -\frac{r}{2} \left( \frac{\partial \ln(c_i)}{\partial t} + \frac{r}{c_i} \frac{\partial c_i V_{s,i}}{\partial r} \right), \quad (2)$$

где  $V_{s,i} = U_{s,i}/r$ . Формулы (1) и (2) совпадают, если  $\frac{\partial c_i V_{s,i}}{\partial r} \equiv \sum_{j=1}^N \frac{\partial c_i V_{s,i}}{\partial c_j} \frac{\partial c_j}{\partial r} = 0$ ,

т. е. скорость частиц можно измерять по формуле (1) при условии равенства нулю второго слагаемого правой части (2), которое, в частности, выполняется, когда градиенты концентрации частиц в точке отбора пробы равны нулю,

$$\left. \frac{\partial c_j}{\partial r} \right|_{r=r_p} = 0, \quad j = \overline{1, N}. \quad (3)$$

В настоящей работе проверяется пригодность формулы (1) для измерения скорости частиц для случая седиментации частиц плотной полидисперсной суспензии в тарельчатой центрифуге.

#### ТЕОРИЯ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ СЕДИМЕНТАЦИОННОЙ СКОРОСТИ

Будем описывать эволюцию каждой фракции частиц по размерам  $d_i$ , считая ее отдельной фазой. Ее концентрация подчиняется уравнению сохранения объема твердых частиц:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r c_i U_{s,i}}{\partial r} = 0, \quad (4)$$

$$r_{in} < r < r_{out}, \quad i = \overline{1, N}.$$

Здесь скорость оседания частицы  $U_{s,i}$  в суспензии предполагается известной,  $r_{in}$  и  $r_{out}$  — внутренний и внешний радиусы центрифуги соответственно.

В начальный момент распределение частиц по объему центрифуги близко к однородному, т. е.

$$c_i(0, x) = c_{i0} = \Delta m_{i0} c_{v0}. \quad (5)$$

Здесь  $\Delta m_{i0} = \frac{c_{i0}}{c_{v0}}$  — начальная относительная объемная доля  $i$ -й фракции частиц,

$c_{v0}$  — начальная концентрация частиц в суспензии.

Задание граничных условий кроме физических соображений диктуется еще и свойствами уравнений системы (4): на левой и правой границах области задается равенство нулю потока частиц,

$$c_i U_{s,i}(t, r_{in}) = 0, \quad c_i U_{s,i}(t, r_{out}) = 0. \quad (6)$$

Такой подход к изучению седиментации развит в работе [8]. При моделировании седиментации суспензии и определения скорости оседания частиц будем, следуя [4, 5, 9], учитывать следующие явления.

1. Изменение свойств среды, в которой седиментируют отдельные частицы (изменение плотности и вязкости среды). Тогда скорость стесненного оседания частицы в суспензии определяется следующим выражением, выведенным в [9]:

$$U_{h,i} = U_{st,i} (1 - c_v) (1 - c_v / 0,6)^{1,5}, \quad (7)$$

где  $U_{s,i} = \frac{r\omega^2}{g} \frac{gd_i^2}{18\mu_L} (\rho_p - \rho_L)$  — Стоксова скорость оседания частицы  $i$ -й фракции в жидкости,  $\rho_p$  — плотность твердого материала,  $\rho_L$  — плотность жидкости,  $\mu_L$  — вязкость жидкости,  $\omega$  — угловая скорость вращения центрифуги,  $g$  — ускорение свободного падения.

2. Генерация течений крупными частицами вблизи собственной поверхности, которая приводит к тому, что мелкие частицы увлекаются крупными и движутся быстрее, чем по формуле Стокса. Этот механизм существенен при незначительных концентрациях крупных частиц. Соответственно скорость оседания мелких частиц с учетом эффекта увлечения их более крупными частицами можно определить по следующей формуле [9]:

$$U_{E,i} = U_{h,i} \left( 1 + g(c_V) \frac{f_E(d_i)}{d_i^2} \right), \quad (8)$$

где  $g(c_V) = 2,25c_V^{2/3} \exp \left[ - \left( \frac{c_V}{0,2} \right)^3 \right]$  — поправочная функция, полученная из экспериментов,  $A$  — константа, значения которой находятся в диапазоне 1÷2,5,

