увеличивается от 1,20 до 1,48 ГПа, тогда как при увеличении скорости от 300 до 500 м/с σ_f возрастает лишь от 1,48 до 1,52 ГПа), ясно, что формулой (2.1) нужно пользоваться с осторожностью.

В [8] предложено для оценки степени разрушения материала использовать параметр

$$R = u_3/u_1, \quad 0 < R < 1. \tag{2.2}$$

Отмечается [8], что $R = 0{,}5$ соответствует уровню зарождающегося откола. Видно (см. таблицу), что с возрастанием скорости удара значение R увеличивается. Сопоставление R с относительным объемом полостей V_v (рис. 2) показывает, что корреляция между ними наблюдается лишь до определенного предела (до образования в материале макротрещины). Это объясняется, по-видимому, тем, что в зависимости от условий соударения и физико-механических свойств рассматриваемых тел образование откольной поверхности может проходить с различным уровнем повреждений [2]. Так, по данным [11] для различных материалов значение поврежденности, при котором происходит образование макротрещины, может изменяться в пределах от 0,2 до 0,8.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Наука, 1966.
2. **Ахмадеев Н. Х.** Динамическое разрушение твердых тел в волнах напряжений.— Уфа: БФАН СССР, 1988.
3. **Курран Д. Р., Симэн Л., Шоки Д. А.** Микроструктура и динамика разрушения // Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов.— М.: Металлургия, 1984.
4. **Волков И. А.** Математическое моделирование процесса накопления повреждений при динамическом деформировании материала // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Всесоюз. межвуз. сб.— Нижний Новгород: Нижегор. ун-т, 1991.
5. **Rajendran A. M., Dietenberger M. A., Growe D. J.** A void growthbased failure model to describe spallation // J. Appl. Phys.— 1989.— V. 65, N 4.
6. **Коротких Ю. Г., Угодчиков А. Г.** Уравнения состояния при малоцикловом нагружении.— М.: Наука, 1981.
7. **Уилкинс М. Л.** Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике.— М.: Мир, 1967.
8. **Cochran S., Banner D.** Spall studies in uranium // J. Appl. Phys.— 1977.— V. 48, N 7.
9. **Степанов Г. В.** Упругопластическое деформирование и разрушение материалов при импульсном нагружении.— Киев: Наук. думка, 1991.
10. **Канель Г. И., Фортов В. Е.** Механические свойства конденсированных сред при интенсивных импульсных воздействиях // Усп. механики.— 1987.— Т. 10, вып. 3.
11. **Леметр Ж.** Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Теор. основы инж. расчетов.— 1985.— Т. 107, № 1.

г. Нижний Новгород

Поступила 12/XII 1990 г., в окончательном варианте — 12/II 1992 г.

УДК 532.529 : 518.5

А. Г. Кутушев, С. П. Родионов

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ

Реальные газовзвеси всегда полидисперсны, т. е. содержат частицы разных размеров. Для описания их движения в большинстве известных в настоящее время моделей газовзвесей предполагается наличие только одной или нескольких фракций частиц, в каждой из которых содержатся частицы одинакового размера [1—4]. Недостатком такого описания является неучет реального непрерывного распределения частиц по размерам. Уравнения движения полидисперсных газовзвесей с непрерывной функцией распределения частиц по размерам в линейном (акустическом) приближении рассматривались в [5, 6]. В [6] показано, что полное описание движения полидисперсной газовзвеси нельзя в общем случае осуществить в рамках модели монодисперсной газовзвеси. В связи с этим возникает проблема описания движения полидисперсной газовзвеси с непрерывной функцией распределения частиц по размерам за нелинейными (ударными) волнами.

В данной работе получена система интегродифференциальных уравнений движения инертной полидисперсной газовзвеси с непрерывной функцией распределения частиц по размерам с учетом столкновений между частицами разных размеров. На основе выведенных уравнений и развитого метода их численного решения выполнены расчеты структуры и затухания ударных волн в полидисперсных газовзвесях. Установлено удовлетворительное согласие расчетных данных и результатов [7, 8]. Показано, что структура ударных волн в полидисперсных газовзвесях в значительной степени зависит от дисперсного состава ансамбля частиц.

1. Основные уравнения. Аналогично [5, 6] полидисперсная газовзвесь предполагается состоящей из совокупности бесконечного числа монодисперсных фракций сферических несжимаемых частиц, радиус которых находится в интервале от a до $a + da$. Число частиц одной такой фракции в единице объема

$$d\tilde{n} = \tilde{N}(a,\ x,\ t)\,da,$$

где x — пространственная координата частиц; t — время; $\tilde{N}$ — функция распределения частиц по размерам. Полное число частиц всех размеров в единице объема смеси

$$n = \int\limits_{a_{\min}}^{a_{\max}} \tilde{N}(a,\ x,\ t)\,da$$

($a_{\min}$ и $a_{\max}$ — минимальный и максимальный размер частиц). Величина $d\tilde{n}$ считается достаточно большой, чтобы движение фракции частиц можно было описывать методами механики многофазных сплошных сред [1].

Дополнительно принимаются следующие допущения: в первоначальном состоянии полидисперсная газовзвесь является однородной ($\tilde{N}(a,\ x,\ 0)=\tilde{N}_0(a)$, $n(x,\ 0)=n_0=\mathrm{const}$); процессы межфазного массообмена, дробления и слипания частиц отсутствуют; столкновения частиц разных размеров абсолютно упругие; отсутствуют внешние массовые силы; вклад нестационарных сил Архимеда, присоединенной массы и силы Бассэ в общую силу межфазового взаимодействия газа с частицами пренебрежимо мал. Последнее допущение справедливо, если объемное содержание частиц в смеси достаточно мало (много меньше 1) [9].

Вывод уравнений движения полидисперсной газовзвеси с непрерывной функцией распределения частиц по размерам иллюстрируется на примере уравнения сохранения массы взвеси, которое для монодисперсной фракции частиц (радиус их лежит в интервале от a до $a + da$) имеет вид

$$\frac{\partial(d\tilde{\rho}_2)}{\partial t} + \frac{\partial(d\tilde{\rho}_2)\tilde{v}_2}{\partial x} = 0 \quad (d\tilde{\rho}_2 = \tilde{m}_2 d\tilde{n} = \tilde{m}_2\tilde{N}da), \tag{1.1}$$

где $d\tilde{\rho}_2$ — средняя плотность частиц монодисперсной фракции; $\tilde{m}_2$ и $\tilde{v}_2$ — масса и скорость частиц с радиусом a. Из уравнения (1.1) после деления его левой и правой части на $\tilde{m}_2 da$ следует уравнение сохранения числа частиц, которое в случае отсутствия фазовых переходов эквивалентно уравнению сохранения массы взвеси:

$$\frac{\partial\tilde{N}}{\partial t} + \frac{\partial\tilde{N}\tilde{v}_2}{\partial x} = 0. \tag{1.2}$$

Аналогичными рассуждениями получается система уравнений движений полидисперсной газовзвеси, обобщающая соответствующую систему уравнений для многофракционной газовзвеси [1] в случае непрерывного распределения частиц по размерам:

$$\tilde{m}_2\left(\frac{\partial\tilde{N}\tilde{v}_2}{\partial t}+\frac{\partial\tilde{N}\tilde{v}_2^2}{\partial x}\right)=\tilde{N}(\tilde{f}_\mu+\tilde{f}_c);\tag{1.3}$$

$$\tilde{m}_2\left(\frac{\partial\tilde{N}\tilde{e}_2}{\partial t}+\frac{\partial\tilde{N}\tilde{e}_2\tilde{v}_2}{\partial x}\right)=\tilde{N}\tilde{q}_{12};\tag{1.4}$$

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\frac{\partial\rho_1 v_1}{\partial x}=0;\tag{1.5}$$

$$\frac{\partial\rho_1 v_1}{\partial t}+\frac{\partial\rho_1 v_1^2}{\partial x}+\frac{\partial p}{\partial x}=-F_{12};\tag{1.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 v_1+E_\rho)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 E_1 v_1+E_{\rho v})+\frac{\partial}{\partial x}(p\alpha_1 v_1+p\alpha_v)=0,\tag{1.7}$$

$$\rho_1=\rho_1^0\alpha_1,\quad \alpha_1+\alpha_2=1,\quad E_1=e_1+0{,}5v_1^2,$$

$$\alpha_2=\int\limits_\Delta\frac{\tilde{m}_2}{\rho_2^0}\tilde{N}da,\quad \tilde{m}_2=\frac{4}{3}\pi\rho_2^0a^3,$$