$f_E(d_i) = \left( \sum_{j>i} \Delta m_j d_j^6 \right)^{1/3}$  — функция увлечения,  $\Delta m_i = \frac{c_i}{c_V}$  — относительная объем-

ная доля  $i$ -й фракции,  $c_V = \sum_{j=1}^N c_j$ . Условия выбора  $j$  для данного значения  $i$  могут

быть получены на основе равенства, выведенного для бидисперсной суспензии в работе [4],  $d_j = \beta d_i$ , где  $\beta$  — константа. Чем больше  $\beta$ , тем меньшее количество крупных частиц принимают участие в увлечении частиц размером  $d_i$ . Положив  $\beta = \infty$ , можно “отключить” эффект увлечения из теоретического рассмотрения. Теоретическая оценка значения  $\beta$  из работы [5], подтвержденного экспериментами [6, 10], лежит в диапазоне от 10 до 15.

3. Течение жидкости из-за ее вытеснения потоком оседающей твердой фазы, которое проявляется за пределами гидродинамического пограничного слоя на частице. По этому механизму (существенному, если концентрация суспензии достаточно высока [11]) мелкие частицы могут увлекаться течением жидкости, вытесняемой оседающими частицами. Соответственно скорость оседания частицы будет отличаться от выражения (8) на величину скорости вытесняемой жидкости  $U_L$

$$U_{s,i} = U_{E,i} + U_L. \quad (9)$$

Из условия сохранения общего объема суспензии следует:  $(1 - c_V)U_L = - \sum_i c_i U_{s,i}$ . Исключая скорость вытесняемой жидкости  $U_L$ , с помощью (9) получим, что

$$U_{s,i} = U_{E,i} - \sum_i c_i U_{E,i}. \quad (10)$$

В итоге из уравнений (8) и (10) получается следующее теоретическое выражение для скорости оседания частицы в полидисперсной суспензии:

$$U_{s,i} = \frac{U_{h,i}}{d_i^2} \left[ d_i^2 + g(c_V) f_E(d_i) - c_V \sum_j \left( d_j^2 + g(c_V) f_E(d_j) \right) \Delta m_j \right]. \quad (11)$$

Таким образом, пониженные скорости седиментации частиц отдельных фракций объясняются увеличенной плотностью и вязкостью суспензии по сравнению с водой в сочетании с противотоком жидкости, возникающим в результате ее вытеснения оседающими крупными частицами, а повышенные — эффектом увлечения мелких частиц, попавших в гидродинамический пограничный слой крупных частиц.

Назовем значение скорости, вычисляемой по (11), теоретическим  $U_{i,t}$ , отличая его от измеряемого  $U_{i,m}$ , которое получается на основании уравнения (1) при известной динамике концентрации частиц.

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве характерных величин выберем внешний радиус центрифуги  $r_{out}$ , скорость оседания частицы  $d_m$  самой крупной фракции, рассчитанной по формуле

Стокса  $U_{St,m} = z \frac{gd_m^2}{18\mu_L} (\rho_p - \rho_L)$ , где  $z = \frac{r_{out}\omega^2}{g}$  — отношение центробежного ускорения к ускорению свободного падения (число Фруда системы),  $t_m = r_{out}/U_{St,m}$  —

время оседания самой крупной частицы.

### Сравнение расчетов с измерениями

Численно решалась система уравнений (4), (11) при следующих значениях исходных данных:  $r_{out} = 0,08$  м, вычисленное значение  $t_m = 0,85$  с, начальная функция распределения частиц по размерам  $\Delta m_{i0}$  бралась из экспериментальных данных работы [12] (рис. 2),  $d_m = 56$  мкм. Было взято 67 фракций. Начальное значение суммарной объемной концентрации частиц  $c_{V0}$ , как и в экспериментах [12], принималось равным 0,2.

Вследствие седиментации частиц состав суспензии в точке наблюдения меняется. На рис. 2. показана эволюция функции распределения частиц по размерам в месте отбора пробы в различные моменты времени. По мере того, как фракции крупных частиц в ходе седиментации минуют точку наблюдения, они выпадают из статистики, и наблюдаемый средний радиус суспензии уменьшается. Поскольку из суспензии уходят в первую очередь крупные частицы, то уменьшается не только средний радиус, но и само распределение становится уже (кривая распределения круче).