$$\tilde{E}_2=\tilde{e}_2+0{,}5\tilde{v}_2^2,\quad E_\rho=\int\limits_\Delta\tilde{m}_2\tilde{E}_2\tilde{N}da,$$

$$E_{\rho v}=\int\limits_\Delta\tilde{m}_2\tilde{E}_2\tilde{v}_2\tilde{N}da,\quad \alpha_v=\int\limits_\Delta\frac{\tilde{m}_2}{\rho_2^0}\tilde{N}\tilde{v}_2da,\quad F_{12}=\int\limits_\Delta\tilde{f}_\mu\tilde{N}da.$$

Уравнения (1.2) — (1.4) — законы сохранения массы и импульса частиц, а также уравнение притока тепла к дисперсным частицам, имеющим радиус a; (1.5), (1.6) — законы сохранения массы и импульса газа; (1.7) — закон сохранения полной энергии смеси. Здесь индексы 1 и 2 внизу относятся соответственно к параметрам газа и частиц; величины, зависящие от радиуса частиц a, отмечены знаком $\sim$: подынтегральный знак Δ показывает интегрирование по размеру частиц от $a_{\min}$ до $a_{\max}$; ρ_i, ρ_i^0, α_i, v_i, e_i, E_i — средняя и истинная плотности, объемное содержание, массовая скорость, удельные внутренняя и полная энергии i-й фазы ($i=1, 2$); $\tilde{e}_2$ и $\tilde{E}_2$ — удельные внутренняя и полная энергии частиц с радиусом a; E_ρ — полная энергия всех частиц в единице объема смеси; $E_{\rho v}$ — поток полной энергии ансамбля частиц через единичную поверхность в единицу времени; α_v — среднеобъемная скорость дисперсных частиц; p — давление газа; $\tilde{f}_\mu$ — сила межфазного трения одиночных частиц с радиусом a и газа; $\tilde{f}_c$ — сила столкновений между одиночной частицей радиуса a и частицами других размеров; F_{12} — сила межфазного трения, действующая со стороны газа на ансамбль частиц разных размеров в единице объема смеси; $\tilde{q}_{12}$ — интенсивность теплового взаимодействия между газом и частицами, имеющими радиус a.

Система интегродифференциальных уравнений (1.2) — (1.7) замыкается заданием уравнений состояния фаз, законов межфазного взаимодействия и взаимодействия сталкивающихся частиц разных размеров. В качестве уравнений состояния фаз принимаются уравнения идеального калорически-совершенного газа и несжимаемых твердых частиц:

$$p=\rho_1^0R_1T_1,\ e_1=c_1T_1\ \ (R_1=(\gamma-1)c_1\equiv\text{const}),\ \rho_2^0=\text{const},\ \tilde{e}_2=c_2\tilde{T}_2\ \ (c_2=\text{const}).\tag{1.8}$$

Здесь R_1 — газовая постоянная; c_i — удельные теплоемкости газа ($i=1$) и частиц ($i=2$) при постоянном объеме; γ — показатель адиабаты газа; T_1 — температура газа; T_2 — температура фракции частиц с радиусом a.

Сила межфазного трения $\tilde f_\mu$ и интенсивность контактного теплообмена $\tilde q_{12}$ отдельной частицы радиуса a с газовой фазой задаются па основе выражений [1]

$$\tilde f_\mu = 0{,}5\pi a^2 \tilde C_d \rho_1^0 |v_1 - \tilde v_2| (v_1 - \tilde v_2), \tag{1.9}$$

$$\tilde C_d = \frac{24}{\widetilde{\mathrm{Re}}_{12}} + \frac{4}{\sqrt{\widetilde{\mathrm{Re}}_{12}}} + 0{,}4, \quad \widetilde{\mathrm{Re}}_{12} = \frac{2a\rho_1^0 |v_1 - \tilde v_2|}{\mu_1}, \quad \tilde q_{12} = 2\pi a \widetilde{\mathrm{Nu}}_{12} \lambda_1 (T_1 - \tilde T_2),$$

$$\widetilde{\mathrm{Nu}}_{12} = 2 + 0{,}6 \widetilde{\mathrm{Re}}_{12}^{0,5} \mathrm{Pr}_1^{0,33}, \quad \mathrm{Pr}_1 = \gamma c_1 \mu_1/\lambda_1 \quad (\lambda_1, \mu_1 = \mathrm{const}),$$