На рис. 3 показана зависимость отношения полной концентрации твердой фазы к начальному значению в точке наблюдения  $r_p = 0,045$  м от времени. Видно,

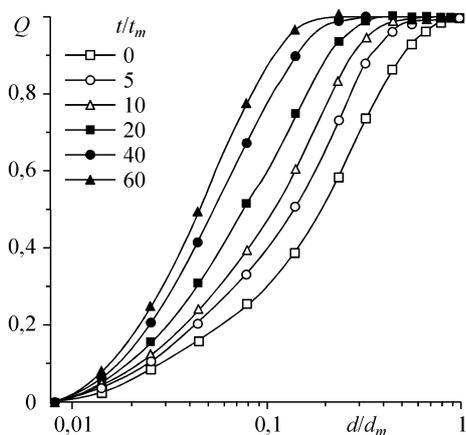


Рис. 2. Эволюция функции распределения частиц в точке забора проб.

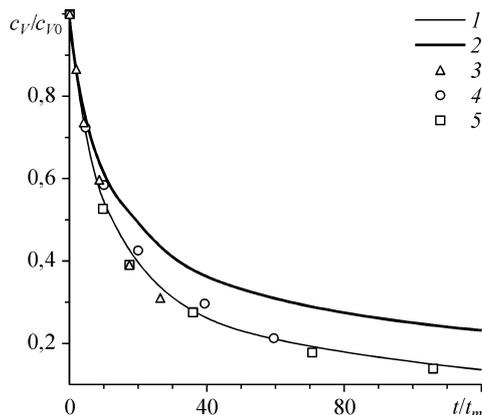


Рис. 3. Изменение полной концентрации частиц. Точки — экспериментальные данные [12],  $\beta = 10$  (1),  $\infty$  (2),  $z = 12,6$  (3),  $28,3$  (4),  $50,4$  (5).

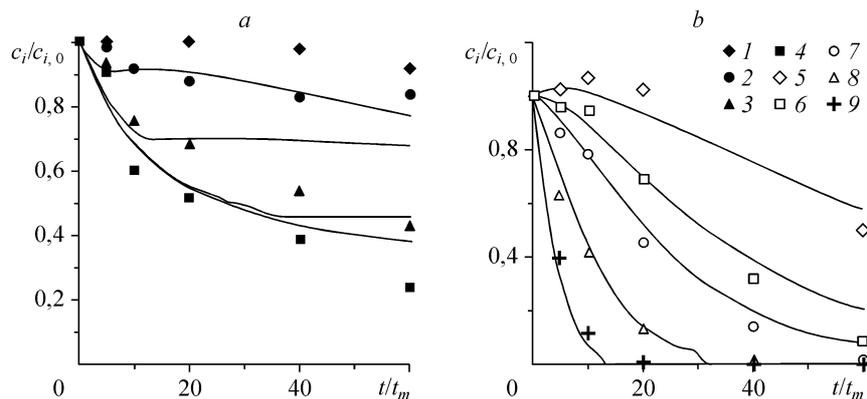


Рис. 4. Сравнение вычисленной относительной концентрации  $c_i/c_{i,0}$  для отдельных фракций мелких и крупных частиц с экспериментальными данными [12].  
 $d = 3,2$  (1), 2 (2), 3 (3), 4 (0,56), 5 (5), 8 (6), 10 (7), 16 (8), 25 (9) мкм.

что неучет эффекта увлечения мелких частиц крупными ( $\beta = \infty$ , сплошная толстая кривая) дает завышенные значения  $c_v/c_{v,0}$  по сравнению с измеренными в [12] (точки), тогда как решение системы уравнений (4) с использованием модели увлечения частиц [3, 4] ( $\beta = 10$ , сплошная тонкая кривая) с хорошей точностью согласуется с экспериментальными данными.

Число Фруда, как следует из рис. 4, не влияет на динамику изменения полной концентрации частиц, если в качестве масштаба времени использовать  $t_m$ .

Рис. 4 содержит сравнение рассчитанных относительных концентраций  $c_i/c_{i,0}$  для отдельных фракций с экспериментальными данными для тарельчатой центрифуги, приведенными в работе [12].