где $\tilde C_d$ — коэффициент аэродинамического сопротивления твердой сферической частицы; $\widetilde{\mathrm{Nu}}_{12}$, Pr_1, $\widetilde{\mathrm{Re}}_{12}$ — числа Нуссельта, Прандтля и Рейнольдса; μ_1 и λ_1 — динамическая вязкость и теплопроводность газа.

Зависимость для силы столкновений частиц разных размеров $\tilde f_c$ получается в результате подсчета числа соударений между частицей радиуса a и частицами радиуса a_1 в единице объема пространства и в единицу времени. Это число соударений затем умножается на изменение импульса частицы радиуса a при одном упругом соударении и далее суммируется по всем размерам a_1:

$$\tilde f_c = \frac{8\pi^2}{3} \varkappa^{(F)} \rho_2^0 \int_\Delta f(a, a_1) |\tilde w| \tilde w \tilde N(a_1, x, t)\, da_1, \tag{1.10}$$

$$f(a, a_1) = (a_1 a)^3 (a_1 + a)^2 (a_1^3 + a^3)^{-1},$$

$$\tilde w = \tilde v_2(a, x, t) - \tilde v_2(a_1, x, t) \qquad (a_{\min} \leqslant a_1 \leqslant a_{\max})$$

($\varkappa^{(F)}$ — коэффициент, характеризующий долю импульса, перешедшего, в среднем, от частицы радиуса a к частице радиуса a_1 при одном столкновении между ними). Согласно экспериментальным данным [10], при относительных скоростях соударения ~ 10 м/с величина $\varkappa^{(F)} \simeq 0{,}1$.

2. Постановка задачи. Применительно к условиям экспериментов, описанных в [7, 8], где на ударных трубах выполнено изучение закономерностей распространения ударных волн в инертных газовзвесях, рассматривается следующая задача.

Имеется прямолинейная ударная труба длиной L, состоящая из камер высокого и низкого давлений (соответственно КВД и КНД), разделенных друг от друга диафрагмой. В начальный момент времени $t = 0$ КВД $(0 \leqslant x \leqslant x_*)$ заполнена сжатым газом, КНД — частично $(x_* < x < x_{**})$ невозмущенным газом и частично $(x_{**} \leqslant x \leqslant L)$ полидисперсной смесью инертных твердых сферических частиц. Ставится цель — описать процесс эволюции проходящей в газовзвеси ударной волны, возникающей в КНД после разрыва диафрагмы (распада начального разрыва), в моменты времени $t > 0$.

Начальные условия для сформулированной задачи имеют вид

$$\begin{aligned}
&p(x, 0) = p_*, \ \rho_1^0(x, 0) = \rho_{1*}^0, \ T_1(x, 0) = T_0, \\
&v_1(x, 0) = 0, \ \alpha_1(x, 0) = 1, \ \alpha_2(x, 0) = 0 \ (0 \leqslant x \leqslant x_*), \\
&p(x, 0) = p_0, \ \rho_1^0(x, 0) = \rho_{10}^0, \ T_1(x, 0) = T_0, \\
&v_1(x, 0) = 0, \ \alpha_1(x, 0) = 1, \ \alpha_2(x, 0) = 0 \ (x_* < x < x_{**}), \\
&p(x, 0) = p_0, \ \rho_1^0(x, 0) = \rho_{10}^0, \ T_1(x, 0) = T_0, \\
&v_1(x, 0) = 0, \ \alpha_1(x, 0) = \alpha_{10}, \ \alpha_2(x, 0) = \alpha_{20} = 1 - \alpha_{10}, \\
&\tilde v_2(a, x, 0) = 0, \ \tilde T_2(a, x, 0) = T_0, \ \tilde N(a, x, 0) = \tilde N_0(a) \ (x_{**} \leqslant x \leqslant L).
\end{aligned} \tag{2.1}$$