Видно, что экспериментальные значения могут превышать рассчитанные значения (линии) на величину до 20 %. Особенно характерно это для фракций с частицами диаметром 2 и 3,2 мкм (рис. 5, а). Для этих фракций следует ожидать и наибольшего расхождения измеренных скоростей оседания с теоретическими значениями.

Для фракций с частицами 5 мкм и выше рассчитанные кривые изменения концентраций и качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными.

### Развитие процесса оседания

В эксперименте доступна только информация в точке отбора проб. Компьютерное моделирование позволяет увидеть развитие процесса в центрифуге во всем ее пространстве.

На рис. 5, а–д показаны распределения по радиусу центрифуги относительной объемной концентрации частиц для мелкой, средней и крупной фракций в различные моменты времени.

Мелкие частицы движутся относительно медленно в направлении внешней стенки так, что во время всего эксперимента так называемый фронт осветления (координата, отделяющая области с наличием частиц и без них) мелких фракций не достигает точки наблюдения.

Другой особенностью концентрационных профилей мелких фракций является образование области сгущения на фронте осветления. Для самых мелких частиц ( $d = 0,56$  мкм) образование такой сгущенной области заметно, начиная с момента времени  $t/t_m = 20$ . Для более крупных частиц с диаметром 3,2 и 10 мкм область

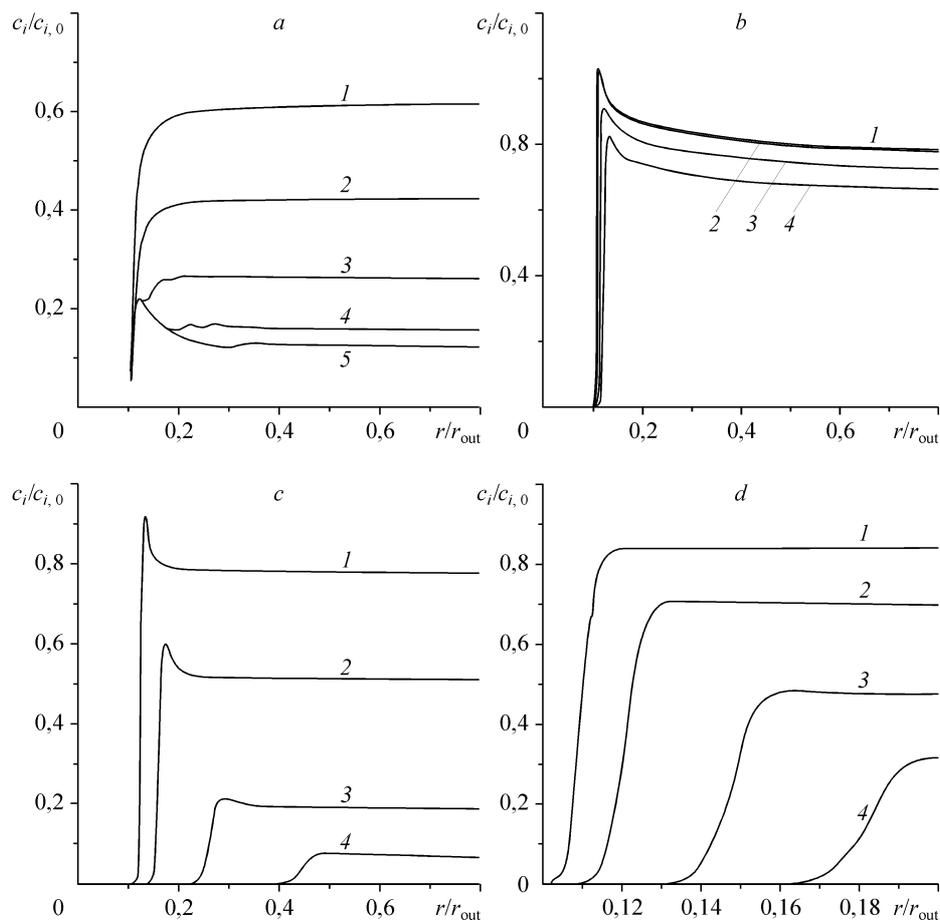


Рис. 5. Распределение концентраций частиц  $d = 0,56$  (a),  $3,2$  (b),  $10$  (c),  $36$  (d) мкм вдоль  $r$  для различных моментов времени.  
 $t/t_m = 5$  (1),  $10$  (2),  $20$  (3),  $40$  (4),  $60$  (5) — для a, b, c,  $0,5$  (1),  $1$  (2),  $2$  (3),  $3$  (4) — для d.

сгущения наступает на ранних стадиях процесса оседания (см. рис. 5, b, c) уже при  $t/t_m = 5$  и пропадает на более поздних стадиях, когда фронт осветления существенно отходит от внутренней стенки. Для самых крупных частиц суспензии область сгущения не возникает вовсе (см. рис. 5, d).

Образование зоны сгущения, вероятно, связано с противодействием двух механизмов взаимодействия частиц. Для самых мелких частиц на начальной стадии оседания, пока концентрация суспензии относительно велика, превалирует фактор увлечения частиц вытесняемой водой. Направление этого увлечения противоположно направлению седиментации и мелкие частицы скапливаются на границе концентрационного фронта. Затем, по мере падения концентрации твердой фазы, более сильным оказывается механизм увлечения мелких частиц крупными, что и приводит к размыванию области сгущения. Поскольку центробежная сила увеличивается пропорционально  $r$ , то частицы, отдаленные от внутреннего радиуса центрифуги, относительно быстро уносятся по направлению к внешней стенке (где еще имеются достаточно крупные частицы, ускоряющие мелкие). Таким образом, мелкие частицы остаются вблизи границы концентрационного фронта мелких частиц.

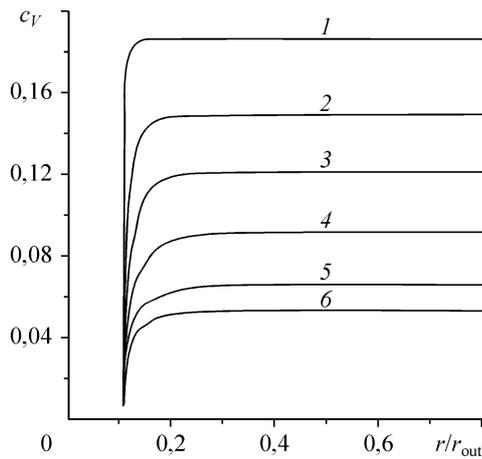


Рис. 6. Зависимость полной концентрации частиц  $c_V$  от радиуса центрифуги в различные моменты времени.

$t/t_m = 1$  (1), 5 (2), 10 (3), 20 (4), 40 (5), 60 (6).

Самые крупные частицы не подвержены ни влиянию потока вытесняемой воды, ни эффекту ускоренного оседания (напротив, они сами и являются ускоряющим фактором для мелких частиц) и не имеют области сгущения.

Заметим, что область сгущения возможна лишь при оседании полидисперсной суспензии, когда реализуются механизмы взаимодействия частиц различного размера. Еще отметим следующее важное для интерпретации экспериментальных результатов обстоятельство: в точке наблюдения (определяемой пробозаборным капилляром длиной в 0,045 м) радиальные градиенты концентраций фактически отсутствуют.

Профили полной концентрации во времени, показанные на рис. 6, имеют монотонный характер. Граница фронта твердой фазы определяется фронтом самой мелкой фракции. К концу процесса оседания фронт твердой фазы несколько теряет свою остроту, но в точке наблюдения, достаточно удаленной от внутренней границы, можно считать, что градиента концентрации твердой фазы нет.

Поскольку скорости седиментации в полидисперсной суспензии в некоторой точке центрифуги зависят от гранулометрического состава и полной концентрации твердой фазы в этой точке, которые меняются во времени, то седиментационные скорости различных фракций зависят от времени.

На рис. 7 показана эволюция кривой зависимости скорости оседания от размера частиц в точке забора проб. В целом зависимость носит немонотонный характер. Минимум кривой особенно ярко выражен в начальный период процесса оседания, где скорость седиментации для частиц порядка 3 мкм может быть и существенно отрицательной. Со временем, по мере падения концентрации твердой фазы, кривая скорости седиментации приближается к зависимости Стокса. При этом минимум на кривой уменьшается и сдвигается в сторону более мелких фракций.

На рис. 8 дано сравнение рассчитанных, измеренных в экспериментах [12] и соответствующих формуле Стокса кривых зависимости седиментационной скорости от размера частиц в точке забора проб для момента времени 2,5 с.