В качестве граничного условия на левом торце ударной трубы $(x = 0)$ принималось условие равенства нулю скорости газовой фазы:

$$v_1(0, t) = 0. \tag{2.2}$$

Граничное условие для дисперсной фазы при $x = 0$ не ставилось ввиду отсутствия частиц в окрестности левой стенки трубы в течение всего времени исследуемого движения. На правом торце ударной трубы ($x = L$) ставилось условие непротекания для газа и свободного протекания для частиц:

$$(2.3)\qquad v_1(L,\ t) = 0,\ \tilde{v}_2(a,\ L_+,\ t) = \tilde{v}_2(a,\ L_-,\ t).$$

Система интегродифференциальных уравнений (1.1) — (1.10) с начальными (2.1) и граничными (2.2), (2.3) условиями численно решалась методом крупных частиц [11] по алгоритму [12]. При этом интегральные величины E_ρ, $E_{\rho v}$, α_v, α_2, F_{12} рассчитывались по формуле Симпсона. Вычислительная программа была написана на алгоритмическом языке Фортран-77. Расчеты проводились на микроЭВМ «Besta-88». Характерное время счета одного варианта движения газовзвеси с 5—10 фракциями частиц составляло ~5 ч. Точность расчетов контролировалась путем пересчета с уменьшенными шагами по времени и по пространству.

Все расчеты проводились с использованием следующих значений термодинамических параметров газовой и дисперсной фаз, соответствующих экспериментам [7, 8]: газ — воздух [7, 8]: $T_0 = 293$ К, $p_0 = 0{,}1$ МПа, $\rho_{10}^0 = 1{,}29$ кг/м^3, $\gamma = 1{,}4$, $a_{10} = (\gamma p_0/\rho_{10}^0)^{0,5} = 341$ м/с, $c_1 = 716$ м^2/(с^2·град), $\mu_1 = 1{,}85\cdot10^{-5}$ кг/(м·с), $\lambda_1 = 2{,}6\cdot10^{-2}$ кг·м/(с^3·град); частицы кварцевого песка [7]: $\rho_2^0 = 2650$ кг/м^3, $c_2 = 754$ м^2/(с^2·град); частицы стекла [8]: $\rho_2^0 = 2500$ кг/м^3, $c_2 = 766$ м^2/(с^2·град).

В первой серии расчетов, как и в экспериментах [7], длина L ударной трубы 7,1 м, а длины КВД x_* и КНД $L - x_*$ составляли 1,8 и 5,3 м. Протяженность области невозмущенного газа в КНД 2 м ($x_{**} = 3{,}8$ м), а протяженность слоя газовзвеси 3,3 м.

Во второй серии расчетов, отвечающих экспериментам [8], длины ударной трубы, ее КВД и КНД равны 7,81; 2 и 5,81 м. Протяженность области невозмущенного газа в КНД 1,05 м, а слоя газовзвеси 4,76 м.

Данные о функции распределения частиц по размерам $N_0(a)$ в [7], к сожалению, отсутствуют. Приводится лишь интервал изменения радиусов частиц, в частности, $a_{\min} = 1{,}5$ мкм, $a_{\max} = 4{,}5$ мкм. В этой связи для расчетов выбиралось одномодальное гамма-распределение

$$(2.4)\qquad \widetilde{N}_0(a) = Aa\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{a}{a_*}\right)^2\right]\quad (a_* = \mathrm{const}).$$

Постоянная A определялась из условия нормировки

$$\alpha_{20} = \int\limits_\Delta \frac{\widetilde{m}_2}{\rho_2^0}\widetilde{N}_0(a)\,da.$$

Для выбранного закона распределения частиц по размерам (2.4) имеем

$$A = \frac{3\alpha_{20}}{8\sqrt{2}\,\pi a_*^5}\left\{\left[-z(z^2+1{,}5)\exp(-z^2) + 0{,}75\sqrt{\pi}\,\mathrm{erf}(z)\right]\Big|_{z_{\min}}^{z_{\max}}\right\}^{-1}$$

$$\left(z = \frac{a}{\sqrt{2}\,a_*},\quad a_{\min} \leqslant a_* \leqslant a_{\max}\right).$$

Значение постоянной a_* задавалось равным 2 мкм.