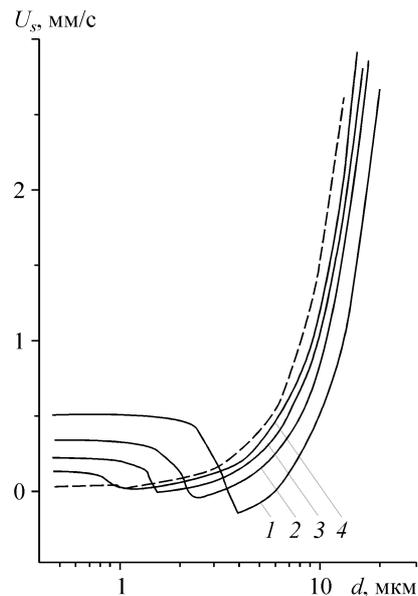
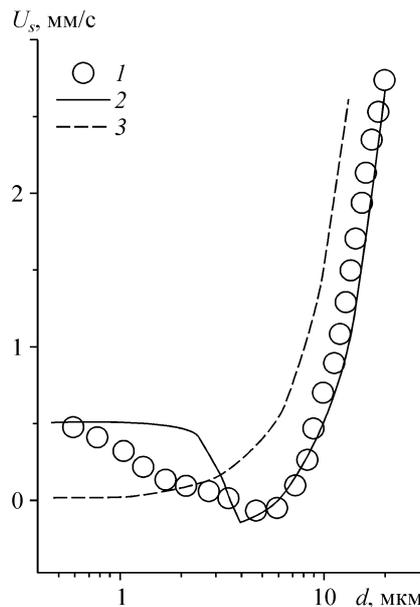


Рис. 7. Зависимость скорости оседания от размера частиц в точке отбора проб в различные моменты времени.

$c_V = 0,2$ ,  $\beta = 15$ ,  $t = 2,5$  (1), 10 (2), 20 (3), 40 (4) с, формула Стокса — штриховая. Соответственно, полная концентрации всех частиц в эти моменты времени равна 17,0, 12,0, 8,9, 6,3 %.

Рис. 8. Зависимость седиментационной скорости от размера частиц в полидисперсной суспензии в точке отбора пробы  $r_p = 0,045$  м при  $t = 2,5$  с.

Измерения [12] (1), расчет по формуле (11) (2), Стоксова скорость (3).



Выделяются три интервала размеров частиц, каждый из которых можно охарактеризовать одним из описанных выше механизмом межчастичного взаимодействия. В интервале самых мелких частиц диаметром примерно до 2 мкм основную роль играет эффект ускорения мелких частиц крупными. Здесь при качественном согласии между экспериментом и теоретическими формулами (11) наблюдается достаточно сильная количественная разница. Отчасти она может быть связана с дискретным описанием гранулометрического состава (см. рис. 2). В интервале частиц диаметром от 2 до 7 мкм и теория и эксперимент показывают отрицательную скорость седиментации из-за встречного потока воды, вытесняемой оседающими крупными частицами. И, наконец, для частиц размером от 7 мкм и выше скорость седиментации растет примерно пропорционально квадрату диаметра частиц, оставаясь существенно ниже значений, соответствующих формуле Стокса. Здесь существенным механизмом, влияющим на скорость оседания, является увеличение плотности и вязкости плотной суспензии.

### ВЫВОДЫ

1. Измерение скорости седиментации в центрифуге различных фракций предполагает отсутствие пространственных градиентов концентраций частиц в точке отбора проб.

2. Расчеты динамики концентраций различных фракций согласуются с экспериментами качественно, а для частиц размером больше 5 мкм и количественно.

3. Расчетные профили концентрации фракций мелких частиц содержат области сгущения, возникающие и размываемые с течением времени в процессе оседания. В достаточно удаленной от оси центрифуги точке отбора проб концентрационные профили безградиентны.

4. Расчетные и измеренные зависимости скорости седиментации от размера частиц имеют, в общем, немонотонный вид. Причиной является действие различных механизмов взаимодействия оседающих частиц полидисперсной суспензии.

### ОБОЗНАЧЕНИЯ

$c_i$  — концентрация частиц  $i$ -фракции,  
 $c_v$  — общая объемная концентрация твердой фазы в суспензии,  
 $d_i$  — диаметр частицы  $i$ -фракции, м,  
 $f_E$  — функция увлечения (entrainment),  
 $g$  — ускорение свободного падения,  $m/c^2$ ,  
 $g(c_v)$  — поправочная функция,  
 $\Delta m_i$  — относительная концентрация частиц  $i$ -фракции,  
 $r_{in}$  — внутренний радиус центрифуги, м,

$U_{E,i}$  — скорость оседания частиц  $i$ -фракции с учетом эффекта увлечения (entrainment), м/с,  
 $U_{h,i}$  — скорость стесненного оседания частицы  $i$ -фракции в суспензии (hinderence), м/с,  
 $U_L$  — скорость вытесняемой жидкости, м/с,  
 $U_{St,i}$  — Стоксова скорость оседания частицы  $i$ -фракции (Stocks), м/с,  
 $U_{s,i}$  — скорость седиментации частицы  $i$ -фракции (sedimentation), м/с,

$r_p$  — координата забора проб суспензии, м,  
 $r_{out}$  — внешний радиус центрифуги, м,  
 $z$  — отношение центробежного ускорения к ускорению свободного падения (число Фруда системы),  
 $U_{St,m}$  — Стоксова скорость оседания масштабной частицы (Stocks), м/с,  
 $\beta$  — параметр,  
 $\rho_p$  — плотность твердой фазы, кг/м<sup>3</sup>,  
 $\rho_L$  — плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>,  
 $\mu_L$  — вязкость жидкости, Па·с,  
 $\omega$  — угловая скорость вращения центрифуги.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Касаткин А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. — М.: Химия, 1973. — 750 с.
2. Happel J, Brenner H. Low Reynolds Number Hydrodynamics with special applications to particulate media. — Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1986. — 572 p.
3. Gerhart Ch., Dueck J., Neesse Th. Grundlagen-Untersuchungen zur Behinderten Sedimentation Polydispenser Suspensionen bei Hydrostrom-klassierung // Aufbereitungs Technik. — 1999. — Vol. 40, No. 7. — P. 328–334.
4. Дик И.Г., Миньков Л.Л., Ларионова Н.В., Неессе Т. Седиментация бидисперсной суспензии в тарельчатой центрифуге // Теплофизика и аэромеханика. — 2002. — Т. 9, № 3. — С. 481–494.
5. Дик И.Г., Миньков Л.Л., Неессе Т. Гидродинамическая модель ускорения седиментации мелких частиц в бидисперсной суспензии // Теплофизика и аэромеханика. — 2001. — Т. 8, № 2. — С. 283–294.
6. Дик И.Г., Климиник Д.Ю., Миньков Л.Л., Неессе Т. Измерение скорости седиментации мелкодисперсных частиц в тарельчатой центрифуге // Инженерно-физический журнал. — 2003. — Т. 76, № 4. — С. 7–17.
7. Дик И.Г., Миньков Л.Л. Седиментация монодисперсной суспензии в тарельчатой центрифуге // Тр. Межд. конф. “Байкальские чтения-II по моделированию процессов в синергетических системах”. 18-23 июля 2002. Улан-Удэ. — Томск: Изд-во Томского ун-та, 2002. — С. 188–192.
8. Kynch G.J. A theory of sedimentation // Transaction Faraday Society. — 1952. — Vol. 48. — P. 166–177.
9. Minkov L., Dueck J. Collective Effects by Settling of Polydisperse Dense Suspension // Eurasian Physical-Technical J. — 2005. — Vol. 2, No. 1(3). — P. 47–63.
10. Dueck J., Neesse Th., Minkov L., Kilimnik D.Yu., Hararah M.A. Theoretical and experimental investigation of disturbed settling in a polydisperse suspension // Proc. of ICMF-2004, Fifth Inter. Conf. on Multiphase Flow, May 30-June 4, 2004, Yokohama, Japan / Y. Matsumoto, K. Hishida, A. Tomiyama, K. Mishima, S. Hosokawa (editors). — 106 p.
11. Shook C.A., Roco M.C. Slurry Flow: Principles and Practice. — Boston: Butterworth-Heinemann, 1991. — 324 p.
12. Hararah M.A. Settling of fine particle in dense polydisperse suspensions. Doctoral dissertation. — Erlangen. — 2004. — 100 p.

*Статья поступила в редакцию 19 мая 2008 г.*