В [8] приводится более подробная информация о спектре полидисперсной газовзвеси. Указан интервал изменения радиусов частиц ($a_{\min} = 2{,}5$ мкм, $a_{\max} = 32{,}5$ мкм), а также экспериментально определена гистограмма фракционного состава газовзвеси, показанная на рис. 1.

В настоящей работе предлагается аппроксимация экспериментальной гистограммы [8] нормально-логарифмическим законом

$$(2.5)\qquad \widetilde{N}_0'(a) = \frac{n_0}{a\ln\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln a - M}{\ln\sigma}\right)^2\right]\quad (M = \ln a_M).$$

Здесь a_M — так называемый медианный радиус частиц [13]; M — математическое ожидание (среднее значение) дискретной величины $\ln a_j$ ($j =$

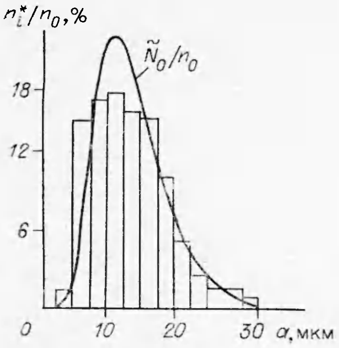

Рис. 1

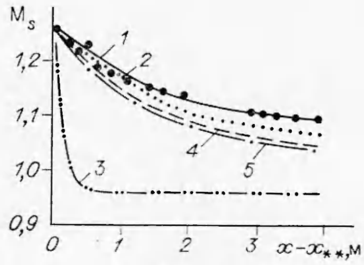

Рис. 3

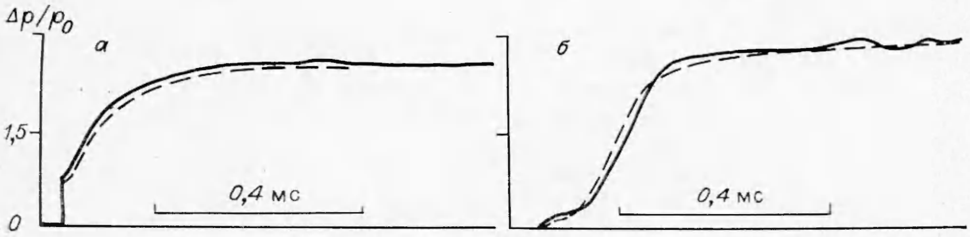

Рис. 2

$= 1, 2, \ldots, J$): σ — стандартное (среднеквадратичное) отклонение логарифмов радиусов частиц от среднего значения; $\ln^2\sigma$ — дисперсия дискретной величины $\ln a_j$ ($j = 1, 2, \ldots, J$). Соответствующие выражения для нахождения M и $\ln^2\sigma$ по экспериментальным гистограммам имеют вид [14]

$$M = \sum_{j=1}^{J} \ln a_j \frac{n_j^*}{n_0}, \quad \ln^2\sigma = \sum_{j=1}^{J} (\ln a_j - M)^2 \frac{n_j^*}{n_0},$$

где n_j^* и a_j — числовая концентрация и радиус частиц j-й фракции.

Функция распределения (2.5) удовлетворяет условию нормировки

$$\int_0^\infty \tilde{N}'_0(a)\, da = n_0.$$

Ввиду того что в действительности интервал изменения радиусов частиц конечен, вместо функции $\tilde{N}'_0(a)$ использовалась функция $\tilde{N}_0(a) = k\tilde{N}'_0(a)$, удовлетворяющая условию нормировки на конечном интервале изменения величины радиуса частиц ($\Delta = a_{\min} \to a_{\max}$):

$$\int_\Delta \tilde{N}_0(a)\, da = n_0.$$

Для всех рассмотренных ниже экспериментальных данных [8] $k = 1{,}214$, $M = 0{,}393$, $\ln^2\sigma = 2{,}869$.

Обратимся к результатам численного моделирования процесса распространения ударных волн в полидисперсных инертных газовзвесях применительно к экспериментальным условиям работ [7, 8].

3. Некоторые результаты. На рис. 2 показаны расчетные (штриховые линии) и экспериментальные ([7], сплошные) осциллограммы давления за проходящими ударными волнами в полидисперсных газовзвесях: *а* — ударная волна со скачком, *б* — ударная волна с плотностью размытой структурой без скачка. Начальное относительное массовое содержание взвеси в КНД ударной трубы для *а*, *б* $\rho_{20}/\rho_{10} = 1$; 1,7, а отношение начальных давлений в КВД и КНД для *а*, *б* соответственно $p_*/p_0 =$

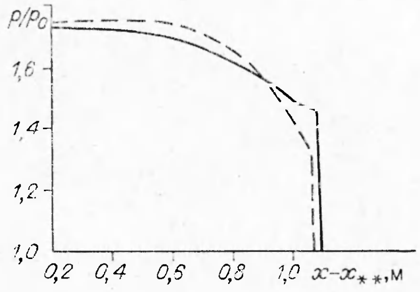

Рис. 4

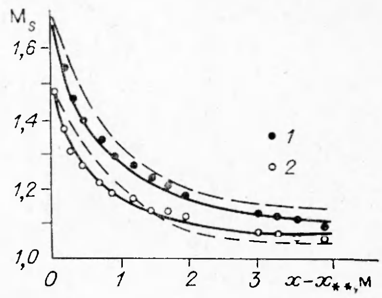

Рис. 5

$=11{,}65$ и $11{,}06$. Осциллограммы давления отвечают датчикам, установленным в КНД ударной трубы на расстоянии $x=4{,}8$ м от ее левого торца. Сравнение расчетных и экспериментальных данных (рис. 2) свидетельствует об их удовлетворительном согласии. При этом максимальная относительная погрешность теории в зоне квазиравновесного движения фаз не превышает 4,5 %.

На рис. 3 сопоставлены расчетные и экспериментальные [8] зависимости числа Маха $M_s=D/a_{10}$ переднего фронта распространяющейся по газовзвеси ($\rho_{20}/\rho_{10}=0{,}63$) ударной волны ступенчатого вида от пройденного расстояния в смеси. Экспериментальные значения отмечены значком ⬘, линия *1* — численное решение, полученное в рамках системы уравнений (1.1)—(1.10) с нормально-логарифмической функцией распределения частиц по размерам, *2*, *3* — численные решения, соответствующие модели монодисперсной газовзвеси с $a_{max}=32{,}5$ мкм и $a_{min}=2{,}5$ мкм, *4* — численное решение [8], найденное на основе модели монодисперсной газовзвеси ($a_0=13{,}5$ мкм), *5* — численное решение авторов настоящей работы, отвечающее модели монодисперсной газовзвеси с эффективным радиусом частиц $a_*=17{,}5$ мкм, определяемым на основе акустической теории газовзвеси для коротких возмущений [6]:

$$a_*=\left[\int_\Delta \widetilde{N}_0(a)\,a^3da \Big/ \int_\Delta \widetilde{N}_0(a)\,a\,da\right]^{1/2}. \tag{3.1}$$

Число Маха ударной волны, набегающей на газовзвесь, $M_0=1{,}258$, что соответствует отношению начальных давлений в КВД и КНД ударной трубы $p_*/p_0=12{,}0$.

Как видно из рис. 3, расчеты, выполненные в рамках модели полидисперсной газовзвеси, удовлетворительно (в пределах 6 %) соответствуют экспериментальным данным. Расчеты, проведенные по модели монодисперсной смеси газа и частиц, не описывают в должной степени затухание переднего ударного скачка. Следует отметить, что неадекватное описание экспериментальных результатов в рамках модели монодисперсной газовзвеси с эффективным радиусом частиц (3.1) свидетельствует о существенном вкладе в эволюцию переднего ударного скачка нелинейных эффектов.

Качественное влияние полидисперсности на структуру проходящей в газовзвесь нестационарной ударной волны проиллюстрировано на рис. 4, где показаны расчетные профили давления на момент времени $t=2{,}835$ мс (отсчет времени осуществляется от момента взаимодействия волны с облаком частиц). Параметры смеси и другие начальные условия такие же, как на рис. 3. Сплошная линия — решение, отвечающее модели полидисперсной газовзвеси, штриховая — решение по модели монодисперсной смеси с эффективным радиусом частиц 17,5 мкм [6].

Как видно из рис. 4, фракционный состав взвеси дисперсных частиц заметно влияет на эволюцию проходящей ударной волны: в полидисперсной газовзвеси наблюдается менее интенсивное затухание ударного скачка и соответственно формируется более длинная зона выравнивания скоростей и температур фаз, чем в монодисперсной смеси газа и частиц. Последнее свидетельствует о том, что в полидисперсной газовзвеси сила межфазного трения, действующая со стороны газа на ансамбль частиц, оказывается меньше аналогичной силы в случае монодисперсной смеси (эффекты межфазного теплообмена играют меньшую роль по сравнению с эффектами межфазного трения).

На рис. 5 сравниваются расчетные и экспериментальные [8] зависимости числа Маха проходящей ударной волны в газовзвеси от пройденного расстояния. Точки *1*, *2* — экспериментальные значения, отвечающие $M_0 = 1{,}7$ ($p_*/p_0 = 22{,}0$) и 1,48 ($p_*/p_0 = 17{,}5$), $\rho_{20}/\rho_{10} = 1{,}4$ и 1,25, сплошные линии — численное решение, полученное в рамках изложенной выше модели полидисперсной газовзвеси с данными (функцией распределения и спектром), как на рис. 1, 3, 4, штриховые — численное решение [8], найденное по модели монодисперсной смеси с эффективным радиусом частиц 13,5 мкм. Сравнение приведенных расчетных и экспериментальных зависимостей свидетельствует о наилучшем описании (в пределах 6 %) опытных данных численными решениями по модели полидисперсной газовзвеси.

Таким образом, предложенная методика описания и решения системы интегродифференциальных уравнений могут быть использованы для расчета нестационарных одномерных течений инертных полидисперсных газовзвесей с непрерывной функцией распределения частиц по размерам. Проведенные расчеты показали, что наилучшее описание экспериментальных результатов удается получить в рамках модели полидисперсной смеси газа и частиц. Структура и затухание ударной волны в полидисперсной газовзвеси в значительной степени зависят от дисперсного состава смеси. Эффект столкновения частиц разных размеров за ударными волнами $1 \leqslant M_0 \leqslant 2$ в смесях с $0 < \rho_{20}/\rho_{10} \leqslant 2$ и $1{,}5 \leqslant a \leqslant 33$ мкм пренебрежимо мал.

Авторы выражают признательность О. Н. Пичугину за помощь в составлении вычислительной программы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Ч. 1.
2. **Мясников В. П.** О динамических уравнениях движения двухкомпонентных систем // ПМТФ.— 1967.— № 2.
3. **Киселев С. П., Фомин В. М.** Континуально-дискретная модель для смеси газ — твердые частицы при малой объемной концентрации частиц // ПМТФ.— 1986.— № 2.
4. **Киселев С. П., Фомин В. М.** Исследование каустик в двухфазной среде газ — частицы // ПМТФ.— 1987.— № 4.
5. **Ishii R., Matsuhisa H.** Steady reflection, absorption and transmission of small disturbances by a screen of dusty gas // J. Fluid Mech.— 1983.— V. 130.— P. 259.
6. **Гумеров Н. А., Ивандаев А. И.** Распространение звука в полидисперсных газовзвесях // ПМТФ.— 1988.— № 5.
7. **Outa E., Tajima K., Morii H.** Experiments and analyses on shock waves propagating through a gas-particle mixtures // Bull. JSME.— 1976.— V. 19, N 130.
8. **Sommerfeld M.** The unsteadiness of shock waves propagating through a gas-particle mixtures // Experiments in Fluids.— 1985.— N 3.— P. 197.
9. **Ивандаев А. И., Кутушев А. Г.** Влияние экранирующих слоев газовзвеси на отражение ударных волн // ПМТФ.— 1985.— № 1.
10. **Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А.** Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках.— Киев: Наук. думка, 1972.
11. **Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М.** Метод крупных частиц в газовой динамике.— М.: Наука, 1982.
12. **Ивандаев А. И., Кутушев А. Г.** Численное исследование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе // ЧММСС.— 1983.— Т. 14, № 6.
13. **Зеленин В. И., Константинов И. Е., Михеенко С. Г., Салимов О. И.** Распределение размеров частиц, образующихся при моделировании абляции метеоритного вещества // Астрон. вестн.— 1982.— Т. 16, № 3.
14. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике.— М.: Наука, 1984.

г. Тюмень

Поступила 23/VII 1991 г.,
в окончательном варианте — 29/I 1992 г.